



DYNAMIK-Fortgeschrittenen-Schulung

Alle Informationen in diesem Dokument können ohne vorherige Ankündigung geändert werden. Kein Teil dieses Handbuchs darf ohne vorherige schriftliche Genehmigung des Verlages vervielfältigt, in einer Bibliothek oder einem Ausrufsystem gespeichert oder veröffentlicht werden, weder in Form als elektronisch, mechanisch, gedruckt, Fotodruck, Mikrofilm oder auf andere Weise. SCIA ist nicht verantwortlich für direkte oder indirekte Schäden durch Darstellungen in der Dokumentation und/oder der Software.

© Copyright 2025 SCIA nv. Alle Rechte vorbehalten.

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	3
Kapitel 1: EINLEITUNG	5
Kapitel 2: FREIE SCHWINGUNG - EIGENFREQUENZEN	7
2.1 Theorie	7
2.2 Eigenfrequenzen in SCIA Engineer	8
2.3 Rahmen	24
2.4 Massengruppen kombinieren	31
2.5 Platten	41
Kapitel 3: SPEKTRALANALYSE - ERDBEBENLAST	47
3.1 Theorie	47
3.2 Erdbebenlast in SCIA Engineer	50
3.3 Erdbebenberechnung in SCIA Engineer	59
3.4 Erdbebenkombinationen	72
3.5 Masse in Analyse	77
3.6 Modale Überlagerung	77
Kapitel 4: REDUZIERTES ANALYSEMODELL	81
4.1 Theorie	81
4.2 IRS-Verfahren in SCIA Engineer	83
4.3 Zufallsausmitte (Ungeplante Torsion)	96
Kapitel 5: REFERENZEN	101
Kapitel 6: ANHANG A - ERDBEBENMAGNITE	103
Kapitel 7: ANHANG B - NUMERISCHE DÄMPFUNGSWERTE	105
7.1 EC8 – Teil 6	105
7.2 EC1 – Teil 2-4.....	105
7.3 Referenz [22].....	106
Kapitel 8: ANHANG C - MANUELLE BERECHNUNG SPEKTRALANALYSE	107
8.1 Spektralanalyse gemäß 3-2 Beispiel (Beispiel C-1).....	107
8.1.1 Erdbeben-Lastfall.....	107
8.1.2 Spektrum	108
8.1.3 Einstellung des FE-Netzes und des Rechenkernes	108
8.2 Manuelle Berechnung gemäß 3-2 Beispiel (Beispiel C-1).....	109
8.2.1 Überprüfung der Modalen Beteiligungsbeiwerte.....	109
8.2.2 Details der Erdbebenberechnung	110
Kapitel 9: ANHANG D - FEHLENDE MASSE IN EIGENFORMEN	117
9.1 Beispiel der Spektralanalyse ohne « Residualform »	118
9.2 Beispiel der Spektralanalyse mit « Residualform ».....	126
Kapitel 10: ZWANGSSCHWINGUNG - HARMONISCHE LAST	133

10.1	Theorie	133
10.2	Harmonische Last in SCIA Engineer	135
10.3	Resonanz	146
Kapitel 11: DÄMPFUNG		155
11.1	Theorie	155
11.2	Dämpfung in SCIA Engineer	158
Kapitel 12: DIREKTE ZEITINTEGRATION		183
12.1	Theorie	183
12.2	Direkte Zeitintegration in SCIA Engineer	185
Kapitel 13: VORTEX SHEDDING: KARMAN'SCHE-SCHWINGUNG		202
13.1	Theorie	202
13.2	Karman'sche Schwingung bei SCIA Engineer	205

Kapitel 1: EINLEITUNG

Die Beispiele in diesem Handbuch können sowohl in einer vollständig lizenzierten als auch in einer Testversion oder Studentenversion von SCIA Engineer durchgeführt werden.

Hier eine Übersicht der erforderlichen Module/Editionen von SCIA Engineer je Thema:

- **Eigenfrequenzberechnungen**
Esas.21 (Dynamik (Eigenfrequenzen) – Rahmen) Professional Edition
Esas.22 (Dynamik (Eigenfrequenzen) – Flächen) Professional Edition
- **Erweiterte dynamische Berechnungen**
Esas.23 (Dynamik (fortgeschritten) – Rahmen) Professional Edition
Esas.24 (Dynamik (fortgeschritten) – Flächen) Professional Edition
- **Ungleichförmige Dämpfungscharakteristiken**
Esas.25 (ungleichmäßige Dämpfung – Rahmen) Nicht Teil einer Edition

Dynamische Berechnungen sind im Baubereich nicht so häufig wie statische Berechnungen. Andererseits sind sie in bestimmten Projekten unausweichlich. Windeinwirkungen auf Hochhäuser, Querschwingungen von Türmen und Schloten, Strukturen in Erdbebengebieten,...

SCIA Engineer enthält spezielle Module, die allgemeine dynamikbezogene Probleme behandeln. In diesem Kurs werden die verschiedenen Aspekte dieser Module eingehend betrachtet.

Zunächst wird das Fundament dynamischer Berechnungen untersucht: die Berechnung der Eigenfrequenzen. Eigenfrequenzen bilden die Grundlage für alle Arten von dynamischen Analyse.

In einem der letzten Kapitel wurde die Berechnung der Eigenfrequenz um harmonische Lasten erweitert: So kann beispielsweise der Einfluss von Schwingungen durch Maschinen ermittelt werden.

In zwei Kapiteln werden Erdbebenberechnungen und der Einfluss von Dämpfung auf erdbebengeformte Einwirkungen behandelt.

Alle Kapitel sind mit Beispielen bebildert. Die relativ einfachen Beispiele wurden gezielt gewählt, um ein klares Verständnis dafür zu vermitteln, was in dynamischen Berechnungen eigentlich geschieht. Zu diesem Zweck wurden fast alle Berechnungen durch manuelle Berechnungen überprüft, um einen guten Einblick in die Anwendung der Theorie in SCIA Engineer zu geben.

Wenn die Prinzipien klar verstanden sind, können sie ohne Schwierigkeiten auf komplexere Strukturen angewandt werden.



Die Funktionalitäten aus den Kapiteln 2 bis 9 sind in der 64-Bit-Version von SCIA Engineer verfügbar.

Momentan sind Funktionen von Kapitel 10 bis 13 nur in der 32-Bit-Version verfügbar.

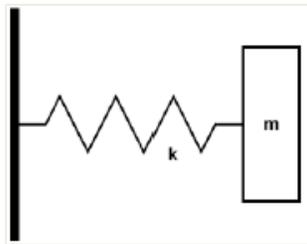
Kapitel 2: FREIE SCHWINGUNG - EIGENFREQUENZEN

In diesem Kapitel wird die Berechnung der Eigenfrequenzen in SCIA Engineer detailliert erläutert. Eigenfrequenzen können erforderlich sein, um Komfortkriterien für Bauwerke zu überprüfen, die windbedingte Resonanz für Brücken zu analysieren und die Anforderungen für sensible Ausrüstung zu überprüfen,... Zunächst wird die Theorie hinter der Berechnung diskutiert und an einem Beispiel illustriert. Das Verfahren wird dann sowohl für Rahmen- als auch für Plattenstrukturen verwendet. Die Ergebnisse aller Beispiele werden mit manuellen Berechnungen verglichen, um ein klares Verständnis der angewendeten Prinzipien zu erhalten.

2.1 Theorie

Um zu verstehen, was bei der dynamischen Analyse einer komplexen Struktur mit Rahmen oder finiten Elementen vor sich geht, wird die freie Schwingung eines SDOF-Systems (Single Degree of Freedom) detailliert betrachtet. Eine vollständige Übersicht finden Sie im Bezug auf [1].

Betrachten Sie das folgende System:



Ein Massenkörper m kann sich frei in eine Richtung bewegen. Eine Feder mit konstanter Steifigkeit k , die an einem Ende fixiert ist, ist am anderen Ende am Körper angebracht.

Bewegungsgleichung kann geschrieben werden als:

$$m \cdot \ddot{y}(t) + k \cdot y(t) = 0 \quad (2.1)$$

Eine Lösung für diese Differentialgleichung ist:

$$y(t) = A \cdot \cos(\omega t)$$

Durch Einfügen in (2.1) ergibt folgendes:

$$(-m \cdot \omega^2 + k) \cdot A \cdot \cos(\omega t) = 0 \quad (2.2)$$

Dies bedeutet, dass

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.3)$$

Wo ω wird die Eigenfrequenz genannt.

Die Eigenzeit T kann geschrieben werden als:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (2.4)$$

Die Eigenfrequenz (oder Eigenfrequenz) f kann geschrieben werden als:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (2.5)$$

Die Gleichung (2.1) für eine allgemeine MDOF-Struktur (Multipler Freiheitsgrad) kann in der Matrixschreibweise geschrieben werden:

$$M \cdot \ddot{U} + K \cdot U = 0 \quad (2.6)$$

Wo:

- U ist der Vektor der Verschiebungen und Verdrehungen in Knoten,
- \ddot{U} ist Vektor entsprechender Beschleunigungen,
- K ist die während der dynamischen Berechnung zusammengesetzte Steifigkeitsmatrix,
- M ist die während der dynamischen Berechnung zusammengesetzte Massenmatrix.

Aus dieser Gleichung geht hervor, dass das für eine statische Analyse erstellte Berechnungsmodell mit Zusatzdaten ergänzt werden muss: Massen.

Die Lösungen von (2.6) sind harmonische Funktionen in der Zeit. Eine mögliche Lösung kann die folgende Form haben:

$$U = \Phi \cdot \sin(\omega \cdot (T - T_0)) \quad (2.7)$$

Beachten Sie, dass in dieser Lösung eine Trennung der Variablen erhalten wurde:

- Der erste Teil (Φ) ist eine Funktion von räumlichen Koordinaten,
- Der zweite Teil, $\sin(\omega \cdot (T - T_0))$, ist eine Funktion der Zeit.

Beim Ersetzen von (2.7) in (2.6) wird eine Gleichung, die als **Generalisierte Eigenproblem-Gleichung** bekannt ist:

$$K \cdot \Phi - \omega^2 \cdot M \cdot \Phi = 0 \quad (2.8)$$

Die Lösung von (2.8) ergibt so viele Eigenformen wie Gleichungen vorhanden sind

Jeder Eigenmodus besteht aus 2 Teilen:

- Ein Eigenwert: Wert ω_i
- Eine Eigenform: Vektor Φ_i , der nicht vollständig ermittelt wurde. Die Verformungsform ist bekannt, der Maßstabfaktor ist unbekannt.

Dieser Maßstabfaktor kann auf verschiedene Weise gewählt werden. Im nächsten Absatz wird dies weiter erläutert.

Einen Überblick über den mathematischen Ansatz (Matrix) hinter der Berechnung von Eigenwerten und Eigenformen finden Sie im Bezug [25].

2.2 Eigenfrequenzen in SCIA Engineer

In SCIA Engineer als Maßstabbeiwert wurde eine **M-Orthonormalisierung** implementiert. Dies zeigt sich im folgenden Verhältnis:

$$\Phi_i^T \cdot M \cdot \Phi_i = 1 \quad (2.9)$$

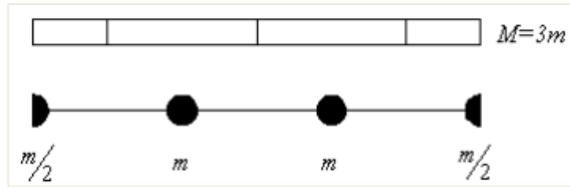
Einige der Merkmale der M-Orthonormalisierung sind:

$$\Phi_j^T \cdot M \cdot \Phi_i = 0 \quad \text{quand } i \neq j \quad (2.10)$$

$$\Phi_i^T \cdot K \cdot \Phi_i = \omega_i^2 \quad (2.11)$$

Die M-Matrix (die Massenmatrix) kann auf verschiedene Arten berechnet werden. SCIA Engineer verwendet die so genannte **Repräsentation der massenbewehrten Massenmatrix** der M-Matrix. Da es sich bei der M-Matrix in diesem Fall um eine Diagonalmatrix handelt, bietet die Steifen-Massenmatrix beträchtliche Vorteile hinsichtlich der Speichernutzung und des Rechenaufwands. Die Massen werden somit zu den **Knoten des FE-Netzes geführt**.

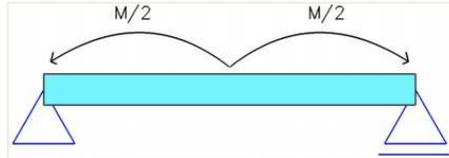
Dieses Prinzip ist in der Abbildung [28] illustriert:



Die Berechnung der Eigenformen und Eigenfrequenzen erfolgt somit in einem diskretisierten FINITE-Elemente-Modell der Struktur. Das bedeutet, dass anstelle einer allgemeinen Struktur mit unendlich vielen Freiheitsgraden ein Berechnungsmodell mit einer **endlichen Anzahl an Freiheitsgraden** analysiert wird. Die Anzahl der Freiheitsgrade kann generell durch eine einfache Multiplikation ermittelt werden: Die **Anzahl der Netzknoten** wird **mit der Anzahl möglicher Verschiebungen im Knoten** multipliziert.

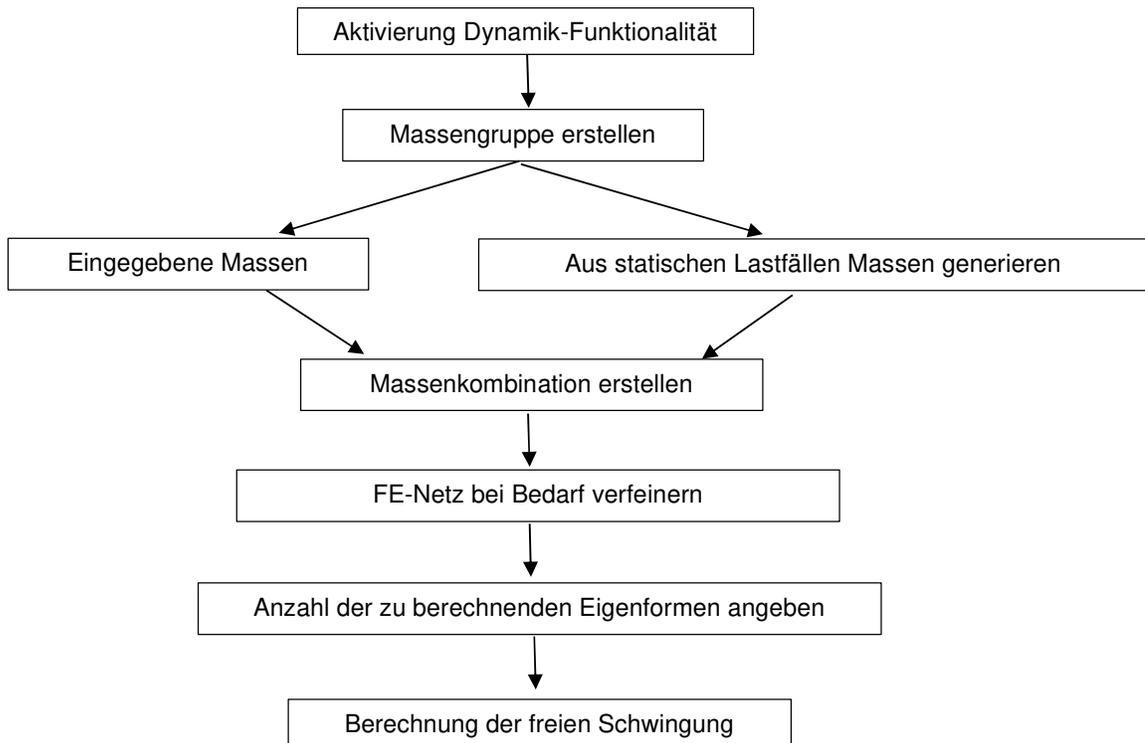
Es ist wichtig zu wissen, dass **die Genauigkeit des Modells** im Verhältnis zur "Genauigkeit der Diskretisierung", d. h. zur **Anzahl der Elemente** des FE-Netz liegt. Diese Verfeinerung hat in den statischen Berechnungen so gut wie keine praktische Bedeutung. Bei dynamischen und nichtlinearen Analysen wirkt sich dies jedoch erheblich auf die Genauigkeit der Ergebnisse aus.

Betrachten Sie das folgende Beispiel. Ein Träger an zwei Auflagern wird durch sein Eigengewicht belastet. Standardmäßig (für eine statische Berechnung) gibt es nur ein FE-Element für den Balken. Unter Berücksichtigung der oben genannten Elemente wird die Masse M des Trägers zu den zwei Endknoten des Trägers geführt, da diese mit den Netzknoten des FE-Netzes übereinstimmen.



In diesem Fall bedeutet dies, dass sich die gesamte Masse in den Auflagern befindet, sodass keine Masse in Schwingung gehen kann und die dynamische Berechnung nicht ausgeführt werden kann. Wie angegeben ist hier eine Netzverfeinerung erforderlich, um Ergebnisse zu erhalten.

Im folgenden Diagramm werden die für die Berechnung der freien Schwingung erforderlichen Schritte angezeigt:



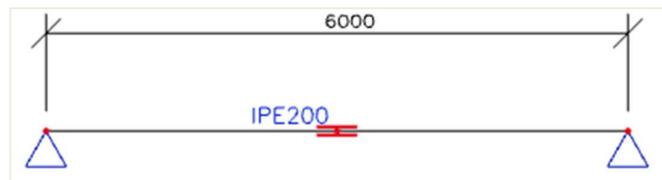
Die Analogie zwischen einer statischen und dynamischen Berechnung ist klar:

- In einer statischen Berechnung **werden die Lasten** in **Lastfällen** gruppiert, und die Lastfälle werden in **Kombinationen** verwendet.
- In einer dynamischen Berechnung **werden Massen** in **Massengruppen** und die Massengruppen werden in **Massenkombinationen** verwendet.

Die erforderlichen Schritte aus diesem Diagramm werden im folgenden Beispiel veranschaulicht.

Example_02-1.esa

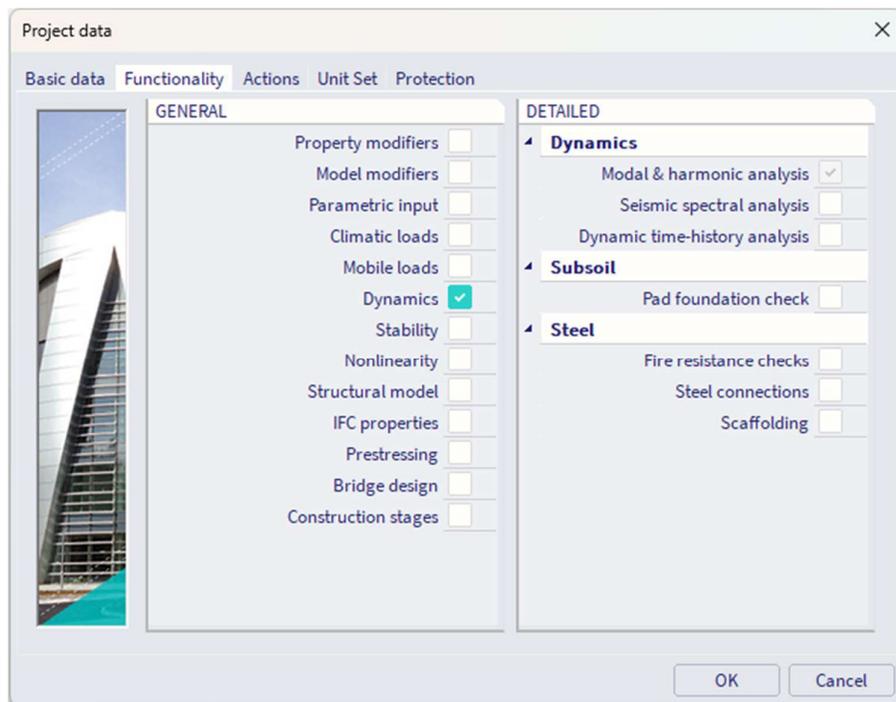
In diesem Beispiel wird ein Träger an zwei Auflagern modelliert. Der Träger hat einen Querschnitt vom Typ **IPE 200**, eine Länge von **6 m** und wird in **S235** nach **EC-EN** hergestellt. Ein Knoten wurde zur Mitte des Trägers hinzugefügt, was es ermöglicht, eine Knotenmasse an dieser Stelle hinzuzufügen.



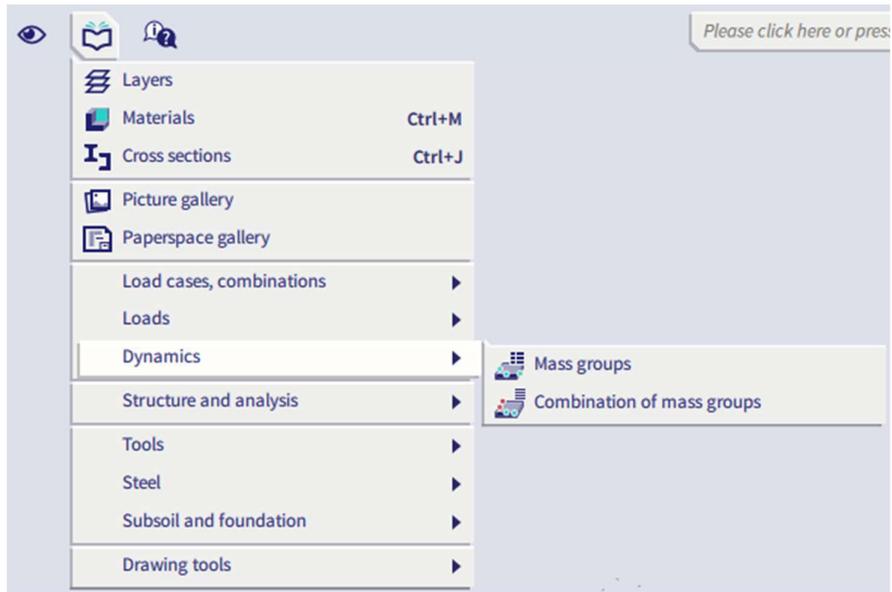
Nur ein statischer Lastfall wird erstellt: das **Eigengewicht** des Trägers.

Schritt 1: Funktionalität

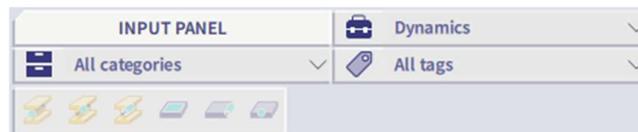
Der erste Schritt in der dynamischen Berechnung besteht im Aktivieren der Funktion **Dynamik** auf der **Registerkarte Funktionalität** in den **Projektdateien**.



Wenn dies geschehen ist, erscheint im Hauptmenü "Bibliothek" ein neues Menü, "Dynamik":

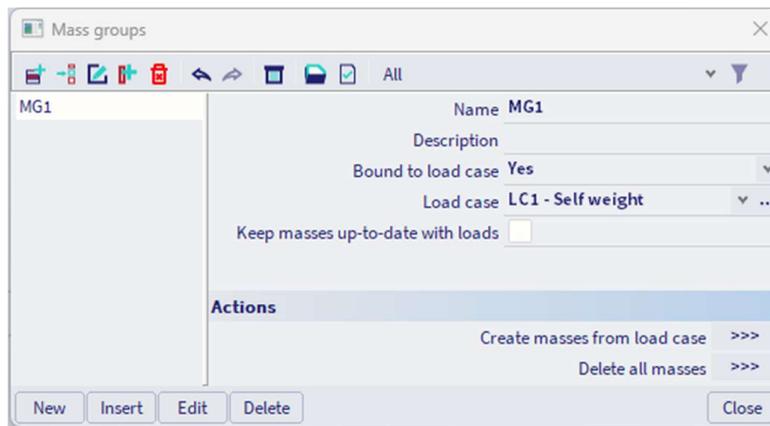


Und im Eingabebereich:



Schritt 2: Massengruppe

Der zweite Schritt ist das Erstellen einer **Massengruppe**.



Wie im Diagramm angezeigt, wird eine Massengruppe verwendet, um Massen auf die gleiche Weise zu gruppieren, wie ein Lastfall als Gruppe der Lasten verwendet wird. Wenn eine Massengruppe definiert ist, können Massen eingegeben werden.

SCIA Engineer ermöglicht dem Benutzer auch das Erstellen von Massen aus einem statischen Lastfall. Wenn beispielsweise ein Dachgewicht als Linienlast eingegeben wird, werden mit der Aktion **"Massen aus Lastfall erstellen"** automatisch Massen aus diesen Linienlasten generiert. Dass damit schnell erforderliche Daten eingegeben werden können, liegt auf der Hand. Wenn die Option **"Massen gleichzeitig mit Lasten aktualisieren"** aktiviert ist, entstehen bei der Aktion zum Erstellen von Massen Massen, die mit den Lasten des Lastfalls verknüpft bleiben. Die Massenmenge in einer 'verknüpften' Masse wird jedes Mal aktualisiert,

wenn Sie auf die Aktionsschaltfläche "Lastfall Massen erstellen" oder jedes Mal, wenn Sie eine Berechnung ausführen.

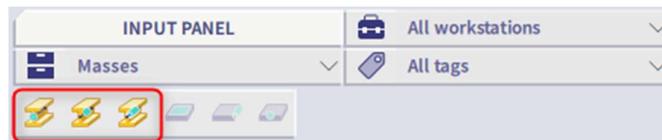
Hinweis:

- Das Eigengewicht einer Struktur wird für eine dynamische Berechnung immer automatisch berücksichtigt. Auch wenn es keine Massengruppe gibt, die mit dem Eigengewicht verbunden ist. Die Masse des Eigengewichts wird nicht angezeigt.
- Wenn Sie einen Lastfall angeben, aber nicht die Aktion 'Massen aus Lastfall bilden' verwendet werden, geschieht nichts: es werden keine Massen erstellt.
- Beim Erstellen von Massen aus Lasten verwendet SCIA Engineer die Erdbeschleunigung, die auf der Registerkarte **Lasten** der **Projektdatei festgelegt ist**. Standardmäßig ist dieser Wert **9,81 m/s²**.
- Die Masse bleibt nach jeglicher Änderung oder Löschung der Ausgangskraft unverändert. Wenn die Masse der neuen Kraft entsprechen soll, muss sie gelöscht und neu erzeugt werden.
- Die Masse wird nur aus Vertikalkraftkomponenten generiert.
- Freie Lasten können nicht in Massen umgewandelt werden.

Schritt 3: Massen

Beim Erstellen von Massengruppen **können Massen** in die Struktur eingegeben werden. SCIA Engineer ermöglicht die Eingabe von:

- Knotenmasse
- Einzelmasse auf Stab
- Linienmasse auf Stab



- Flächenmasse
- Linienmasse auf Flächenkante
- Einzelmasse auf Flächenkante



In diesem Beispiel **wird am mittleren Knoten des Trägers mit "Masse in Knoten" eine Masse von 500 kg eingegeben**.

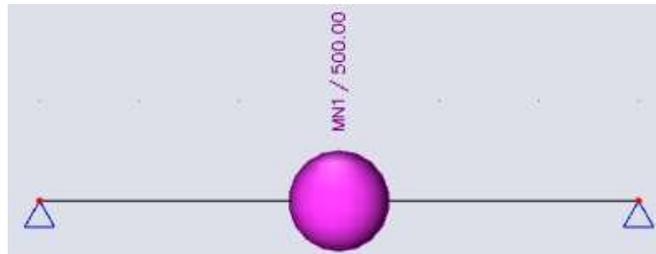


Die Parameter **Koeff mx**, **Koeff my** und **Koeff mz** geben an, wie viel der Masse an der Schwingung entsprechend der globalen X-, Y- oder Z-Achse beteiligt wird.

Das kann zum Beispiel in einem Schlot verwendet werden: Wenn **Koeff mx** auf 1 gesetzt wird und **Koeff my** und **Koeff mz** 0 genommen werden, kann die Masse nur in globaler X-Richtung schwingen, sodass wir nur die Eigenformen in dieser Richtung erhalten werden.

Imx, **Imy** und **Imz** definieren das Trägheitsmoment um die globale x-, y- oder z-Achse. Standardmäßig ist eine Knotenmasse konzentriert, sodass sie kein Massenträgheitsmoment hat. Wenn die Masse eine große Maschine darstellt, kann das Trägheitsmoment dieser Maschine eingegeben werden.

Die Knotenmasse von **500 kg** ist am mittleren Knoten des Trägers eingegeben:

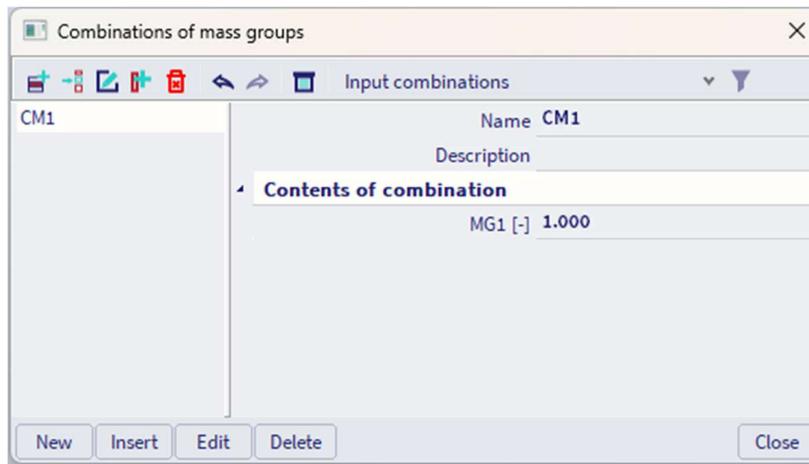


Hinweis:

- Um Massen und Massenkennungen anzuzeigen, klicken Sie mit der rechten Maustaste auf den Bildschirm und wechseln Sie zu + « **Ansichtparameter für alle festlegen** » und der Registerkarte « **Lasten / Massen** ».
- Massen sind **Zusatzdaten**, die auf andere Entitäten verschoben /kopiert werden können.

Schritt 4: Massenmatrix

Als nächstes können die Massengruppen in einer **Kombination von Massengruppen** kombiniert werden. Dies ist eigentlich die Massenmatrix M , die am Anfang dieses Kapitels erwähnt wurde.

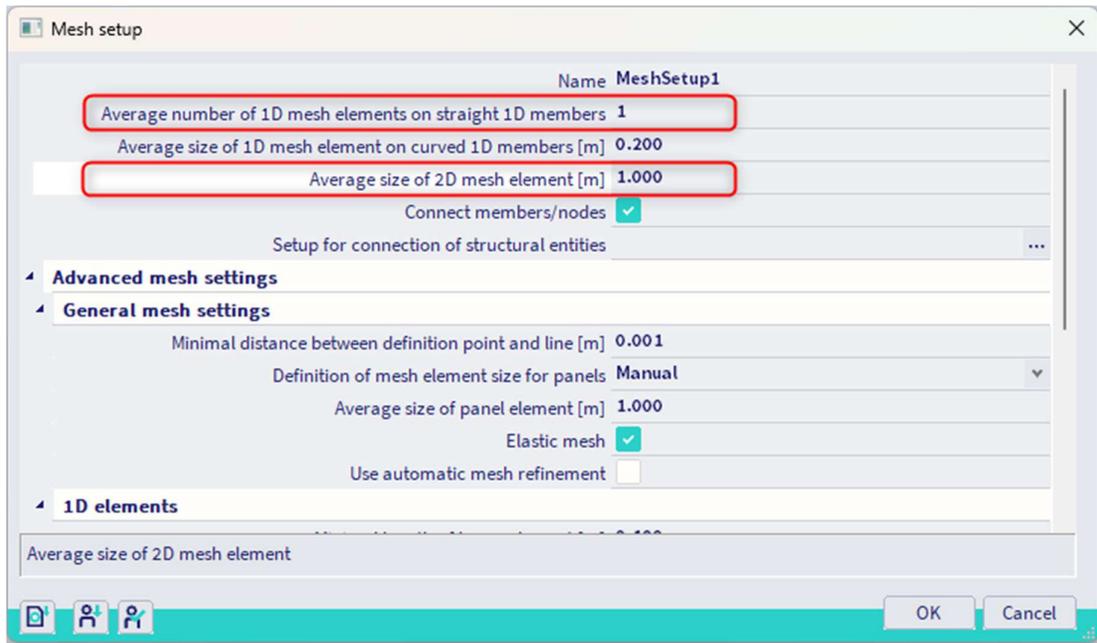


Die Massengruppen-Kombination funktioniert auf die gleiche Weise wie eine lineare Lastfallkombination. Für jede Massengruppe kann ein Multiplikationsbeiwert eingegeben werden. Dieser Beiwert kann verwendet werden, wenn sich die Masse einer Struktur während ihrer Lebensdauer ändert. Nehmen wir zum Beispiel einen Wasserbehälter. Eine Massengruppen-Kombination kann mit einem Beiwert 1,00 erstellt werden, um einen vollen Behälter festzulegen, und eine andere Massengruppen-Kombination kann mit dem Beiwert 0,50 erstellt werden, um einen halb voll befüllten Tank zu definieren. Auf diese Weise können beide Fälle gleichzeitig berechnet werden. Wie in Schritt 2 dargelegt: Das Eigengewicht wird für jede Massengruppen-Kombination automatisch berücksichtigt.

5. Schritt 5: FE-Netz einstellen

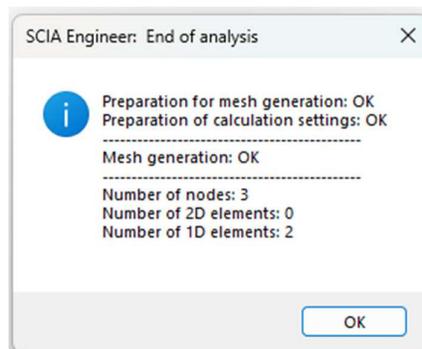
Nach dem Ausführen der vorigen Schritte kann bereits die Berechnung gestartet werden. Wie bereits erwähnt, kann es jedoch erforderlich sein, das FE-Netz zu verfeinern.

Dies kann man über das Hauptmenü **Werkzeuge / Berechnung & FE-Netz- / NETZ-Einstellungen** tun :



Für 1D-Bauteile (Träger) kann die **mittlere Anzahl der Teilungen des 1D-Elements** erhöht werden. Generell sind **5 bis 10** Teilungen für dynamische Berechnung ausreichend. Wenn ein zu hoher Betrag angegeben wird, dauert die Fertigstellung der Berechnung lange. Für 2D-Elemente (Platten & Schalenteile) muss die **mittlere Größe des 2D-Elements** geändert werden.

In diesem Beispiel ist aufgrund des Einfügens des mittleren Knotens bereits ein Netzknoten vorhanden, sodass ein dichteres FE-Netz nicht erforderlich ist. Dies kann man nach der Netzgenerierung sehen:

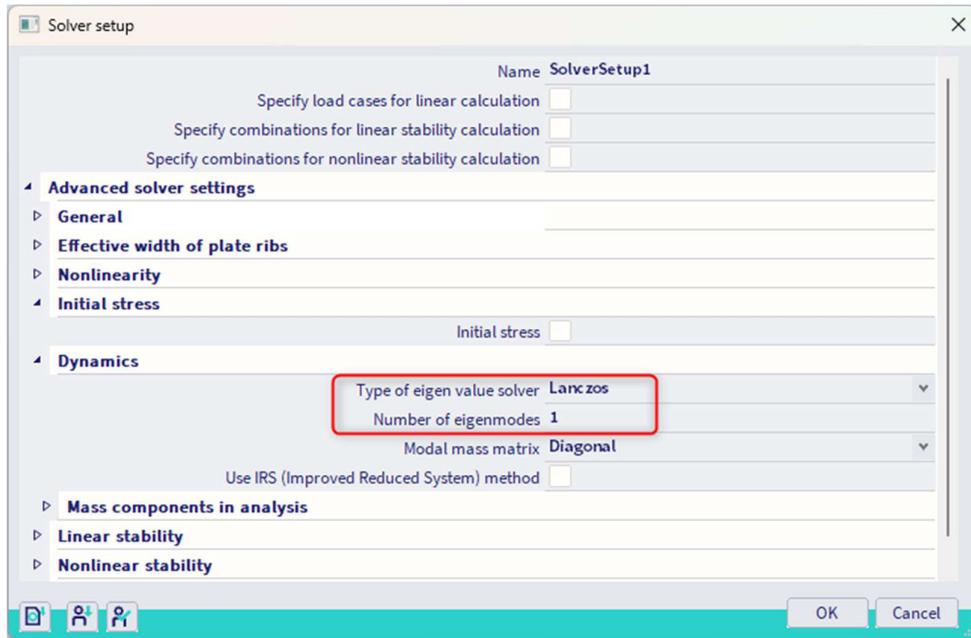


Hinweis: Um die Nummerierung der FINITEN Elemente anzuzeigen, klicken Sie mit der rechten Maustaste auf den Bildschirm + « **Ansichtparameter für alle festlegen** »:

- Tab « **Struktur** », in « **Netz** », und aktivieren Sie das Aktivieren «**Netz zeichnen**».
- Register « **Kennungen** », in « **Netz** » aktivieren Sie « **Kennung & 1D-Elemente anzeigen** ».

Schritt 6: Einstellung des Rechenkernes

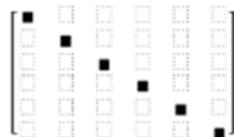
Ein weiterer wichtiger Schritt vor dem Starten der Berechnung ist das Angeben der Menge der Eigenformen, die berechnet werden müssen und mit welcher Methode sie berechnet werden sollen. Dies kann über das Hauptmenü **Werkzeuge / Berechnung & FE-Netz / Rechenkern-Einstellungen** tun.



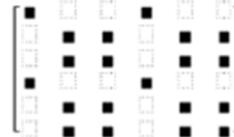
Standardmäßig wird die **Lanczos-Methode** verwendet. Dieses Verfahren wird auch in älteren Projekten, wo ursprünglich eine andere Methode verwendet wurde, als Standard festgelegt. Im Vergleich zu älteren Methoden ist die Lanczos-Methode schneller und stabiler. Wie oben erläutert, ist die Anzahl der Eigenfrequenzen von der Anzahl der Freiheitsgrade der Struktur abhängig, die im Turnus von der Diskretisierung abhängig sind.

In diesem Beispiel kann nur der Netzknoten in der Mitte des Trägers vertikal schwingen. Es muss daher nur ein Eigenmodus berechnet werden. Die **Anzahl der Frequenzen** kann somit auf 1 gesenkt werden.

Die Modalmassematrix kann **diagonal** oder **konsistent sein**. Im ersten Fall (Diagonalmatrix) sind Massen auf Knoten betroffen Die Matrix enthält nur Komponenten in Diagonale und in Verschiebung (nicht in Verdrehung). Dieses Verfahren ist schneller, aber weniger präzise. Im zweiten Fall (konsistente Matrix) werden die Massen mit Formfunktionen entlang des Elements verteilt. Die Matrix enthält Komponenten in Verschiebung (jedoch nicht in der Diagonale) und auch in Verdrehung. Dieses Verfahren ist genauer, kann aber zu einer längeren Rechenzeit führen.



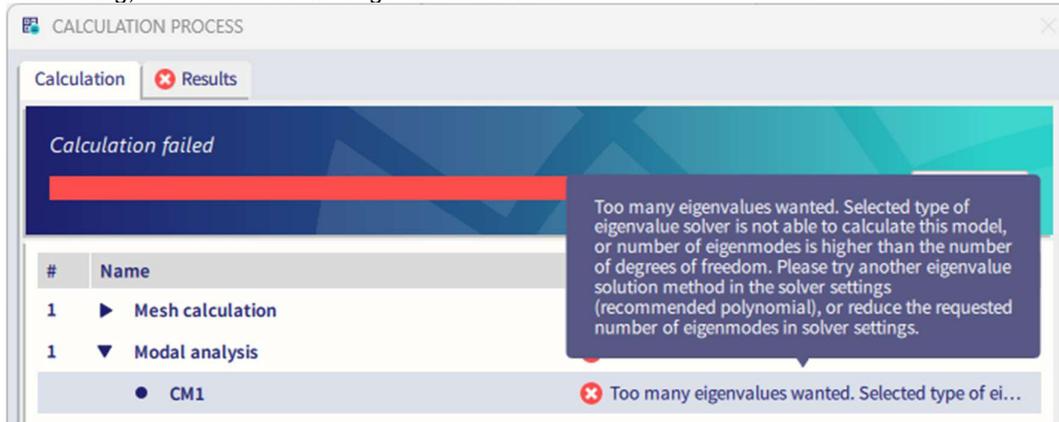
Diagonalmatrix



Konsistente Matrix

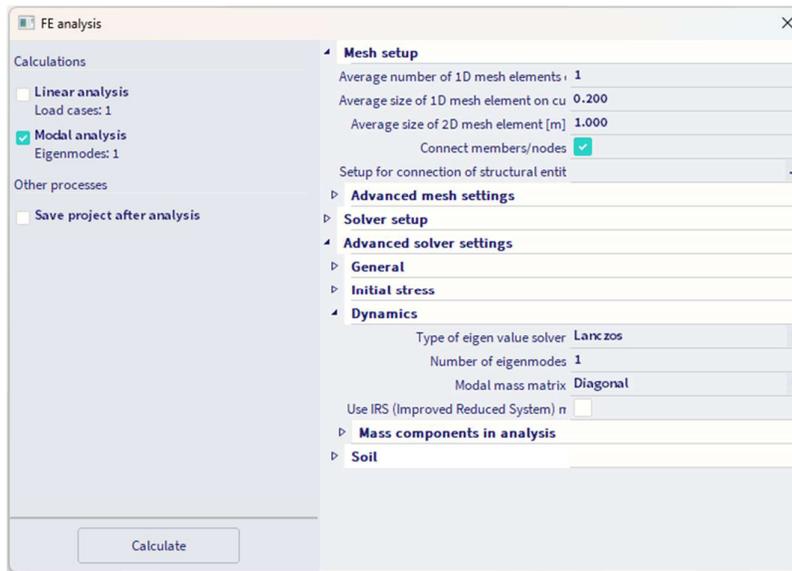
Die Option "IRS-Verfahren (Improved Reduced System) verwenden" erfordert, dass zuerst Geschosse definiert werden, daher kann diese Option derzeit nicht verwendet werden. "Ergebnisse für Wand-Eigenformen erzeugen (erforderlich für ETools)" wird nur verwendet, wenn Sie das Zusatzprogramm ETools zur Analyse der Erdbebeneffekte von Mauerwerken verwenden.

Hinweis: Wenn die Anzahl der Frequenzen größer ist als die Anzahl der Freiheitsgrade, wird während der Berechnung eine Meldung angezeigt, die besagt, dass die Berechnung nicht ausgeführt werden kann. Die Lösung besteht im Verringern der Anzahl der zu berechnenden Frequenzen oder das Anwenden einer Netzverfeinerung, damit mehr Freiheitsgrade entstehen.



Schritt 7: Modalanalyse

Der letzte Schritt ist die Berechnung der **Modalanalyse** über das Hauptmenü **Werkzeuge / Berechnung & FE-Netz / Berechnen**.



Nach der Ausführung der Berechnung wird die Option **Eigenfrequenzen** auf der Arbeitsstation "Ergebnisse" verfügbar:



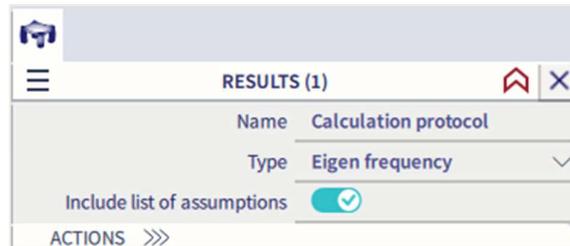
In der Vorschau wird das folgende Ergebnis angezeigt:

Eigen frequencies				
N	f	ω	ω^2	T
	[Hz]	[1/s]	[1/s ²]	[s]
Mass combination : CM1				
1	6.32	39.69	1575.58	0.16

8. Schritt: Berechnungsprotokoll

Demnach soll die Eigenfrequenz des ersten Modus bei **6,32Hz** liegen.

Um die Ergebnisse genauer anzuzeigen, können Sie das Berechnungsprotokoll für die Berechnung der **Eigenfrequenzen** ansehen:



Calculation protocol

Solution of Free vibration

Number of 2D elements	0
Number of 1D elements	2
Number of mesh nodes	3
Number of equations	18
Combination of mass groups	CM1
Modification group	None
Number of frequencies	1
Method	Lanczos
Bending theory	Mindlin
Type of analysis model	Standard
Modal mass matrix	Diagonal

Sum of masses

	Mass type	X [kg]	Y [kg]	Z [kg]
CM1	Moving mass	567.12	634.23	567.12
CM1	Total mass	634.23	634.23	634.23

Relative modal masses

Mode	iega [rad]	Period [s]	Freq. [Hz]	Γ_{xi}	Γ_{yi}	Γ_{zi}	W_{xi}/W_{xtot}	W_{yi}/W_{ytot}	W_{zi}/W_{ztot}	xi_R/W_{xtot}	yi_R/W_{ytot}	zi_R/W_{ztot}
1	39.6947	0.16	6.32	0.0000	0.0000	-23.8142	0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
							0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Lassen Sie uns mehr über die Ergebnisse im Berechnungsprotokoll sehen.

Lösung der freien Schwingung:

- Das Modell wurde in **2 finite Elemente** unterteilt, woraus **3 Netzknoten entstanden** sind.
- Jeder Knoten hat 6 Freiheitsgrade (X, Y, Z, Rx, Ry, Rz), woraus **18 Gleichungen** entstehen.
- Die Kombination der Massengruppen für die Ergebnisse war **CM1**.
- Die **Anzahl der Frequenzen**, die in den Einstellungen des Rechenkerns eingestellt sind, ist **1**.
- Für diese Berechnung wurde das **Lanczos-Verfahren** verwendet.

Die Summe der Massen zeigt die Masse, die für diese Kombination von Massengruppen (**CM1**) **schwingen kann**. In diesem Beispiel werden dies durch die Masse von 500 kg und die Masse des Trägers bestimmt.

Die Masse des Trägers kann wie folgt berechnet werden:

- Der Träger ist gemäß IPE 200 mit Querschnitt $A= 0,00285 \text{ m}^2$
- Die Stablänge beträgt 6 m
- Die Volumenmasse von S 235 beträgt 7850 kg/m^3 .

$$M = 0,00285 \text{ m}^2 * 7850 \text{ kg/m}^3 = 22.3725 \text{ kg/m}$$

Um die Gesamtmasse zu finden, müssen wir die Massen den Netzknoten zuordnen und die möglichen Schwingungen berücksichtigen:

- Für Knoten 1: $1,5 \text{ m} * 22,3725 \text{ kg/m} = 33,5587 \text{ kg}$
(1/4 der Trägermasse geht in den linken Knoten)
- Für Knoten 2: $3,0 \text{ m} * 22,3725 \text{ kg/m} + 500 \text{ kg} = 67.1175 \text{ kg} + 500 \text{ kg} = 567,1175 \text{ kg}$
(1/2 der Trägermasse geht zusammen mit der Knotenmasse in den mittleren Knoten)
- Für Knoten 3: $1,5 \text{ m} * 22,3725 \text{ kg/m} = 33,55875 \text{ kg}$
(1/4 der Trägermasse geht in den rechten Knoten)



	Richtung X	Richtung Y	Richtung Z
Knoten 1	Fest	(Rahmen XZ)	Fest
Knoten 2	567,1175 kg	(Rahmen XZ)	567,1175 kg
Knoten 3	Fest	(Rahmen XZ)	Fest
Gesamt	634,2349 kg	X	634,2349 kg
Rechenprotokoll	634,23 kg	0 kg	634,23 kg

Wie Sie sehen können, entspricht die Massensumme im Berechnungsprotokoll der Summe der Massen in allen Netzknoten, wobei die Freiheitsgrade in jedem Knoten berücksichtigt werden.

Es liegt auf der Hand, dass ein dichteres Netz eine genauere Beteiligung der Trägermasse ermöglichen wird.

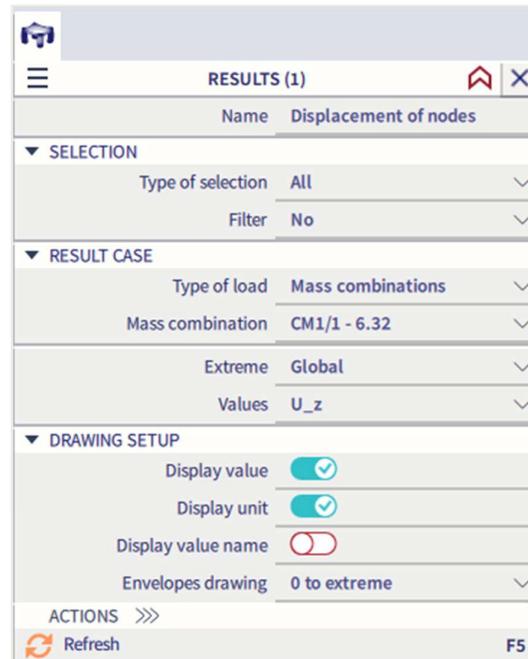
Die **Modale Beteiligungsbeiwerte** zeigen die Masse, die in einer bestimmten Eigenform schwingt, als Prozentsatz der Gesamtmasse an. In diesem Beispiel ist $W_{zi}/W_{z\text{tot}}$ gleich 1, was bedeutet, dass 100% der Masse für die erste Eigenform in vertikale Richtung schwingt. Das heißt, in den anderen Freiheitsgraden wird keine Masse in Z-Richtung ausgehängt sein.

Der $W_{yi_R}/W_{y\text{tot_R}}$ gleich 1 ist, bedeutet, dass diese erste Eigenformen die einzige Eigenformen ist, in der sich Masse um die globale y-Achse drehen kann.

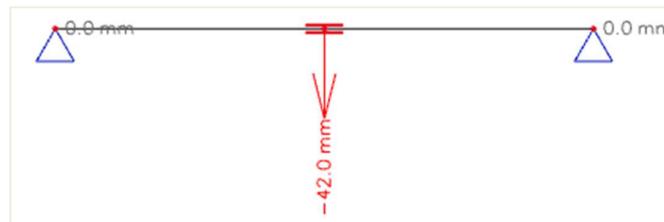
Nebenbei sei darauf hingewiesen, dass sich diese Ergebnisse stark ändern werden, wenn wir ein feineres Netz verwenden. Da mehr Knoten mehr Freiheitsgrade und damit mehr mögliche Eigenformen hinzufügen. Diese Faktoren werden in den Erdbebenberechnungen detailliert untersucht.

Schritt 9: Verformungen in Knoten

Die Eigenform kann durch **Verformungen von Knoten** visualisiert werden.



- « Auswahl » = Alles
- « Lasttyp » = **Massen-Kombinationen**
- Für jeden Eigenmodus kann jetzt eine spezifische Massenkombination angezeigt werden.
- « Wert » = **Uz** für die Ansicht der Verschiebung von Knoten



Displacement of nodes

Modal shapes are normalized, so that the generalized modal mass of each mode is equal to 1kg.
 Mass combination: CM1/1 - 6.32
 Extreme: Global
 Selection: All

Name	Case	U _x [mm]	U _z [mm]	Φ _y [mrad]	U _{total} [mm]
N1	CM1/1 - 6.32	0.0	0.0	20.7	0.0
N3	CM1/1 - 6.32	0.0	-42.0	0.0	42.0
N2	CM1/1 - 6.32	0.0	0.0	-20.7	0.0

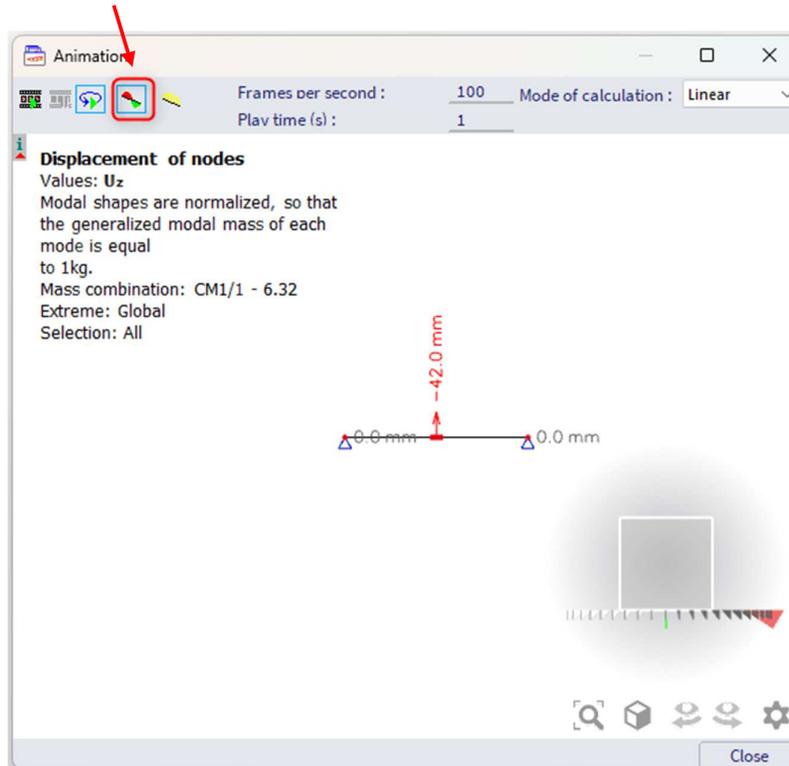
Das Ergebnis ist wie erwartet: der innere Knoten schwingt. Ein dichteres Netz bietet eine viel bessere Repräsentation der Eigenform. Es ist wichtig zu bedenken, dass eine **Vibration in zwei Richtungen liegt**: in diesem Fall wird die Eigenkraft sich nach oben bewegen, jedoch eine halbe Periode später nach unten.

Freie Schwingung gibt nur die Vorstellung der Struktureigenschaften und ermöglicht eine Prognose des Verhaltens der Struktur unter zeit-veränderlichen Lastbedingungen. In der Natur bevorzugt jeder Körper den Stillstand. Wenn sie sich bewegen müssen, bevorzugen sie die Art und Weise, in der ein minimaler Energieverbrauch erforderlich ist. Diese Bewegungsweisen sind die Eigenformen.

Die **Eigenformen** stellen nicht die tatsächliche Verformung der Struktur dar. Sie zeigen nur Verformungen, die **für die Struktur "natürlich" sind**. Aus diesem Grund sind die Größen der berechneten Verschiebungen dimensionslose Zahlen. Die angegebenen Zahlen sind orthonormiert, das heißt sie haben ein besonderes Verhältnis zu den Massen im Modell. Der Absolutwert der einzelnen Zahlen ist nicht wichtig. Es kommt auf ihr gegenseitiges Verhältnis an.

Die Schwingung der Struktur kann über das Hauptmenü **Ergebnisse > Fenster für bewegte Bildanzeige** angezeigt werden.

Wenn Sie die Option « Umstellung... » aktivieren, wird die aktuelle Schwingung in beide Richtungen angezeigt.



Hinweis: Mit der STRG + rechten Maustaste kann die Struktur im "Animation" Fenster gedreht werden.

Manuelle Berechnung

Um die Ergebnisse von SCIA Engineer zu überprüfen, wird die Eigenfrequenz dieser Struktur durch eine manuelle Berechnung berechnet.

Folgendem Bezug [1] kann die Kreisfrequenz eines Balkens auf zwei Auflagern mit einer Masse in der Mitte wie folgt berechnet werden:

$$\omega^2 = 48 \cdot \frac{EI}{ML^3}$$

Mit:

- ω: Kreisfrequenz
- E: Elastizitätsmodul von Young
- I_{ch}: Stabträgheitsmoment
- L: Stablänge
- M: Masse in der Stabmitte

In diesem Beispiel:

- E = 210000 N/mm²
- I_y = 19430000 mm⁴
- L = 6000 m
- M = 500 kg

Also haben wir:

$$\omega^2 = \frac{48 * 210000 \text{ N/mm}^2 * 19430000 \text{ mm}^4}{500 \text{ kg} * (6000 \text{ mm})^3} = 1813,47 \text{ rad}^2/\text{s}^2$$

$$\omega = 42,58 \text{ rad/s}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 6,78 \text{ Hz}$$

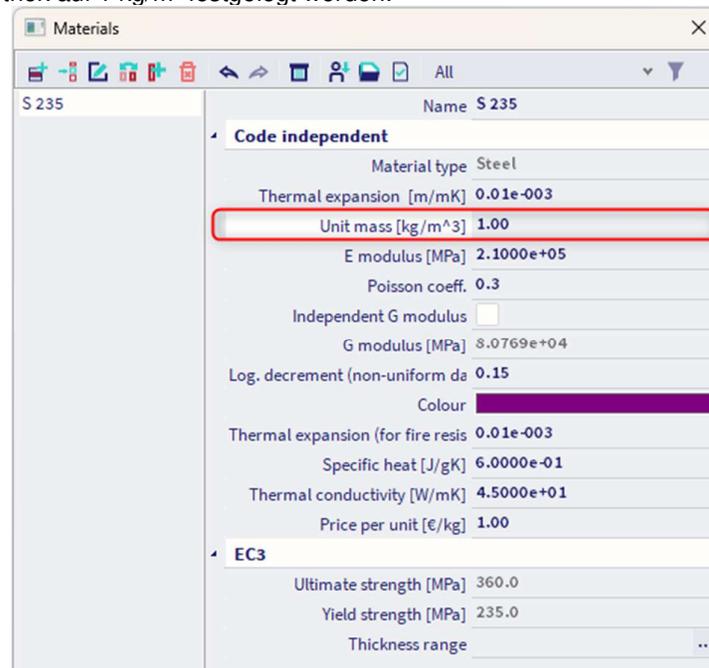
Das von SCIA Engineer ermittelte Ergebnis betrug **6,32 Hz**.

Die Differenz in den Ergebnissen wird durch zwei Annahmen in der manuellen Berechnung verursacht:

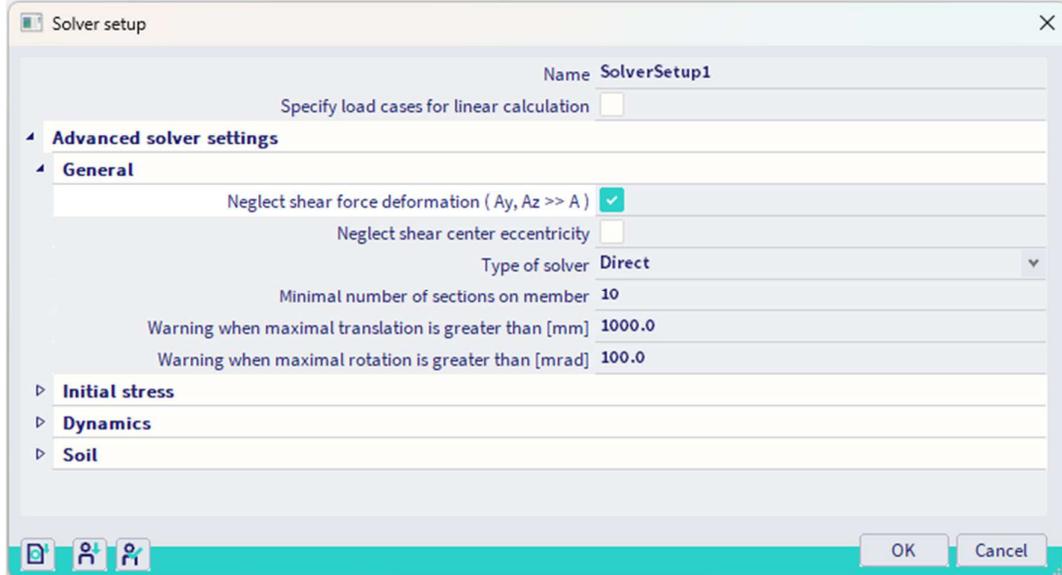
- Bei der manuellen Berechnung wird das Eigengewicht des Trägers nicht berücksichtigt.
Da $\omega = \sqrt{k/m}$ führt eine niedrigere Masse zu einem höheren ω und einem höheren f .
- Schubverformungen werden in der manuellen Berechnung nicht berücksichtigt.
Eine untere Verformung führt zu einer höheren Steifigkeit k , einem höheren ω und einem höheren f .

Diese beiden Annahmen können auch im Berechnungsmodell von SCIA Engineer implementiert werden:

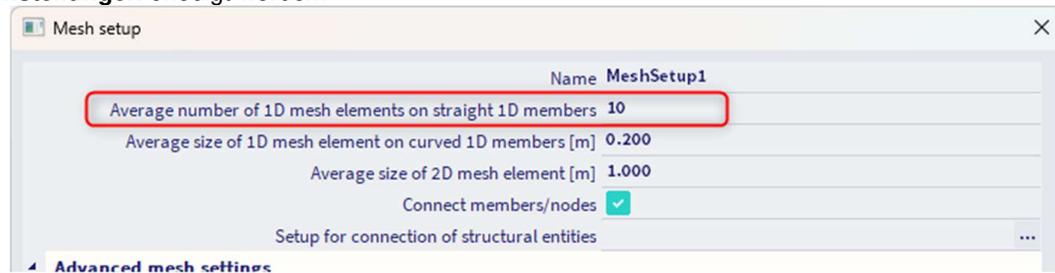
- Um das Eigengewicht nicht zu berücksichtigen, kann die volumetrische Masse von S235 in der Materialbibliothek auf 1 kg/m³ festgelegt werden:



- Um die Schubverformung zu vernachlässigen, aktivieren Sie diese Option über das Menü **Werkzeuge / Berechnung & Netz/ Rechenkerneinstellungen**:



- Um ein korrektes und genaues Ergebnis zu erhalten, muss das Netz zudem auf 10 FINITE Elemente verfeinert werden. Dies kann über das Hauptmenü **Werkzeuge / Berechnung & Netz- / Netz-einstellungen** erledigt werden.



Nun, wenn die Berechnung erneut ausgeführt wird, werden die folgenden Ergebnisse erhalten:

Eigen frequencies				
N	f [Hz]	ω [1/s]	ω^2 [1/s ²]	T [s]
Mass combination : CM1				
1	6.78	42.58	1813.32	0.15

Diese Ergebnisse korrespondieren genau mit der manuellen Berechnung.

An diesem Beispiel wird deutlich, wie wichtig es ist, die Annahmen hinter den angewandten Schritten zu überprüfen. Beim Vergleichen der Ergebnisse zwischen zwei Berechnungen müssen Sie immer sicherstellen, dass dieselben Annahmen/Hypothesen verwendet werden.

2.3 Rahmen

In diesem Absatz ist die Berechnung für freie Schwingung für Rahmenstrukturen veranschaulicht. Die Prinzipien der Theorie werden im Detail angewendet und durch manuelle Berechnungen überprüft.

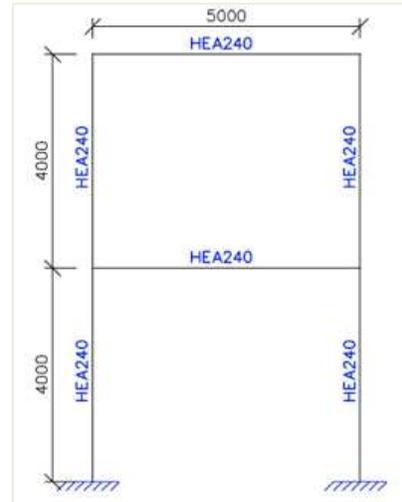
Beispiel 02-2.esa

In diesem Beispiel wird ein zweigeschossiges Rahmenmodell modelliert. Die Teile haben einen Querschnitt **HEA240A** und werden in **S 235** nach **EC-EN** hergestellt.

Die Höhe jedes Geschosses beträgt **4 m**
 Die Rahmenbreite beträgt **5 m**
 Die Stützenfüße werden als starre Auflager eingegeben

Ein statischer Lastfall wurde erstellt: **Das Eigengewicht.**

Auf den Balken von Decken- und Dachebene wird eine Linienmasse von **500 kg/m** eingeführt.

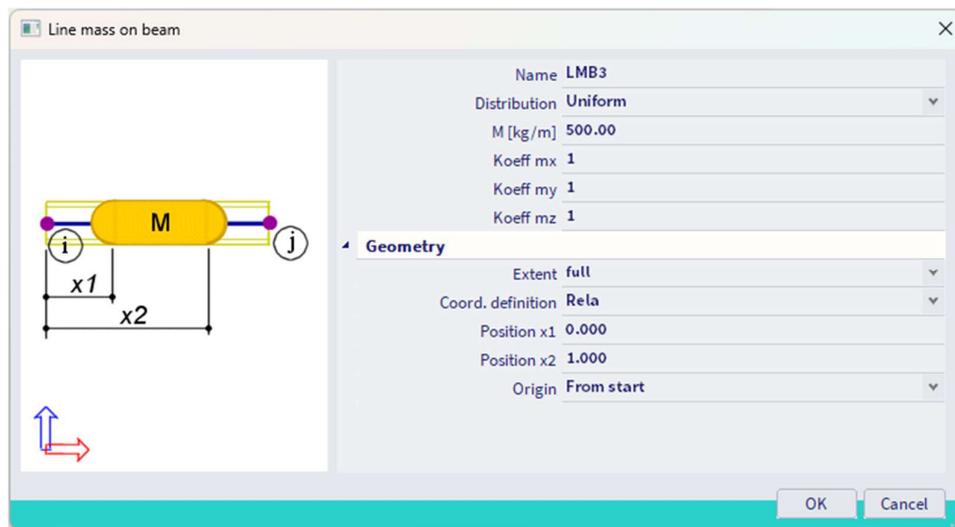


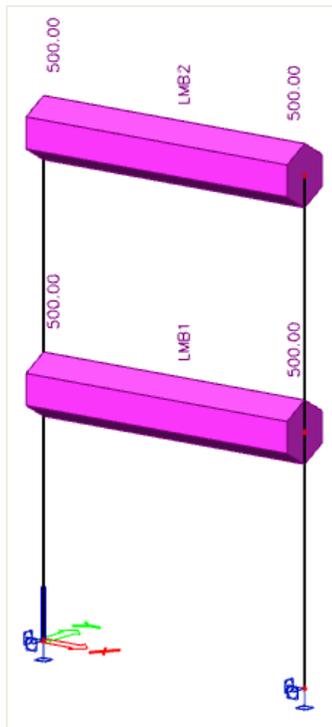
Schritt 1&2: Funktionalität und Massengruppe

Die Aktivierung der Dynamik-Funktionalität und die Erstellung einer **Massengruppe** sind identisch mit dem vorigen Beispiel.

Schritt 3: Massen

Beim Erstellen der Massengruppe können die Linienmassen von **500 kg/m** auf dem Dach und den Deckenbalken des Rahmens eingegeben werden.

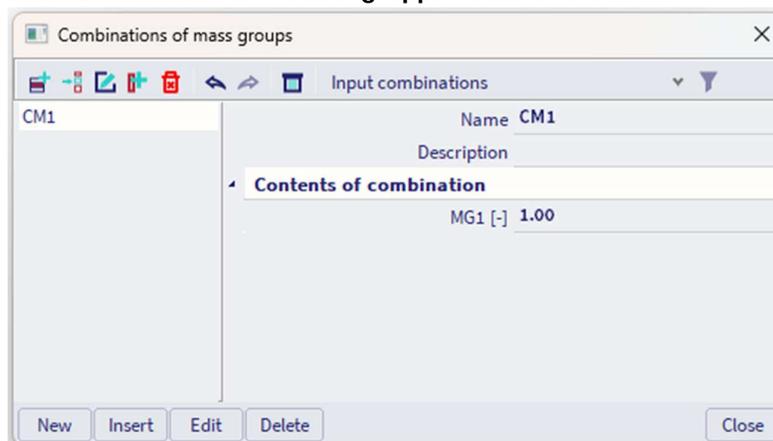




Hinweis: Um die Anzeige von Massen zu rendern, gehen Sie zu "**Ansichtparameter für alle festlegen**" / « **Lasten / Massen** ».

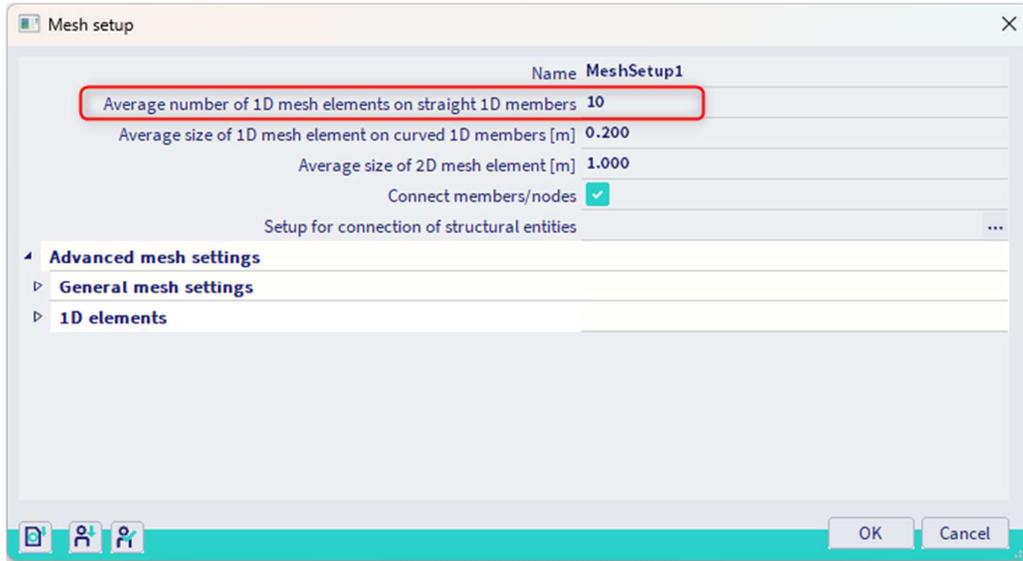
Schritt 4: Massenmatrix

Als nächstes kann eine **Kombination von Massengruppen** erstellt werden.



5. Schritt 5: FE-Netz einstellen

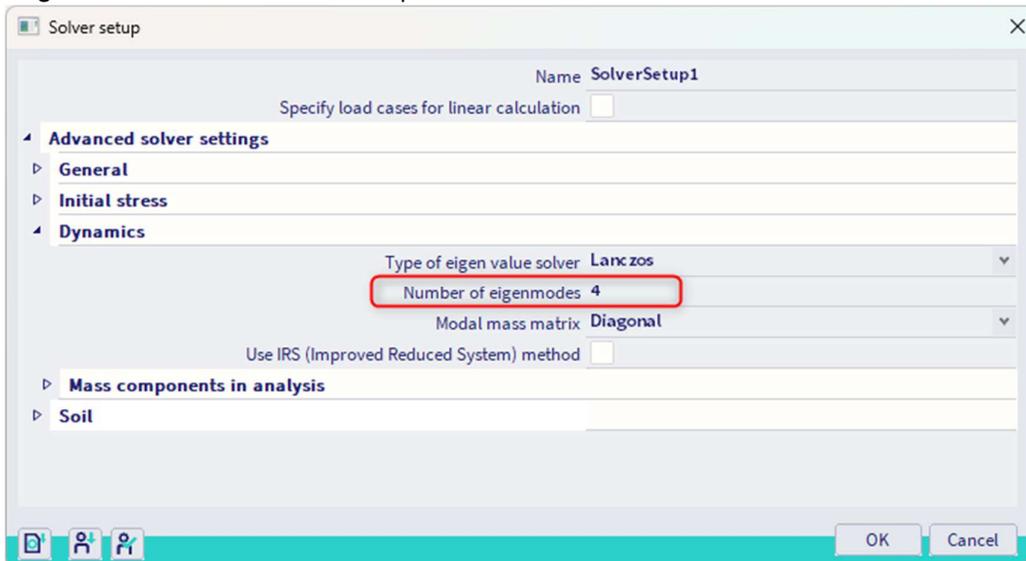
Um genaue Ergebnisse für die Dynamikberechnung zu erhalten, wurde das FE-Netz verfeinert. Dies kann über **Berechnung & Netz / Netzeinstellungen** erreicht werden.



Die **mittlere Teilung eines 1D-Elements** wird auf **10 gesetzt**, um eine gute Verteilung der linienartigen Massen und der Masse der Bauteile zu erhalten.

Schritt 6: Einstellung des Rechenkernes

Der letzte Schritt vor dem Starten der Berechnung ist das Festlegen der Menge der Eigenformen, die berechnet werden sollen. Der Standardwert im Menü **Werkzeuge / Berechnung & Netz / Rechenkern-einstellungen** ist **4**. Dies ist für dieses Beispiel ausreichend.



Schritt 7: Modalanalyse

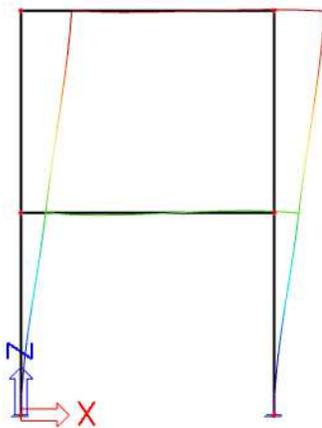
Die Berechnung der **freien Schwingung** kann jetzt über das Hauptmenü **Werkzeuge / Berechnung & Netz / Ermitteln** ausgeführt werden.

Folgende Ergebnisse gibt es:

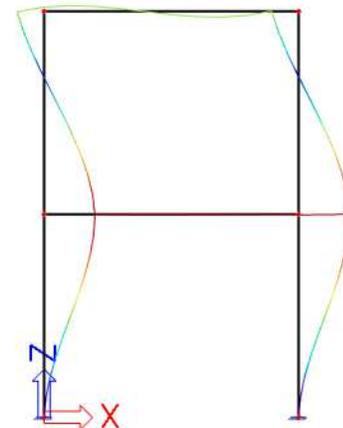
Eigen frequencies

N	f [Hz]	ω [1/s]	ω^2 [1/s ²]	T [s]
Mass combination : CM1				
1	2.90	18.25	333.01	0.34
2	9.58	60.22	3626.53	0.10
3	14.64	91.99	8462.43	0.07
4	17.15	107.78	11615.85	0.06

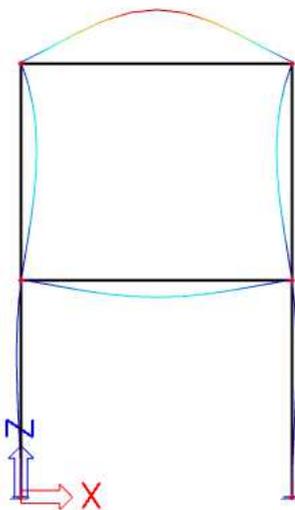
Wie im vorigen Beispiel erläutert, kann mit **der Verwendung der Knotenverformungen** das **verformte Netz** angezeigt werden, um die Eigenformen anzuzeigen:



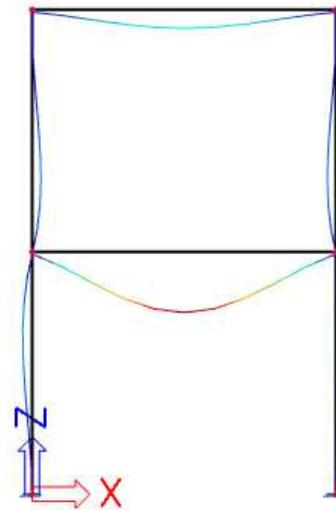
Eigenwert 1: $f = 2,90\text{Hz}$



Eigenwert 2: $f = 9,58\text{Hz}$



Eigenwert 3: $f = 14,64\text{Hz}$



Eigenwert 4: $f = 17,15\text{Hz}$

Das **Berechnungsprotokoll** für die Berechnung der **Eigenfrequenz** zeigt das Folgende:

Sum of masses				
	Mass type	X [kg]	Y [kg]	Z [kg]
CM1	Moving mass	6543.37	6567.49	6543.37
CM1	Total mass	6567.49	6567.49	6567.49

Relative modal masses													
Mode	iega [rad]	Period [s]	Freq. [Hz]	Γ_{xi}	Γ_{yi}	Γ_{zi}	W_{xi}/W_{xtot}	W_{yi}/W_{ytot}	W_{zi}/W_{ztot}	$x_{i,R}/W_{xtot}$	$y_{i,R}/W_{ytot}$	$z_{i,R}/W_{ztot}$	
1	18.2491	0.34	2.90	75.1282	0.0000	0.0000	0.8626	0.0000	0.0000	0.0000	0.0805	0.0000	
2	60.2224	0.10	9.58	-26.9398	0.0000	0.0000	0.1109	0.0000	0.0000	0.0000	0.4202	0.0000	
3	91.9942	0.07	14.64	0.0000	0.0000	-31.6956	0.0000	0.0000	0.1535	0.0000	0.0000	0.0000	
4	107.78	0.06	17.15	0.0000	0.0000	-59.3291	0.0000	0.0000	0.5379	0.0000	0.0000	0.0000	
							0.9735	0.0000	0.6915	0.0000	0.5007	0.0000	

Die Massensumme zeigt die Masse, die für diese Massenkombination schwingen kann. In diesem Beispiel wird dies durch die Linienmassen von 500 kg/m und die Masse der Teile bestimmt.

Dieser Wert kann wie folgt ermittelt werden:

- Die Teile sind vom Typ HE240A mit Querschnitt $A = 0,00768 \text{ m}^2$
- Die Volumenmasse von S 235 beträgt 7850 kg/m^3
- Die Gesamtlänge der Bauteile ist $4 \times 4 \text{ m} + 2 \times 5 \text{ m} = 26 \text{ m}$

Allerdings, wie in 2.2 dargelegt, werden die Massen zu den Netzknoten geführt. Das FE-Netz wurde auf 10 1D-Elemente pro Teil verfeinert.

Das impliziert, dass für die beiden unteren Stützen die halbe Masse eines 1D-Elements zu einem Auflager geführt wird und nicht an der freien Schwingung teilnimmt:

- Die Stützenlänge beträgt 4 m
- Die Länge eines 1D-Elements ist $4 \text{ m} / 10 = 0,4 \text{ m}$
- Die Länge eines halben 1D-Elements ist $0,4 \text{ m} / 2 = 0,2 \text{ m}$
 - o Die Gesamtlänge der Bauteile, die für die Masse berücksichtigt werden, ist: $26 \text{ m} - 0,2 \text{ m} - 0,2 \text{ m} = 25,6 \text{ m}$
 - o Gesamtteilmasse = $0,00768 \text{ m}^2 \times 25,6 \text{ m} \times 7850 \text{ kg/m}^3 = 1543,37 \text{ kg}$

Die Masse wird zu den linienartigen Massen von 500 kg/m hinzugefügt

- o Schwingende Masse = $2 \times 500 \text{ kg/m} \times 5 \text{ m} + 1543,37 \text{ kg} = 6543,37 \text{ kg}$

Die **Modalen Beteiligungsbeiwerte** zeigen die Masse, die in einer bestimmten Eigenform schwingt, als Prozentsatz der Gesamtmasse an.

Für den Eigenmodus 1: 86% der Gesamtmasse schwingt in X-Richtung

Für den Eigenmodus 2: 11% der Gesamtmasse schwingt in X-Richtung

Für den Eigenmodus 3: 16% der Gesamtmasse schwingt in Z-Richtung

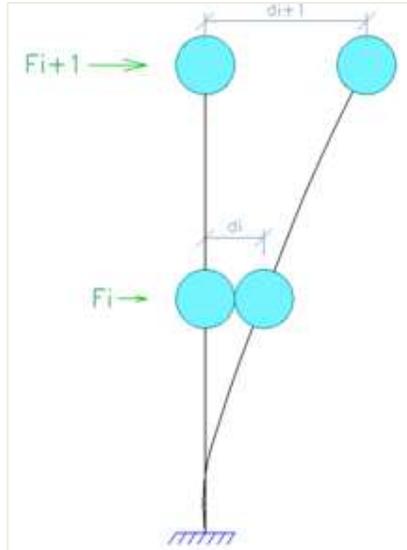
Für den Eigenmodus 4: 54% der Gesamtmasse schwingt in Z-Richtung

Die untere Zeile zeigt den Gesamtprozentsatz, wenn diese vier Modi kombiniert werden: **97%** werden für die Richtung x und **69%** für die Z-Richtung berücksichtigt.

Diese Faktoren werden in den Erdbebenberechnungen in Kapitel 4 genauer untersucht. Für eine Erdbebenberechnung müssen ausreichende Eigenformen in die Berechnung einbezogen werden, damit mindestens 90 % der Gesamtmasse berücksichtigt wird [7].

Manuelle Berechnung

Um die Ergebnisse von SCIA Engineer zu überprüfen, wird die niedrigste Eigenfrequenz oder Eigenfrequenz dieser Struktur durch eine manuelle Berechnung berechnet. Das hier verwendete Verfahren wird in der Literatur als Rayleighs Energieverfahren beschrieben. [1], [13]. Bei diesem Verfahren ist der Tragwerk als Konsolenbalken mit ausgegrenzten Massen in jeder Deckenebene idealisiert:



Die Struktur wird dann in jeder Deckenebene mit einem Satz linear ansteigender horizontaler Lasten belastet. Durch diese Belastung verformt sich die Struktur und somit ist die Steifigkeit des Systems bekannt. Die Eigenfrequenz des Bauwerks kann dann ungefähr wie folgt berechnet werden:

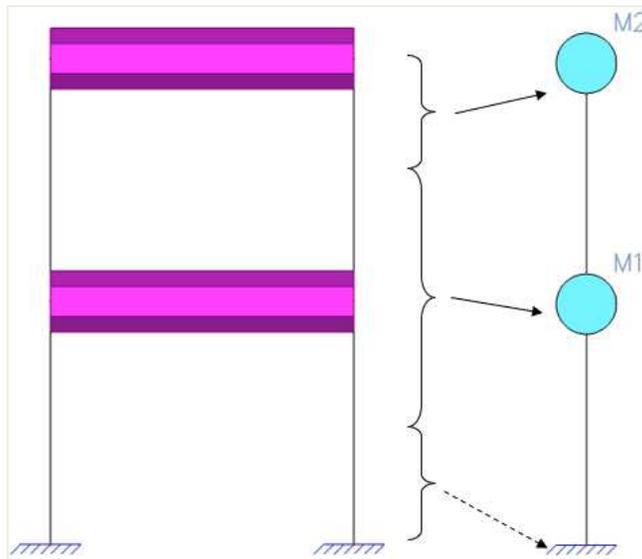
$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n F_i \cdot d_i}{\sum_{i=1}^n M_i \cdot d_i^2}} \tag{2.8}$$

Mit:

- n: Anzahl Geschosse
- Phi: Horizontalkraft, die auf Deckenebene i einwirkt
- d_i: Horizontalverformung des Deckenniveaus i
- M_i: idealisierte Masse des Deckenniveaus i

Die Analogie zwischen dieser Formel und $\omega = \sqrt{k/m}$ ist klar erkennbar.

Zur Verwendung dieser Formel muss der Rahmen zu einem Kragträger idealisiert werden:



Die Masse des unteren Teils der Struktur ist idealisiert zum Auflager des Kragträgers, sodass dieser keine Rolle an der Vibration übernimmt.

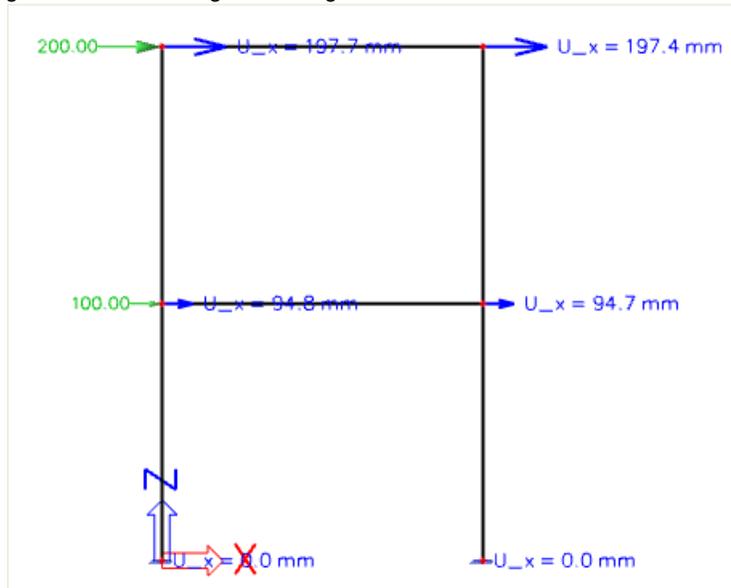
Die Masse **M1** kann wie folgt berechnet werden:

$$0,00768 \text{ m}^2 \times (5 + 4 + 4) \text{ m} \times 7850 \text{ kg/m}^3 + 500 \text{ kg/m} \times 5 \text{ m} = \mathbf{3283,74 \text{ kg}}$$

Die Masse **M2** kann wie folgt berechnet werden:

$$0,00768 \text{ m}^2 \times (5 + 4) \text{ m} \times 7850 \text{ kg/m}^3 + 50 \text{ kg/m} \times 5 \text{ m} = \mathbf{3042,59 \text{ kg}}$$

Um die horizontalen Verformungen jeder Deckenebene infolge eines linear ansteigenden Lastfalls **Phi** zu ermitteln, wird mit SCIA Engineer ein statischer Lastfall mit Lasten von **100 kN** und **200 kN berechnet**. Für die Knotenverformungen wurden die folgenden Ergebnisse erhalten:



- $F1 = 100 \text{ kN} = 100000 \text{ N} \Rightarrow d1 = 94,7 \text{ mm} = 0,0947 \text{ m}$
- $F2 = 200 \text{ kN} = 200000 \text{ N} \Rightarrow d2 = 197,4 \text{ mm} = 0,1974 \text{ m}$

Anwenden der Formel (2.8):

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{100000\text{N} * 0,0947\text{m} + 200000\text{N} * 0,1974\text{m}}{3283,74\text{kg} * (0,0947)^2 + 3042,59\text{kg} * (0,1974\text{m})^2}} = 2,88 \text{ Hz}$$

Dieses Ergebnis entspricht der **von SCIA Engineer berechneten 2,90 Hz**.

2.4 Massengruppen kombinieren

Massengruppen werden in einer **Kombination von Massengruppen** kombiniert.

Gemäß Eurocode 8 [7] Artikel 3.2.4 müssen alle Schwerlasten, die in der folgenden Einwirkungskombination auftreten, für eine Berechnung des Eigenformens berücksichtigt werden:

$$\sum G_k + \sum \psi_{E,i} \cdot Q_{k,i} \tag{2.9}$$

Wo:

- G_k: Charakteristischer Wert der ständigen Last
- Q_{k,j}: Charakteristischer Wert der variablen Last i
- ψ_{E,i}: Kombinationsbeiwert für Last i = φ · ψ_{2,i}

Der Kombinationsbeiwert berücksichtigt die Wahrscheinlichkeit, dass veränderliche Lasten während des Erdbebens nicht über der gesamten Struktur vorhanden sind. ψ_{E,i}

Gemäß Eurocode 8 [7] Artikel 4.2.4, sollte wie folgt berechnet werden: ψ_{E,i}

$$\psi_{E,i} = \varphi \cdot \psi_{2i}$$

NOTE The values to be ascribed to φ for use in a country may be found in its National Annex. The recommended values for φ are listed in Table 4.2.

Table 4.2: Values of φ for calculating ψ_{E,i}

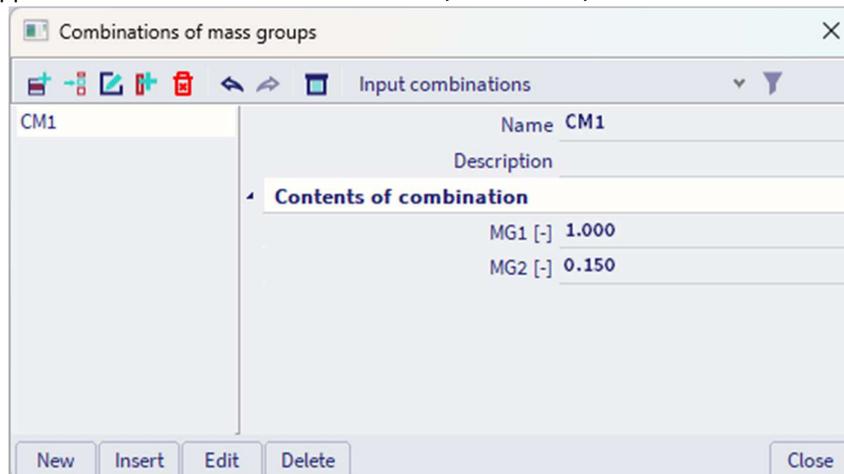
Type of variable action	Storey	φ
Categories A-C*	Roof	1,0
	Storeys with correlated occupancies	0,8
	Independently occupied storeys	0,5
Categories D-F* and Archives		1,0

* Categories as defined in EN 1991-1-1:2002.

Wenn z.B. eine erste Massengruppe MG1 die Masse der ständigen Lasten und eine zweite Massengruppe MG2 die Masse eines variablen Lastfalls mit einer **Last der Kategorie B** und unabhängig besetzten Geschossen darstellt, wird dies als φ**0,5** und als ψ_{2,i}**0,3** gesetzt.

Dies ergibt einen Wert von **0,15** für ψ_{E,i}.

Die Massengruppen-Kombination **CM1** kann dann als **1,00 MG1 + 0,15 MG2** formuliert werden.



Beispiel 02-3.esa

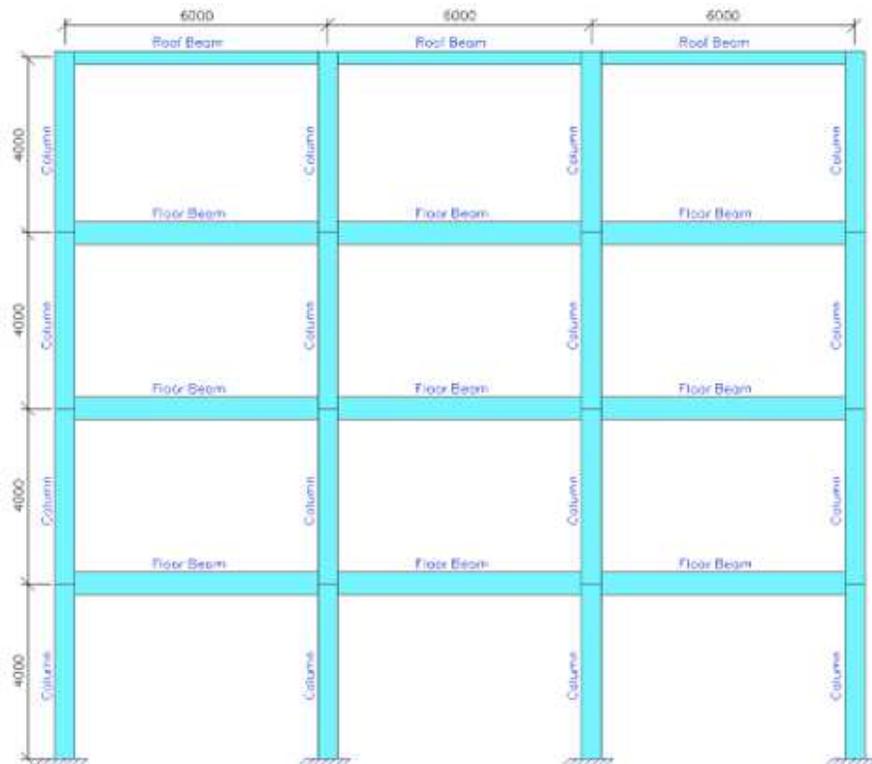
In diesem Beispiel wird ein Bürogebäude als Rahmen modelliert. Das Büro wird in **C30/37** nach **EC-EN hergestellt**. Das Gebäude hat vier Geschosse mit einer Geschosshöhe von **4 m**. In horizontaler Richtung besteht der Rahmen aus vier Stützen mit einem Abstand von **6 m**. In Richtung außerhalb der Ebene haben die Rahmen einen Abstand von **5 m**. Die Stützenfüße werden als starre Auflager eingegeben.

Die Stabteile haben die folgenden Querschnitte:

- Stützen: **Rechteck 300 x 450**
- Deckenbalken: **Rechteck 250 x 500**
- Dachbalken: **Rechteck 150 x 300**

Die vertikalen Lasten, die auf die Struktur wirken, sind:

- Das **Eigengewicht** der Betonteile
- Gewicht der Decken: **5 kN/m²**
- Dachgewicht: **2 kN/m²**
- A Kategorie B (Bürolast) von **3 kN/m²**



Es ergeben sich 3 statische Lastfälle:

- LC1: **Eigengewicht**
- LC2: ständige Lasten: **25 kN/m** auf Deckenbalken, **10 kN/m** auf Dachbalken
- LC3: Variable Last: **15 kN/m** auf Deckenbalken

Schritt 1: Funktionalität

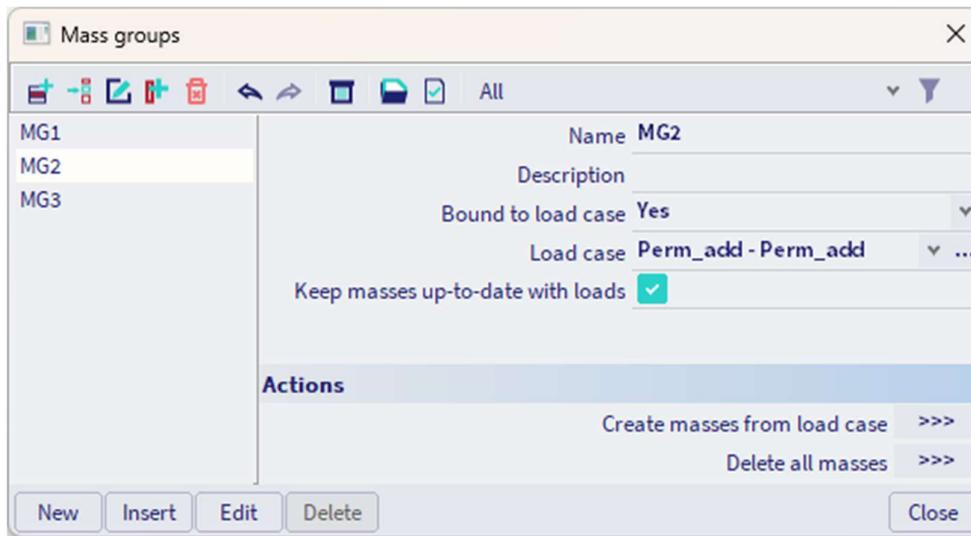
Der erste Schritt in der dynamischen Berechnung besteht im Aktivieren der Funktion **Dynamik** auf der **Registerkarte Funktionalität** in den **Projektdaten**.

Schritt 2 & 3: Massengruppen

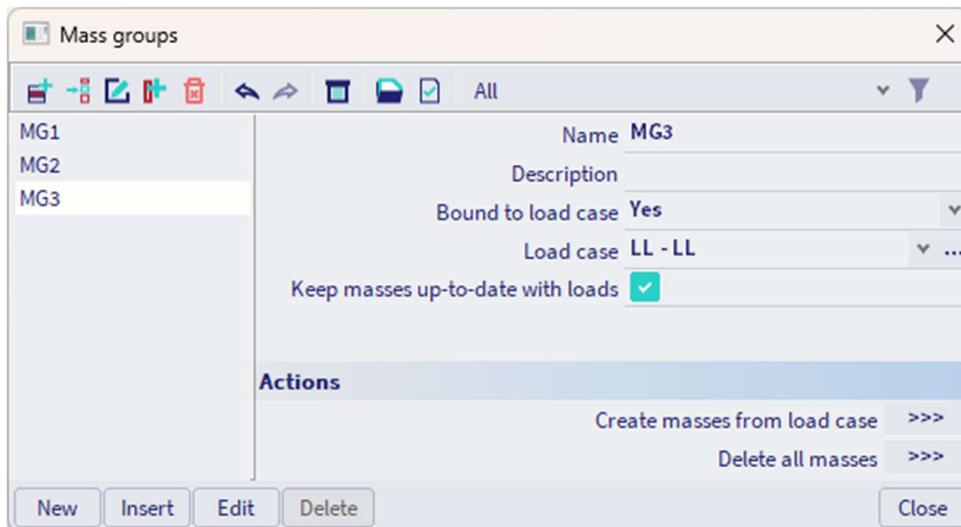
Der zweite Schritt ist die Schaffung **von Massengruppen**, der dritte Schritt die Schaffung von **Massen**.

Es werden drei **Massengruppen** erstellt, eine für die ständige Last und eine für jeden statischen Lastfall.

Für die Massengruppe **MG2** wurde der Lastfall **LC2** gewählt: das Gewicht der Decken und des Dachs. Mit der Aktion **"Massen aus Lastfall erstellen"** können Sie automatisch Massen aus den bereits eingegebenen Lasten generieren, die weiterhin mit den Lasten verknüpft bleiben.



Auf die gleiche Weise wird die Massengruppe **MG3** erstellt, in der Massen automatisch aus dem Lastfall **LC3**, der erzwungenen Last, gebildet werden.



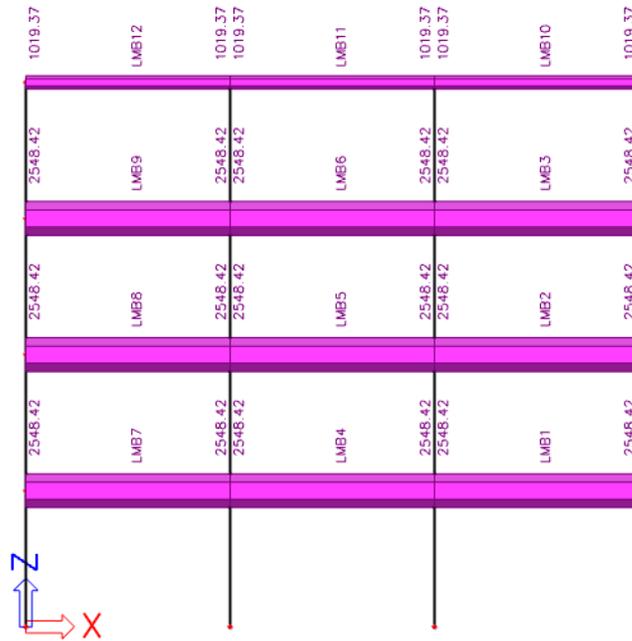
Anmerkung:

Wie im ersten Beispiel erläutert: Beim Erstellen von Massen aus Lasten verwendet SCIA Engineer die Erdbeschleunigung, die auf der Registerkarte **Lasten** der **Projektdatei festgelegt ist**. Standardmäßig sind es **9,81 m/s²**.

Die aus einem Lastfall gebildete Masse kann bei einer Änderung des Lastfalls automatisch regeneriert werden. Um die Masse zu einem Lastfall zu verknüpfen, müssen Sie die Option "**Massen auf dem neuesten Stand mit Lasten aktualisieren**" aktivieren.

Der Inhalt der beiden Massengruppen kann dargestellt werden.

Massengruppe MG2:



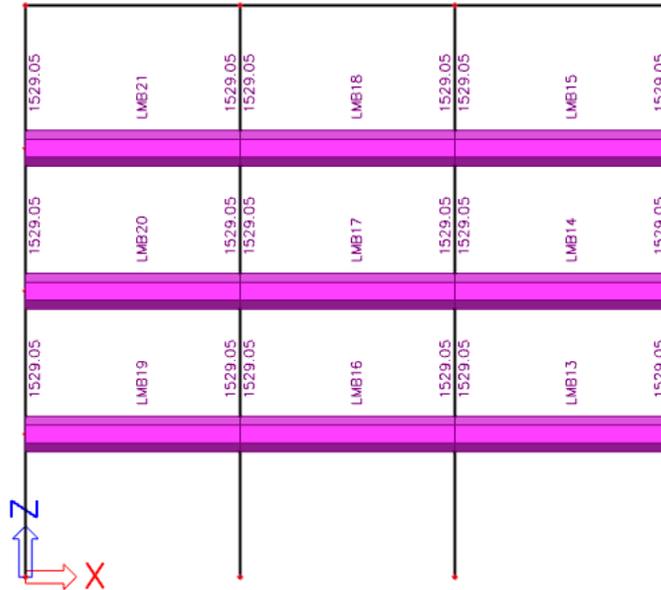
Deckenmasse:

$$\frac{25000 \text{ N/m}}{9,81 \text{ m/s}^2} = 2548,4 \text{ kg/m}$$

Dachmasse:

$$\frac{10000 \text{ N/m}}{9,81 \text{ m/s}^2} = 1019,4 \text{ kg/m}$$

Massengruppen MG3:



Gewicht der Zwangslast:

$$\frac{15000 \text{ N/m}}{9,81 \text{ m/s}^2} = 1529,1 \text{ kg/m}$$

Schritt 4: Massenmatrix

Beide Massengruppen können jetzt in einer **Massengruppen-Kombination kombiniert werden**. Gemäß Eurocode 8 [7] Artikel 3.2.4 müssen alle Schwerlasten, die in der folgenden Einwirkungskombination auftreten, für eine Berechnung der Eigenform berücksichtigt werden:

$$\sum G_k + \sum \psi_{E,i} \cdot Q_{k,i} \tag{2.9}$$

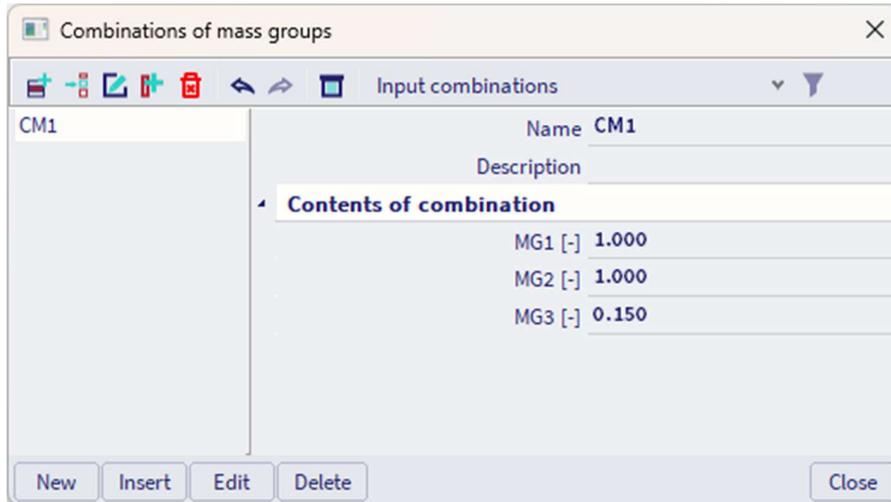
Mit:

- G_k: charakteristischer Wert der ständigen Last
- Q_{k,j}: Charakteristischer Wert der variablen Last i
- ψ_{E,i}: Kombinationsbeiwert für Last i = φ · ψ_{2,i}

Der Kombinationsbeiwert berücksichtigt die Wahrscheinlichkeit, dass beim Erdbeben veränderliche Lasten an der gesamten Struktur möglicherweise nicht vorhanden sind. ψ_{E,i}

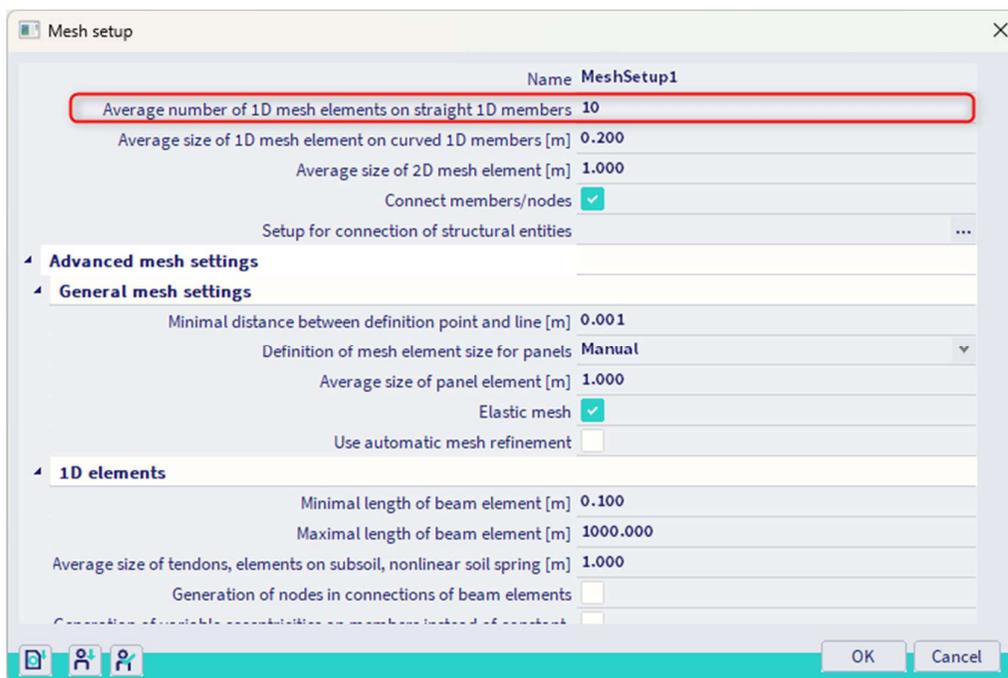
Für dieses Beispiel mit einer **Belastung der Kategorie B** und unabhängig besetzten Geschossen wird φ als **0,5** und ψ_{2,i} als **0,3** genommen. Dies ergibt einen Wert von **0,15** für ψ_{E,i}

Die Massengruppen-Kombination **CM1** kann dann als **1,00 MG1 + 0,15 MG2** formuliert werden.



5. Schritt 5: FE-Netz einstellen

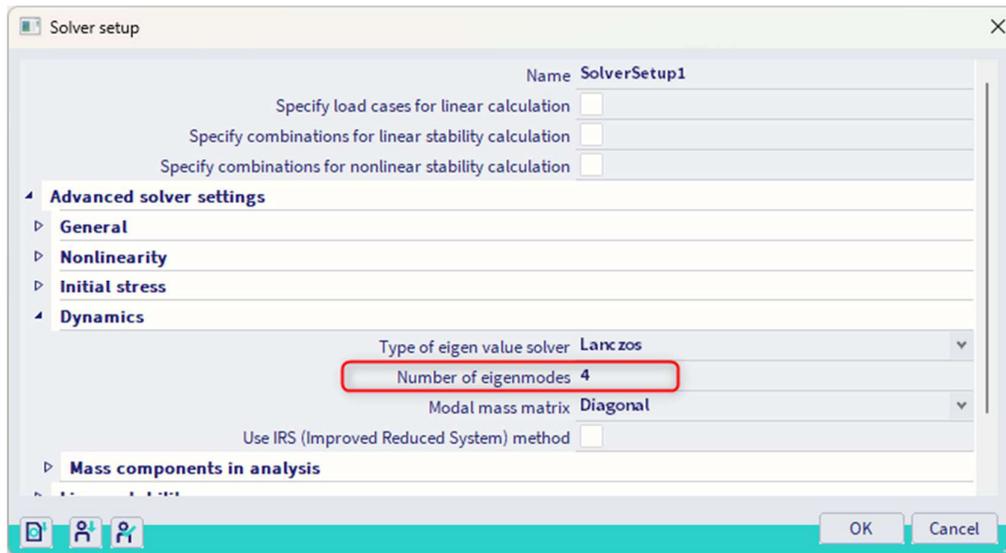
Um genaue Ergebnisse für die Dynamikberechnung zu erhalten, wurde das FE-Netz verfeinert. Dies kann man über das Hauptmenü **Werkzeuge / Berechnung & Netz / Netzeinstellungen** tun.



Die **mittlere Teilung eines 1D-Elements** wird auf **10 gesetzt**, um eine gute Verteilung der linienartigen Massen und der Masse der Bauteile zu erhalten.

Schritt 6: Einstellung des Rechenkernes

Der letzte Schritt vor dem Starten der Berechnung ist das Festlegen der Menge der Eigenformen, die berechnet werden sollen. Der Standardwert im Hauptmenü **Werkzeuge / Berechnung & Netz / Rechenkern-einstellungen** ist 4. Dies ist für dieses Beispiel ausreichend.



7. Schritt: Berechnung

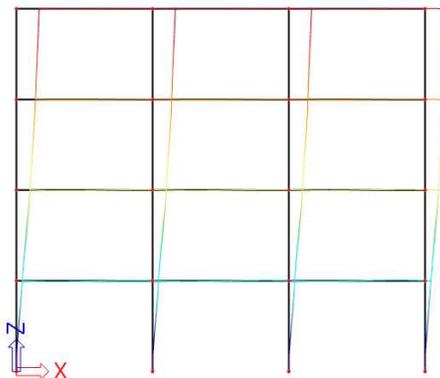
Die Berechnung der freien Schwingung kann jetzt über das Hauptmenü **Werkzeuge / Berechnung & Netz / Ermitteln** ausgeführt werden.

Folgende Ergebnisse erhält man:

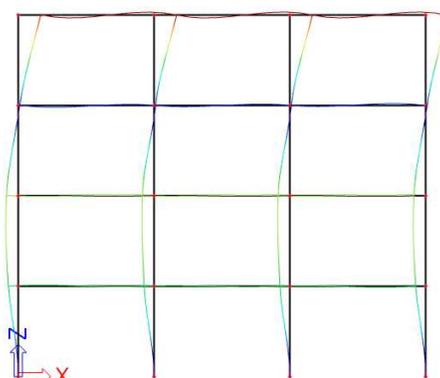
Eigen frequencies

N	f [Hz]	ω [1/s]	ω^2 [1/s ²]	T [s]
Mass combination : CM1				
1	1.27	7.99	63.80	0.79
2	3.69	23.19	537.79	0.27
3	5.99	37.64	1417.01	0.17
4	8.23	51.73	2676.16	0.12

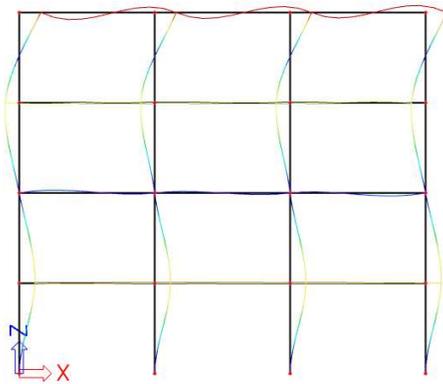
Mit entsprechenden Eigenformen:



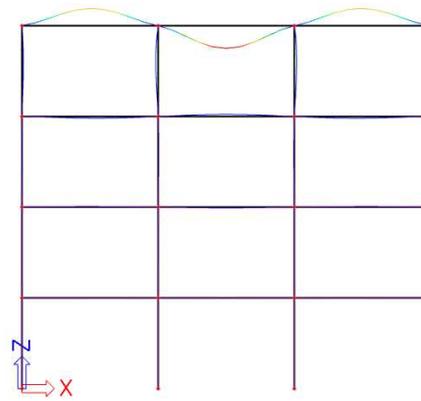
Eigenwert 1: $f = 1,27$ Hz



Eigenwert 2: $f = 3,69$ Hz



Eigenwert 3: $f = 5,99 \text{ Hz}$



Eigenwert 4: $f = 8,23 \text{ Hz}$

8. Schritt: Berechnungsprotokoll

Das **Berechnungsprotokoll** für die Berechnung der **Eigenfrequenz** zeigt das Folgende:

Sum of masses

	Mass type	X [kg]	Y [kg]	Z [kg]
CM1	Moving mass	208578.65	208848.65	208578.65
CM1	Total mass	208848.65	208848.65	208848.65

Relative modal masses

Mode	iega [rad]	Period [s]	Freq. [Hz]	Γ_{xi}	Γ_{yi}	Γ_{zi}	W_{xi}/W_{xtot}	W_{yi}/W_{ytot}	W_{zi}/W_{ztot}	xi_R/W_{xtot}	yi_R/W_{ytot}	zi_R/W_{ztot}
1	7.98794	0.79	1.27	417.2609	0.0000	0.0000	0.8347	0.0000	0.0000	0.0000	0.0549	0.0000
2	23.1909	0.27	3.69	-142.8630	0.0000	0.0000	0.0979	0.0000	0.0000	0.0000	0.2151	0.0000
3	37.6444	0.17	5.99	93.8642	0.0000	0.0000	0.0422	0.0000	0.0000	0.0000	0.0466	0.0000
4	51.7331	0.12	8.23	0.0000	0.0000	19.9525	0.0000	0.0000	0.0019	0.0000	0.0000	0.0000
							0.9748	0.0000	0.0019	0.0000	0.3166	0.0000

Die Massensumme kann wie folgt berechnet werden:

- Gemäß Materialliste beträgt das Eigengewicht des Rahmens 40500 kg:

Bill of material			
Selection: All			
Material	Mass [kg]	Surface [m ²]	Volume [m ³]
Concrete	40500.00	193.200	1.6200e+01
Total	40500.00	193.200	1.6200e+01

Für die vier unteren Stützen wird jedoch die halbe Masse eines 1D-Elements zu einem Auflager geführt, wobei diese nicht an der freien Schwingung teilnimmt.

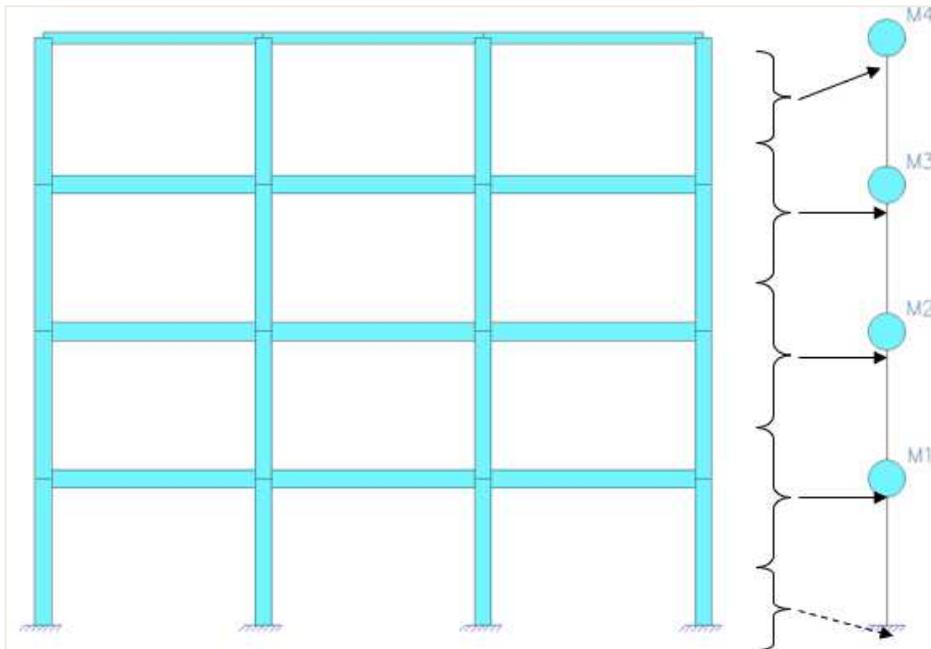
- Die Stützenlänge beträgt 4 m
- Da 10 1D-Elemente je Bauteil verwendet wurden, beträgt die Länge eines 1D-Elements $4 \text{ m} / 10 = 0,4 \text{ m}$
- Die Länge eines halben 1D-Elements ist $0,4 \text{ m} / 2 = 0,2 \text{ m}$
- Die Stützen haben einen Querschnitt von 0.135 m^2 und eine volumetrische Masse von 2500 kg/m^3
 - o Die nicht berücksichtigte Masse der Stützen ist:

$$4 \times 0.135 \text{ m}^2 \times 0,2 \text{ m} \times 2500 \text{ kg/m}^3 = 270 \text{ kg}$$
 - o Die berücksichtigte Masse des Eigengewichts ist: $40500 \text{ kg} - 270 \text{ kg} = 40230 \text{ kg}$
- Für MG1 beträgt die Masse der Decken $9 \times 2548,42 \text{ kg/m} \times 6 \text{ m} = 137614,68 \text{ kg}$
- Für MG1 beträgt die Dachmasse $3 \times 1019,37 \text{ kg/m} \times 6 \text{ m} = 18348,66 \text{ kg}$
- Für MG2 beträgt die Masse der Decken $9 \times 1529,05 \text{ kg/m} \times 6 \text{ m} = 82568,7 \text{ kg}$
Es wurde jedoch nur 15% berücksichtigt => $0,15 \times 82568,7 \text{ kg} = 12385,31 \text{ kg}$
- Schwingende Masse = $40230 \text{ kg} + 137614,68 \text{ kg} + 18348,66 \text{ kg} + 12385,31 \text{ kg}$
= **208578,65 kg**

Manuelle Berechnung

Um die Ergebnisse von SCIA Engineer zu überprüfen, wird die niedrigste Eigenfrequenz dieser Struktur anhand der Rayleigh-Methode berechnet.

Wie im vorigen Beispiel spezifiziert, ist der Rahmen als Kragarm idealisiert:



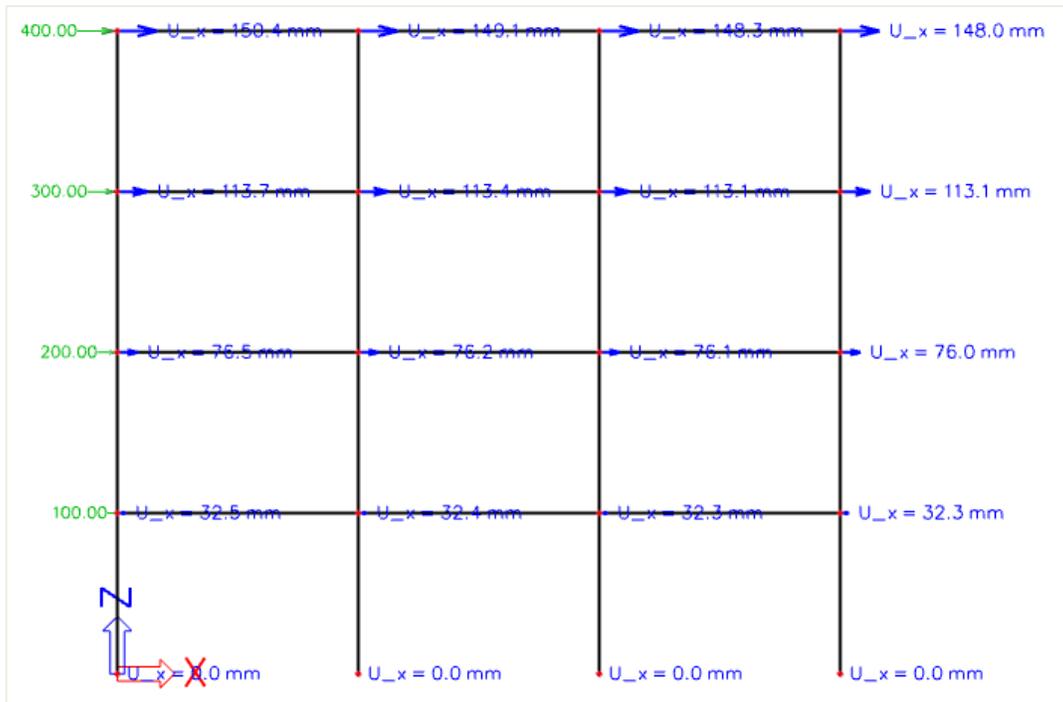
Die Massen **M1**, **M2** und **M3** können wie folgt berechnet werden:

- Eigengewicht der drei Deckenbalken und vier Stützen:
 - o $3 \times 0,125 \text{ m}^2 \times 2500 \text{ kg/m}^3 \times 6 \text{ m} = 5625 \text{ kg}$
 - o $4 \times 0,135 \text{ m}^2 \times 2500 \text{ kg/m}^3 \times 4 \text{ m} = 5400 \text{ kg}$
 - o $5625 \text{ kg} + 5400 \text{ kg} = 11025 \text{ kg}$
- Deckengewicht der Massengruppe MG1:
 - o $3 \times 2548,42 \text{ kg/m} \times 6 \text{ m} = 45871,56 \text{ kg}$
- Gewicht der Zwangslast der Massengruppe MG2 (15%)
 - o $0,15 \times 3 \times 1529,05 \text{ kg/m} \times 6 \text{ m} = 4128,44 \text{ kg}$
- Gesamt: $11025 \text{ kg} + 45871,56 \text{ kg} + 4128,44 \text{ kg} = \mathbf{61024,995 \text{ kg}}$

Die Masse **M4** kann wie folgt berechnet werden:

- Eigengewicht von drei Dachbalken und halben vier Stützen:
 - o $3 \times 0,045 \text{ m}^2 \times 2500 \text{ kg/m}^3 \times 6 \text{ m} = 2025 \text{ kg}$
 - o $0,5 \times 4 \times 0,135 \text{ m}^2 \times 2500 \text{ kg/m}^3 \times 4 \text{ m} = 2700 \text{ kg}$
 - o $2025 \text{ kg} + 2700 \text{ kg} = 4725 \text{ kg}$
- Dachgewicht der Massengruppe MG1:
 - o $3 \times 1019,37 \text{ kg/m} \times 6 \text{ m} = 18348,66 \text{ kg}$
- Gesamt: $4725 \text{ kg} + 18348,66 \text{ kg} = \mathbf{23073,66 \text{ kg}}$

Um die horizontalen Verformungen jeder Deckenebene infolge eines linear ansteigenden Last-Phi zu **ermitteln**, wird mit SCIA Engineer ein statischer Lastfall berechnet, der aus Lasten von **100 kN**, **200 kN**, **300 kN** und **400 kN besteht**. Für die Knotenverformungen erhält man die folgenden Ergebnisse:



- F1 = 100 kN = 100000 N => d1 = 32,3 mm = 0,0323 m
- F2 = 200 kN = 200000 N => d2 = 76,0 mm = 0,0760 m
- F2 = 300 kN = 300000 N => d2 = 113,1 mm = 0,1131 m
- F2 = 400 kN = 400000 N => d2 = 148,0 mm = 0,1480 m

Anwenden der Formel (2.8):

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{100000 \text{ N} \cdot 0,0323 \text{ m} + 200000 \text{ N} \cdot 0,076 \text{ m} + 300000 \text{ N} \cdot 0,1131 \text{ m} + 400000 \text{ N} \cdot 0,148 \text{ m}}{61024,99 \text{ kg} \cdot (0,032)^2 + 61024,99 \text{ kg} \cdot (0,076 \text{ m})^2 + 61024,99 \text{ kg} \cdot (0,113 \text{ m})^2 + 23073,66 \text{ kg} \cdot (0,148 \text{ m})^2}}$$

$$f = 1,27 \text{ Hz}$$

dieses Ergebnis entspricht der von SCIA Engineer ermittelten 1,27 Hz.

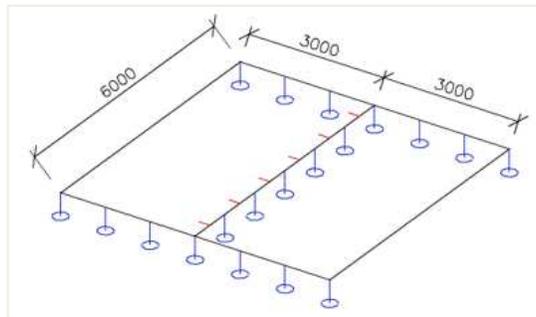
2.5 Platten

Im letzten Absatz dieses Kapitels wird das Verfahren für die Berechnung von freien Schwingungen von Platten veranschaulicht. Das angewendete Verfahren ist vollständig dasselbe wie für Rahmen. Dies wird im folgenden Beispiel gezeigt.

Beispiel 02-4.esa

In diesem Beispiel wird eine Mehrfeld-Rechteckplatte modelliert. Die Platte hat eine Länge und Breite von **6 m**. Die Platte ist **0,06 m** dick und wird in **S 235** nach **EC-EN** hergestellt. An zwei Seiten wird die Platte einfach gestützt, auf den beiden anderen ist die Platte frei. In der Mitte der Platte, lotrecht auf beiden einfach gestützten Kanten, wird ein Linienauflager eingeführt.

Ein statischer Lastfall wird erstellt: das **Eigengewicht** der Platte.

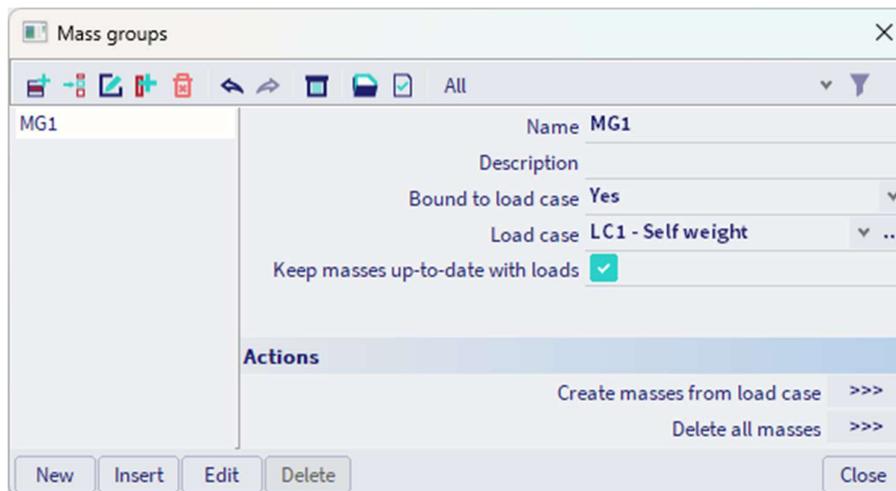


Schritt 1: Funktionalität

Der erste Schritt in der dynamischen Berechnung besteht im Aktivieren der Funktion **Dynamik** auf der **Registerkarte Funktionalität** in den **Projektdateien**.

Schritt 2 & 3: Massengruppe

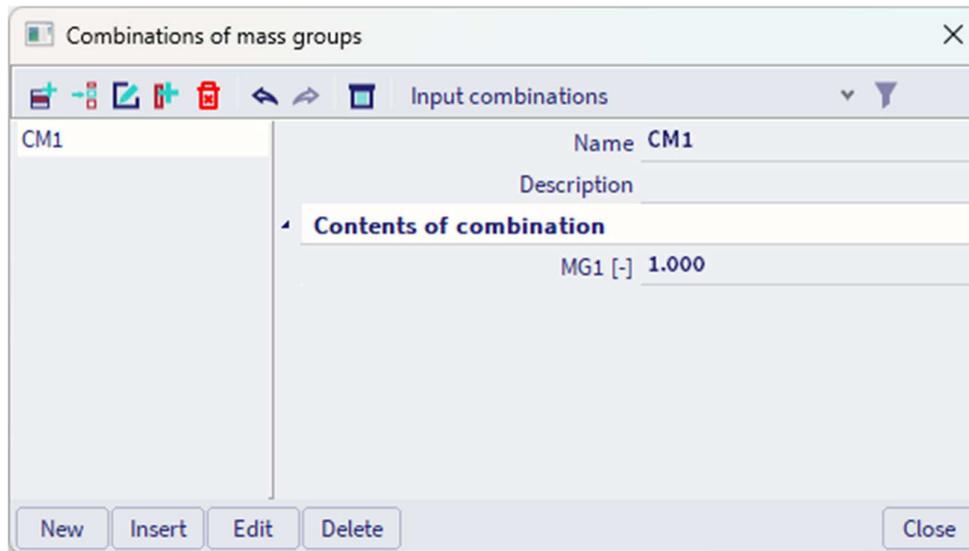
Der zweite Schritt ist das Erstellen einer **Massengruppe**



Da die Berechnung der freien Schwingung für das Eigengewicht der Platte ausgeführt wird, brauchen keine zusätzlichen Massen eingegeben werden.

Schritt 4: Massenmatrix

Als nächstes kann eine **Kombination von Massengruppen** erstellt werden.

**5. Schritt 5: FE-Netz einstellen**

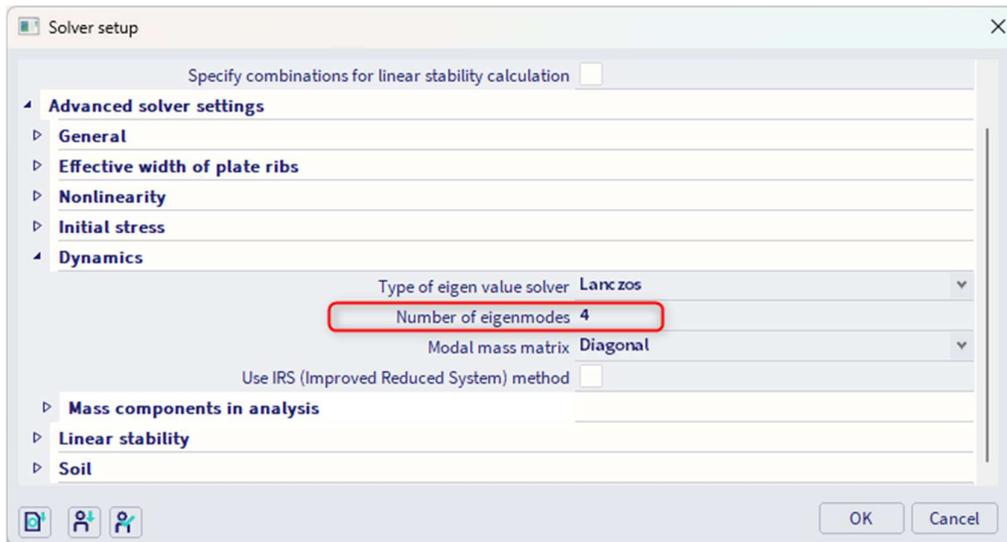
Um genaue Ergebnisse für die Dynamikberechnung zu erhalten, wurde das FE-Netz verfeinert. Analog wie für Rahmen kann dies über das Hauptmenü **Werkzeuge / Berechnung & Netz / Netzeinstellungen** erfolgen.



Die **mittlere Größe der 2D-Elemente** ist **0,25 m** festgelegt.

Schritt 6: Einstellung des Rechenkernes

Der letzte Schritt vor dem Starten der Berechnung ist das Festlegen der Menge der Eigenformen, die berechnet werden sollen. Der Standardwert im Hauptmenü **Werkzeuge / Berechnung & Netz / Rechenkern-einstellungen** ist 4. Dies ist für dieses Beispiel ausreichend.



Schritt 7: Modalanalyse

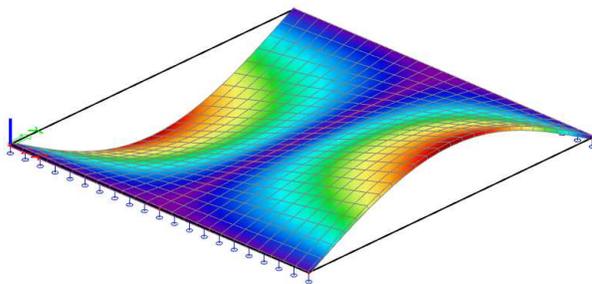
Die Berechnung der **freien Schwingung** kann jetzt über das Hauptmenü **Werkzeuge / Berechnung & Netz / Ermitteln** ausgeführt werden.

Folgende Ergebnisse erhält man:

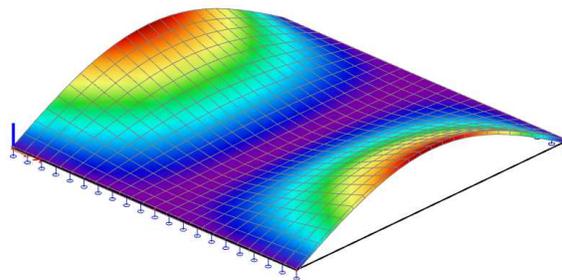
Eigen frequencies

N	f [Hz]	ω [1/s]	ω^2 [1/s ²]	T [s]
Mass combination : CM1				
1	6.68	41.94	1759.34	0.15
2	9.43	59.24	3509.65	0.11
3	19.37	121.72	14815.37	0.05
4	21.00	131.96	17412.72	0.05

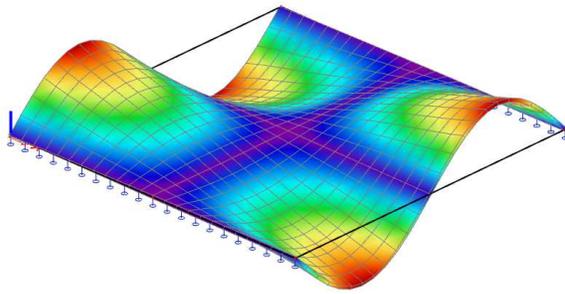
Auf die gleiche Weise wie für Rahmen können die Eigenformen durch **Verformung von Knoten** jetzt unter **2D-Teile visualisiert werden**. Die **verformte Struktur** für Wert **Uz** zeigt folgendes:



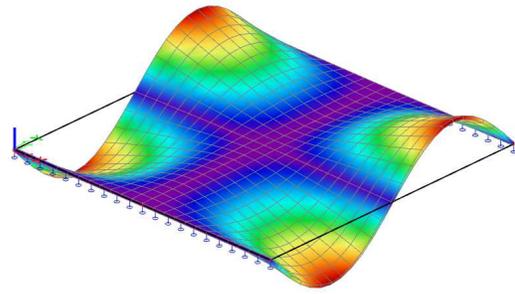
Eigenwert 1: f = 6,68Hz



Eigenwert 2: f = 9,43Hz



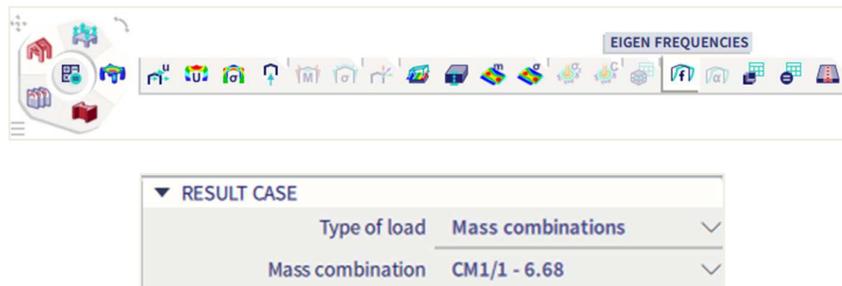
Eigenwert 3: $f = 19,37\text{Hz}$



Eigenwert 4: $f = 21,00\text{Hz}$

Hinweis:

- Mit der Option **3D-Verformung** zeigen Sie die Verformungen von 2D- und 1D-Elementen an. Auf diese Weise können Sie den vollständigen Eigenmodus einer Struktur sehen, die beide Elementtypen enthält, d.h. allgemeine XYZ-Projekte.
- Um alle Eigenformen schnell zu generieren kann dieses Dokument verwendet werden: Das Bild einer Eigenform kann als verschachtelte Tabelle für Massengruppen-Kombinationen festgelegt werden:



Auf diese Weise werden alle Eigenformen automatisch generiert.

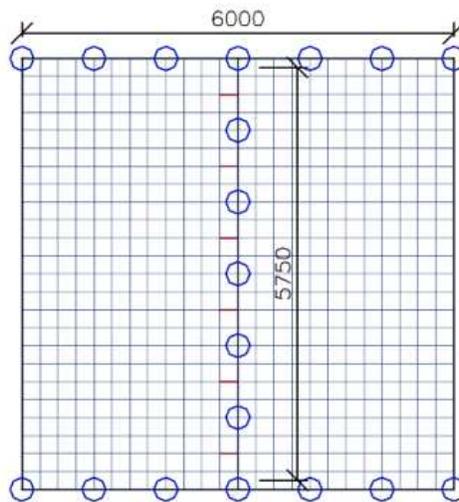
8. Schritt: Berechnungsprotokoll

Das **Berechnungsprotokoll** für die Berechnung der **Eigenfrequenz** zeigt an, dass die folgende "Summe der Massen" berücksichtigt wird:

Sum of masses				
	Mass type	X [kg]	Y [kg]	Z [kg]
CM1	Moving mass	16956.00	16956.00	15572.44
CM1	Total mass	16956.00	16956.00	16956.00

Dieser Wert kann wie folgt ermittelt werden:

- Das Gesamtgewicht der Platten beträgt $6\text{ m} \times 6\text{ m} \times 0,06\text{ m} \times 7850\text{ kg/m}^3 = 16956\text{ kg}$
- Die Hälfte der Masse der Elemente in der Nähe der beiden extern gestützten Ränder wird zu den Auflagern getragen und ist nicht an der Vibration beteiligt. Da die Netzdichte auf 0,25 m festgelegt wurde, beträgt die halbe Größe eines 2D-Elements 0,125 m.
 - o $2 \times 6\text{ m} \times 0,125\text{ m} \times 0,06\text{ m} \times 7850\text{ kg/m}^3 = 706,5\text{ kg}$
- Gleiches gilt für die Innenkante, aber die Masse der beiden Elemente an den Start- und Endknoten wurde bereits in der vorstehenden Berechnung für die extern gestützten Ränder berücksichtigt. Es bleibt eine Länge von $6\text{ m} - 0,125\text{ m} - 0,125\text{ m} = 5,75\text{ m}$.
Diese Länge ist in der folgenden Abbildung veranschaulicht:
 - o $2 \times 5,75\text{ m} \times 0,125\text{ m} \times 0,06\text{ m} \times 7850\text{ kg/m}^3 = 677,06\text{ kg}$



- Die für die Berechnung «Freie Schwingung» berücksichtigte Gesamtmasse ist:
 - o 16956 kg – 706,5 – 677,06 = **15572,44 kg**

Manuelle Berechnung

Um die Ergebnisse von SCIA Engineer zu überprüfen, werden die Eigenfrequenzen der Platte durch eine manuelle Berechnung berechnet.

Das hier verwendete Verfahren ist im Verweis [14] beschrieben; Die Eigenfrequenz einer Mehrfeldplatte wird als nicht-dimensionaler Parameter ausgedrückt

$$\lambda = \frac{\omega L^2}{\pi^2} \cdot \sqrt{\frac{\rho h}{D}} \tag{2.10}$$

Wo:

- ω: Kreisfrequenz
- L: Abstand zwischen den beiden einfach gestützten Außenkanten
- ρ: Dichte des Plattenmaterials
- h: Plattendicke
- D: Biegesteifigkeit der Platte

$$D = \frac{Eh^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \tag{2.11}$$

- E: Elastizitätsmodul von Young
- ν: Querdehnzahl

In diesem Beispiel sind die Materialeigenschaften die folgenden:

$$\begin{aligned} L &= 6 \text{ m} \\ \rho &= 7850 \text{ kg/m}^3 \\ h &= 0,06 \text{ m} \\ E &= 210000 \text{ N/mm}^2 = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2 \\ \nu &= 0,3 \end{aligned}$$

$$D = \frac{\left(2,1 \cdot 10^{11} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}\right) * (0,06\text{m})^3}{12 * (1 - 0,3^2)} = 4153846,15 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Die Werte λ für die ersten vier Modi, für eine Platte mit 2 Kanten einfach gestützt und 2 freien Kanten, einem h/L Verhältnis von 0,01 und einer Innenkante auf Position 0,5L werden in Bezug auf [14] angegeben:

$$\begin{aligned} \text{Modus 1: } \lambda &= 1,6309 \\ \text{Modus 2: } \lambda &= 2,3050 \\ \text{Modus 3: } \lambda &= 4,7253 \\ \text{Modus 4: } \lambda &= 5,1271 \end{aligned}$$

Mit diesen Parametern in Formel (2.10) können die Kreisfrequenzen berechnet werden:

$$\begin{aligned} \text{Modus 1: } \omega &= 41,99 \text{ rad/s} & \Rightarrow f &= 6,68 \text{ Hz} \\ \text{Modus 2: } \omega &= 59,34 \text{ rad/s} & \Rightarrow f &= 9,45 \text{ Hz} \\ \text{Modus 3: } \omega &= 121,66 \text{ rad/s} & \Rightarrow f &= 19,36 \text{ Hz} \\ \text{Modus 4: } \omega &= 132 \text{ rad/s} & \Rightarrow f &= 21,01 \text{ Hz} \end{aligned}$$

Die Ergebnisse entsprechen perfekt den von SCIA Engineer ermittelten Ergebnissen:

$$\begin{aligned} \text{Modus 1: } f &= 6,68 \text{ Hz} \\ \text{Modus 2: } f &= 9,44 \text{ Hz} \\ \text{Modus 3: } f &= 19,39 \text{ Hz} \\ \text{Modus 4: } f &= 21,05 \text{ Hz} \end{aligned}$$

Kapitel 3: SPEKTRALANALYSE - ERDBEBENLAST

In diesem Kapitel wird die Erdbebenanalyse in SCIA Engineer detailliert erläutert.

Während eines Erdbebens bewegt sich der Baugrund mit einer Struktur. Die Struktur versucht dieser Bewegung zu folgen, und als Ergebnis beginnen sich die Massen in der Struktur zu bewegen. In der Folge unterwerfen diese Massen die Struktur Trägheitskräfte. Wenn diese Kräfte ermittelt werden, können sie auf die Struktur angewendet werden, und so wird ähnlich wie bei der harmonischen Last die dynamische Berechnung in eine äquivalente Statische transformiert.

Im ersten Teil des Kapitels wird die Theorie erklärt. Die Theorie wird dann durch Beispiele illustriert, die wiederum durch manuelle Berechnungen überprüft werden.

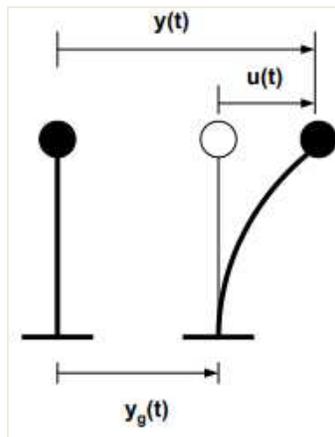
3.1 Theorie

Allgemein

Analog zu den vorigen Kapiteln wird vor der Prüfung der dynamischen Analyse einer komplexen Struktur die Erdbebenanalyse eines SDOF-Systems (Single Degree of Freedom) detailliert betrachtet. Eine vollständige Übersicht finden Sie in den Referenzen [2], [3].

Im Allgemeinen behandelt dieser Absatz die Analyse von Strukturen, die einer harmonischen Bodenbewegung unterworfen sind. Die wichtigsten harmonischen Bodenbewegungen sind Erdbeben (Seismik), dieses Berechnungsverfahren kann aber auch auf die Analyse von unterirdischen Explosionen oder an der Oberfläche und von schwerem Verkehr oder Maschinen angewendet werden.

In der folgenden Abbildung ist die Verschiebung eines Systems dargestellt, die einer Bodenbewegung zugeordnet wird:



Wo:

- $y_g(t)$ ist die Bodenverschiebung
- $y(t)$ ist die Gesamtverschiebung der Masse
- $u(t)$ ist die relative Verschiebung der Masse

Die Gesamtverschiebung kann somit wie folgt ausgedrückt werden:

$$y(t) = y_g(t) + u(t) \quad (4.1)$$

Da y_g als harmonisch angenommen wird, kann es geschrieben werden als:

$$y_g(t) = Y_g \cdot \sin(\nu \cdot t) \quad (4.2)$$

Die Gleichgewichtsgleichung der Bewegung kann jetzt geschrieben werden als:

$$m \cdot \ddot{y}(t) + c \cdot \dot{u}(t) + k \cdot u(t) = 0 \quad (4.3)$$

Da die Trägheitskraft mit der Gesamtverformung (y) der Masse zusammenhängt, sind die Dämpfungs- und Federreaktionen mit den relativen Verschiebungen (u) der Masse verbunden.

Wenn (4.1) in (4.3) substituiert ist, wird Folgendes erhalten:

$$m \cdot (\ddot{u}(t) + \ddot{y}_g(t)) + c \cdot \dot{u}(t) + k \cdot u(t) = 0$$

oder

$$m \cdot \ddot{u}(t) + c \cdot \dot{u}(t) + k \cdot u(t) = -m \cdot \ddot{y}_g(t) \quad (4.4)$$

Diese Gleichung wird als **Allgemeine Bewegungsgleichung für Erdbeben bezeichnet**. Mit dieser Gleichung kann das Verhalten von Strukturen veranschaulicht werden, die von Erdbebenlasten belastet sind.

Das Ersetzen von (4.2) in (4.4) ergibt folgendes:

$$m \cdot \ddot{u}(t) + c \cdot \dot{u}(t) + k \cdot u(t) = -m \cdot Y_g \cdot v^2 \cdot \sin(v \cdot t)$$

Diese Gleichung kann mit der Gleichung (3.2) aus dem vorigen Kapitel verglichen werden. Als Schlussfolgerung kann die Bodenbewegung auch durch eine externe harmonische Kraft mit Amplitude ersetzt werden:

$$F = -m \cdot Y_g \cdot v^2$$

Aber ein Erdbeben wird eine Kombination von vielen harmonischen Lasten sein, die auf verschiedene Frequenzen gleichzeitig wirken. Die in diesen harmonischen Lasten dargestellte Last ist die Beschleunigung der Struktur multipliziert mit der Masse der Struktur. Die Frequenzen dieser harmonischen Lasten sind die Frequenzen auf denen diese Beschleunigung während des Erdbebens stattfindet.

Die Kombination aller Beschleunigungen über die verschiedenen Erdbebenfrequenzen wird durch ein Antwortspektrum gegeben. Ein Antwortspektrum ist also nichts anderes als eine Liste der Beschleunigungen und der Frequenzen, auf denen sie auftreten.

Antwortspektren

Wenn eine Struktur für Erdbeben bemessen werden muss, wird in den meisten Fällen die Spektralanalyse verwendet, weil die Erdbebenlast oft als Antwortspektrum beschrieben wird. Dieses Antwortspektrum kann entweder ein Verformungs-, Geschwindigkeits- oder Beschleunigungsspektrum sein.

Die Beziehung eines Erdbebens (angegeben durch einen Beschleunigungs-Zeitverlauf) und dem entsprechenden Verschiebungsantwortspektrum wird durch [16] angegeben:

$$S_d(\xi, \omega) = \frac{1}{\omega} \cdot \left[\int \ddot{y}_g(\tau) \cdot e^{-\xi\omega(T-\tau)} \cdot \sin(\omega \cdot (T - \tau)) \cdot d\tau \right]_{\max} \quad (4.5)$$

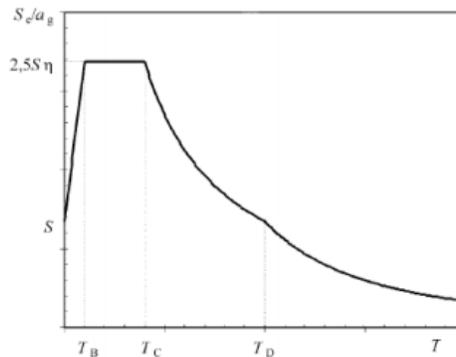
Wo:

- $\ddot{y}_g(\tau)$: Bodenbeschleunigung in Funktion der Zeit
- ξ : der Dämpfungsbeiwert
- T : Die Periode $2\pi/\omega$

Anstelle des Verschiebungsantwortspektrums S_d kann auch das Geschwindigkeitsantwortspektrum S_v oder das Beschleunigungsantwortspektrum S_a verwendet werden. Diese drei Spektren beziehen sich auf: ω

$$S_a = \omega \cdot S_v = \omega^2 \cdot S_d \quad (4.6)$$

In Eurocode 8 [7] wird die Erdbebenbewegung an einem gegebenen Punkt auf der Oberfläche durch ein elastisches **Bodenbeschleunigungsantwortspektrum** oder "Elastisches Antwortspektrum Se". Dieses Spektrum ist dargestellt in der folgenden Abbildung:



Eine häufig verwendete Bemessungsart zur Beschreibung einer Erdbebenmagnitude ist die sogenannte Richterskala. **Anhang A** zeigt eine Beziehung zwischen der Größe der Richter-Skala und der Spitzenbodenbeschleunigung.

Spektralanalyse

Für MDOF-Systeme (Multiple Degree of Freedom) kann die Gleichung (4.4) in Matrixschrift als einen Satz gekoppelter Differentialgleichungen geschrieben werden:

$$M \cdot \ddot{U} + C \cdot \dot{U} + KU = -M \cdot \{1\} \cdot \ddot{Y}_g \tag{4.7}$$

Die Matrix {1} wird zur Anzeige der Erdbebenrichtung verwendet. Beispielsweise ist die Matrix für eine 2D-Struktur (drei Freiheitsgrade) mit einem Erdbeben, das in Richtung x wirkt, eine Folge wie {1,0,0,1,0,0,0,0,...}.

Die resultierende Gruppe gekoppelter Differentialgleichungen wird durch eine Transformation $U = Z \cdot Q$ in eine Gruppe nicht ausgekoppelter Differentialgleichungen reduziert, wobei z eine Teilmenge der Eigenformen und Q ein zeitabhängiger Vektor ist. Φ

$$M \cdot Z \cdot \ddot{Q} + C \cdot Z \cdot \dot{Q} + K \cdot Z \cdot Q = -M \cdot \{1\} \cdot \ddot{Y}_g$$

Oder

$$Z^T \cdot M \cdot Z \cdot \ddot{Q} + Z^T \cdot C \cdot Z \cdot \dot{Q} + Z^T \cdot K \cdot Z \cdot Q = -Z^T \cdot M \cdot \{1\} \cdot \ddot{Y}_g$$

Dies kann durch einen Satz nicht gekoppelter Differentialgleichungen vereinfacht werden:

$$\ddot{Q} + C^* \cdot \dot{Q} + \Omega^2 \cdot Q = -Z^T \cdot M \cdot \{1\} \cdot \ddot{Y}_g \tag{4.8}$$

C* ist eine Diagonalmatrix, die Bezeichnungen wie $2 \cdot \omega_i \cdot \xi_i$

Jede Gleichung j hat eine Lösung der Form:

$$Q_j = -Z^T \cdot M \cdot \{1\} \cdot \frac{1}{\omega} \cdot \int_0^t \ddot{Y}_g(\tau) \cdot e^{-\xi \omega_i (T-\tau)} \cdot \sin(\omega_j \cdot (T-\tau)) \cdot d\tau \tag{4.9}$$

Um die maximalen Verschiebungen zu erhalten, kann das Verschiebungsantwortspektrum S_d der Gleichung (4.5) ersetzt werden:

$$Q_{j,max} = -Z^T \cdot M \cdot \{1\} \cdot S_d(\xi_j, \omega_j) \tag{4.10}$$

Und:

$$U_{j,max} = -Z \cdot Z^T \cdot M \cdot \{1\} \cdot S_d(\xi_j, \omega_j)$$

Oder

$$U_{j,max} = -Z \cdot \Psi \cdot S_d(\xi_j, \omega_j) \tag{4.11}$$

Wo Ψ : Beiwert der modalen Beteiligung:

$$\Psi = Z^T \cdot M \cdot \{1\}$$

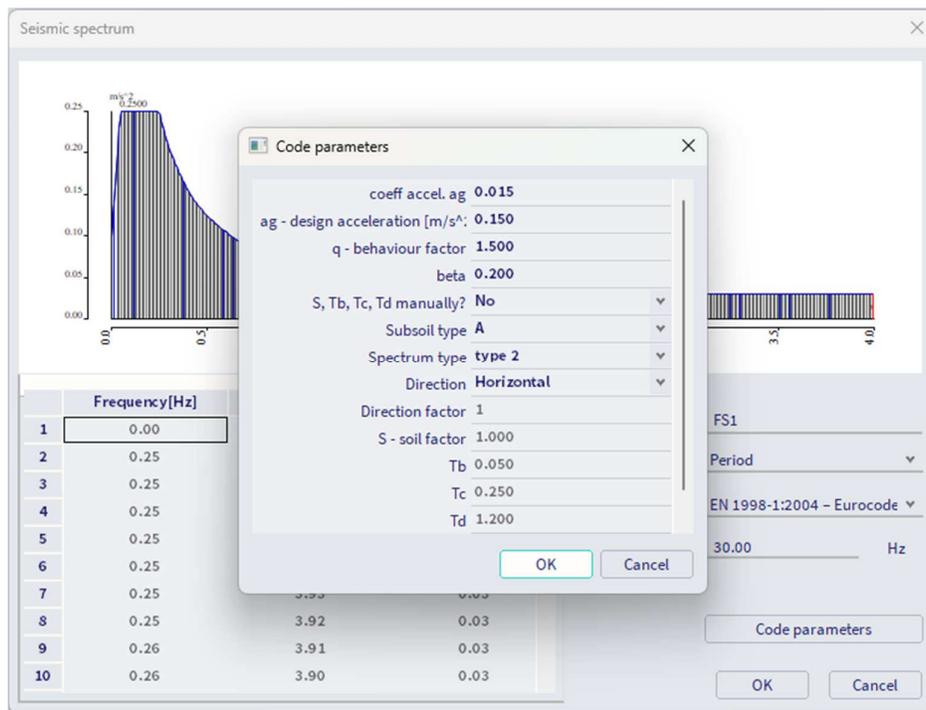
3.2 Erdbebenlast in SCIA Engineer

Antwortspektren

In SCIA Engineer kann nach dem Erstellen einer Massengruppen-Kombination eine Erdbebenlast eingegeben werden. Dies impliziert, dass die Schritte zum Ausführen der Berechnung der freien Schwingung hier noch gelten und um die Eigenschaften der Erdbebenlast erweitert werden.

Wie in der Theorie spezifiziert, definiert Eurocode 8 [7] das elastische Antwortspektrum S_e . Aus Bemessungsgründen wird dieses Spektrum auf ein **Bemessungsspektrum S_d reduziert**. Dieses Bemessungsspektrum ist von mehreren Parametern abhängig: dem **Bodentyp**, der **Bodenbeschleunigung**, dem **Verhaltensbeiwert** und der **Dämpfung**.

Beim Definieren eines Spektrums in SCIA Engineer kann das Spektrum entweder durch Kombinationen aus Frequenzen und Beschleunigungen, oder Perioden & Beschleunigungen oder einfach durch Eingabe der Parameter, die dieses Spektrum gemäß Eurocode 8 definieren, definiert werden. Wenn der Benutzer wünscht, das Spektrum basierend auf den Parametern im Eurocode 8 zu erstellen, wird das nächste Eingabefenster erstellt:



Für eine detaillierte Beschreibung dieser Parameter wird sich auf den Eurocode 8 [7] bezogen. Im Folgenden wird eine kurze Übersicht über die für SCIA Engineer erforderlichen Eingaben ermittelt.

- **Dämpfung:** Die Bemessungsspektren des Eurocode 8 werden für ein Dämpfungsverhältnis definiert von **5%**. Wenn die Struktur ein anderes Dämpfungsverhältnis hat, muss das Spektrum mit einem Dämpfungskorrekturfaktor angepasst werden η . Dies wird in Kapitel 11 genauer behandelt.

- **Bodenbeschleunigung:** Die Bodenbeschleunigung A_g oder der Beschleunigungsbeiwert α kann mittels eines Bedeutungsbeiwerts ermittelt werden.

⇒ Die **Bodenbeschleunigung a_g** kann aus dem Bedeutungsbeiwert und der Spitzenbodenbeschleunigung (PGA) berechnet werden:

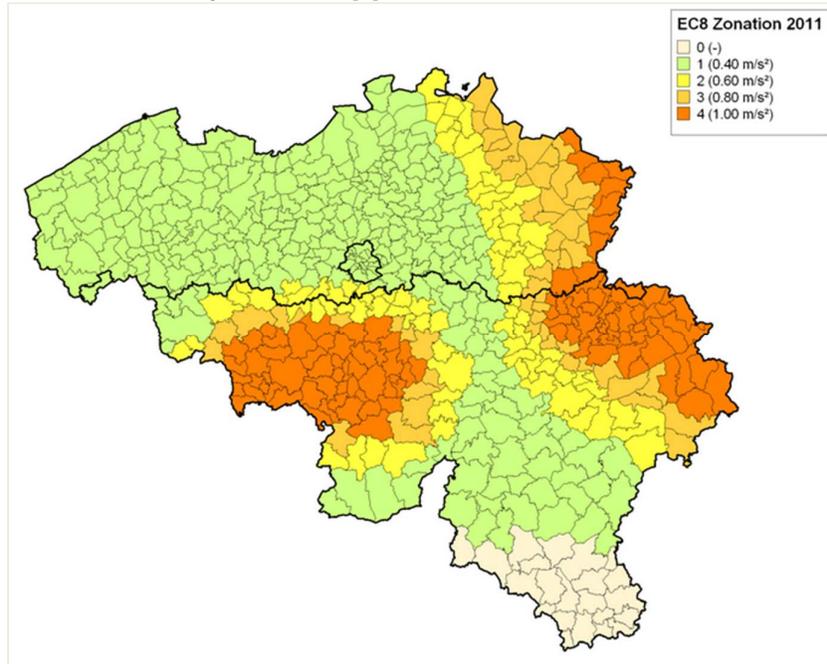
$$a_g = \gamma_I * a_{gr} \quad (4.12)$$

⇒ Der **Beschleunigungsbeiwert α** wird definiert als Bodenbeschleunigung geteilt durch Erdbeschleunigung von Schwerkraft g :

$$\alpha = \frac{a_g}{g}$$

(4.13)

- ⇒ Der **Bedeutungsbeiwert** wird aus der Rückkehrperiode der Erdbebeneinwirkung und der Bedeutung der Struktur abgeleitet. Dem γ_1 Rücklaufzeitraum wird ein Bedeutungsbeiwert von 1 zugewiesen.
- ⇒ Die **Spitzenbodenbeschleunigung (PGA) a_{gr}** kommt aus den Erdbebenezonen, in die ein Land aufgeteilt ist. Per Definition wird die Erdbebengefährdung innerhalb jeder Zone als konstant angenommen. Die Gefährdung wird mit einem einzigen Parameter beschrieben: der Spitzenbodenbeschleunigung (PGA) a_{gr} . Die folgende Abbildung illustriert die Teilung in Erdbebenezonen für die Belgische Karte [9]:



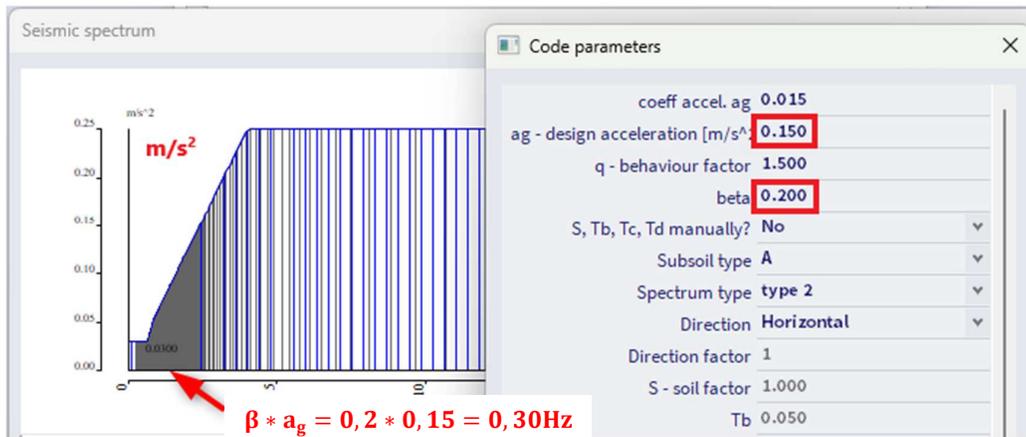
Zonen	0	1	2	3	4
Agr (für A-Baugrund) in m/s^2	/	0,39	0,59	0,78	0,98

- **Verhaltensbeiwert** (EN 1998, 3.2.2.5): Um eine explizite un-elastische Strukturanalyse in der Bemessung zu vermeiden, wird die Energie-Ableitungsfähigkeit der Struktur, hauptsächlich durch Duktilitätsverhalten der Elemente, durch die Durchführung einer elastischen Analyse basierend auf einem gegenüber dem elastischen reduzierten Antwortspektrum berücksichtigt. Diese Reduktion wird durch die Einführung des Verhaltensbeiwerts q erreicht.

- ⇒ Für die vertikale Komponente der Erdbebeneinwirkung sollte generell für alle Werkstoffe und Struktursysteme ein Verhaltensbeiwert q bis **1,5** verwendet werden. Die Annahme von Werten von q größer 1,5 in vertikale Richtung sollte durch eine gründliche Analyse begründet werden.
- ⇒ Die Werte des Verhaltensbeiwerts q , der auch den Einfluss der viskosen Dämpfung berücksichtigt, werden gemäß den relevanten Duktilitätsklassen in EN 1998 für verschiedene Werkstoffe und Struktursysteme angegeben. Der Wert des Verhaltensbeiwerts q kann in verschiedenen horizontalen Richtungen der Struktur unterschiedlich sein, obwohl die Duktilitätsklassifizierung in allen Richtungen gleich sein muss.

- **Beta (β)**: Der Beiwert entspricht dem niedrigsten Grenzwert (asymptote) für das horizontale Bemessungsspektrum. Der empfohlene Wert für (β) ist 0,2, kann aber durch den entsprechenden nationalen Anhang überstimmt werden.

Wenn Sie das Spektrum als Beschleunigung auf Frequenz anzeigen, wäre der linke Wert der Untergrenzenfaktor β , multipliziert mit der Bodenbeschleunigung.



- **S, Tb, Tc, Td manuell?:** Wenn Sie dies auf "Nein" setzen, werden die Werte für das Spektrum automatisch von den anderen Eigenschaften in diesem Fenster berechnet.

- **Baugrundtyp:** Der Baugrundtyp ist von den Baugrundeigenschaften abhängig und wird mit den Buchstaben A bis E spezifiziert

Ground type	Description of stratigraphic profile	Parameters		
		$v_{s,30}$ (m/s)	N_{SPT} (blows/30cm)	c_u (kPa)
A	Rock or other rock-like geological formation, including at most 5 m of weaker material at the surface.	> 800	–	–
B	Deposits of very dense sand, gravel, or very stiff clay, at least several tens of metres in thickness, characterised by a gradual increase of mechanical properties with depth.	360 – 800	> 50	> 250
C	Deep deposits of dense or medium-dense sand, gravel or stiff clay with thickness from several tens to many hundreds of metres.	180 – 360	15 - 50	70 - 250
D	Deposits of loose-to-medium cohesionless soil (with or without some soft cohesive layers), or of predominantly soft-to-firm cohesive soil.	< 180	< 15	< 70
E	A soil profile consisting of a surface alluvium layer with v_s values of type C or D and thickness varying between about 5 m and 20 m, underlain by stiffer material with $v_s > 800$ m/s.			

- **Art des Spektrums:** Wenn die Erdbeben, die am meisten zur Erdbebengefährdung beitragen, die für die probabilistische Gefährdungsbeurteilung für die Baustelle definiert wurden, eine Magnitude M_s von nicht größer als 5,5 haben, wird empfohlen, das Typ-2-Spektrum zu verwenden. Eine einfache Formel zum Ermitteln der Oberflächenwellen-Magnitude aus der Richter-Maßstabskala ([29]) ist:

$$M_s = -3,2 + 1,45 \cdot ML \tag{4.14}$$

- **Richtung:** Wenn das Spektrum in Richtung X oder Y angewendet wird, dann muss dies auf 'Horizontal' festgelegt werden. Wenn das Spektrum in Z-Richtung angewendet werden soll, muss diese Eigenschaft auf 'Vertikal' festgelegt werden.

Rechenprotokoll

Im Berechnungsprotokoll von SCIA Engineer sind die Zwischenergebnisse gefunden, die bei der Berechnung der globalen Auswirkung einer spektralen Belastung ermittelt wurden. In diesem Absatz werden die Formeln beschrieben, die zur Ermittlung dieser Zwischenergebnisse verwendet wurden.

Eigenfrequenz und Modale Form

Massenmatrix	$[M]_D$
Massenvektor	$\{m\} = [M]_D \cdot \{1\}$
Eigenfrequenz im Kreis der Eigenform j	$\omega_{(j)}$
Natürlich normalisierte Modalform	$\{\phi\}_{(j)}$, Avec $\{\phi\}_{(j)}^T \cdot [M]_D \cdot \{\phi\}_{(j)} = M_{(j)} = 1$
Gesamtmasse in k.-ten Richtung	$M_{k,tot}$
Beschleunigungsantwortspektrum	$S_{a,k,(j)}$
Richtung	k
Gesamtzahl Richtungen	NK

Beteiligungsbeiwert der Eigenform j in Richtung k

Beteiligungsbeiwert	$\gamma_{k,(j)} = \frac{\{\phi_k\}^T \cdot \{m\}}{M_{(j)}} = \{\phi_k\}^T \cdot \{m\}$
Wirksame Masse	$M_{k,ef,(j)} = \gamma_{k,(j)}^2 \cdot M_{(j)} = \gamma_{k,(j)}^2$
Beteiligungs-Massenverhältnis	$L_{k,(j)} = \frac{M_{k,ef,(j)}}{M_{k,tot}}$

Eigenformbeiwert für Modus j

Eigenformbeiwert in k-ten Richtung	$G_{k,(j)} = \frac{S_{a,k,(j)} \cdot \gamma_{k,(j)}}{\omega_{(j)}^2}$
Gesamtformbeiwert	$G_{(j)} = \frac{\sum_{k=1}^{NK} S_{a,k,(j)} \cdot \gamma_{k,(j)}}{\omega_{(j)}^2}$

Antwort der Eigenform j

Verschiebung	$\{u\}_{(j)} = G_{(j)} \cdot \{\phi\}_{(j)}$ $\{u_k\}_{(j)} = G_{k,(j)} \cdot \{\phi_k\}_{(j)}$
Beschleunigung	$\{u\}_{(j)} = \omega_{(j)}^2 \cdot G_{(j)} \cdot \{\phi\}_{(j)}$ $\{\ddot{u}_k\}_{(j)} = \omega_{(j)}^2 \cdot G_{k,(j)} \cdot \{\phi_k\}_{(j)} = S_{a,k,(j)} \cdot \gamma_{k,(j)} \cdot \{\phi_k\}_{(j)}$
Seitenkraft in Knoten i für Richtung k	$F_{i,k,(j)} = m_{i,k,(j)} \cdot S_{a,k,(j)} \cdot \gamma_{k,(j)} \cdot \phi_{i,k,(j)}$
Schubkraft in Richtung k	$F_{k,(j)} = \sum_i F_{i,k,(j)} = \{\ddot{u}_k\}_{(j)}^T \cdot \{m\} = S_{a,k,(j)} \cdot \gamma_{k,(j)} \cdot \{\phi_k\}_{(j)}^T \cdot \{m\}$ $F_{k,(j)} = S_{a,k,(j)} \cdot \gamma_{k,(j)}^2$
Kippmoment im Knoten i für Richtung k	$M_{i,k,(j)} = m_{i,k} \cdot S_{a,k,(j)} \cdot \gamma_{k,(j)} \cdot \phi_{i,k,(j)} \cdot z_i$
Kippmoment in Richtung k	$M_{k,(j)} = \sum_i M_{i,k,(j)} = \sum_i (m_{i,k} \cdot S_{a,k,(j)} \cdot \gamma_{k,(j)} \cdot \phi_{i,k,(j)} \cdot z_i)$ $M_{k,(j)} = S_{a,k,(j)} \cdot \gamma_{k,(j)} \cdot \sum_i (m_{i,k} \cdot \phi_{i,k,(j)} \cdot z_i)$

Die Berechnung dieser Parameter wird an einem Beispiel weiter in diesem Kapitel illustriert.

 **Verfahren der modalen Kombination**

Verfahren der modalen Kombination werden zur Berechnung der Antwort **R** einer Erdbebenanalyse verwendet. Der Begriff "Antwort" (R) bezieht sich auf die Ergebnisse einer Erdbebenanalyse, d.h. Verschiebungen, Geschwindigkeiten, Beschleunigungen, Bauteilkräfte und Spannungen.

Da die Differentialgleichungen nicht getrennt wurden, wird man für jede Form j ein Ergebnis erhalten. Um die Gesamtantwort R_{tot} des Tragwerks zu erhalten, müssen die einzelnen modale Antworten $R_{(j)}$ kombiniert werden.

In SCIA Engineer werden folgende Methoden für modale Kombinationen verwendet:

- **SRSS-Methode** (Quadratwurzel der Quadratsumme)

$$R_{\text{tot}} = \sqrt{\sum_{j=1}^N R_{(j)}^2}$$

Wobei $R_{(j)}$ die Antwort des Modus j.

- **CQC-Methode** (Vollständige quadratische Kombination)

$$R_{\text{tot}} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N R_{(i)} \cdot \rho_{i,j} \cdot R_{(j)}}$$

Wo:

$R_{(i)}, R_{(j)}$ Dehnungen des Modus i und j
 $\rho_{i,j}$: Beiwerte der modalen Kreuzkorrelare

$$\rho_{i,j} = \frac{8 \cdot \sqrt{\xi_i \xi_j} \cdot (\xi_i + r \xi_j) \cdot r^{\frac{3}{2}}}{(1 - r^2)^2 + 4 \cdot \xi_i \xi_j r (1 + r^2) + 4 \cdot (\xi_i^2 + \xi_j^2) \cdot r^2}$$

r:

$$r = \frac{\omega_j}{\omega_i}$$

ξ_i, ξ_j : Dämpfungsverhältnis für Modus i und j

Dieses Verfahren basiert sowohl auf der Modalfrequenz als auch auf der Modaldämpfung. Das CQC-Verfahren erfordert daher die Eingabe von Zusatzdaten: ein **Dämpfungsspektrum**, um das Dämpfungsverhältnis für jeden Modus zu definieren.

In vielen Fällen existiert jedoch kein Verfahren zur Ermittlung des Dämpfungsgrades für die höheren Eigenformen. Meistens wird dann für alle Modi das gleiche Dämpfungsverhältnis verwendet [17].

- **MAX-Verfahren**

$$R_{\text{tot}} = \sqrt{R_{(j\text{MAX})}^2 + \sum_{j=1}^N R_{(j)}^2}$$

wo:

$R_{(j)}$ Die Antwort des Modus j.
 $R_{(j\text{MAX})}$ die Höchstantwort aller Modi.

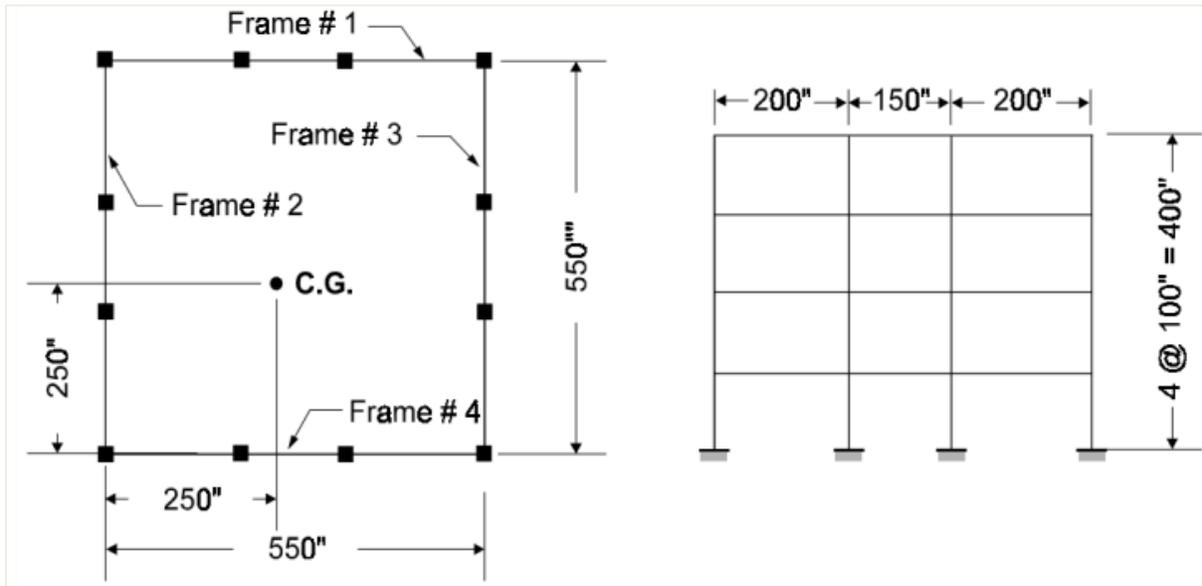
Der Eurocode 8 [7] schreibt das **SRSS-Verfahren vor**. Dieses Verfahren kann jedoch nur angewendet werden, wenn alle relevanten Modalantworten unabhängig voneinander sind. Dies wird erfüllt, wenn die Periode des Modus j kleiner oder gleich **90 %** der Periode im Modus i ist.

Wenn die Modalantworten nicht unabhängig voneinander sind, muss ein genaueres Verfahren wie das **CQC-Verfahren** verwendet werden.

Im folgenden numerischen Beispiel wird diese Differenz zwischen SRSS und CQC veranschaulicht.

Beispiel 03-1.esa

Ein viergeschossiges symmetrisches Gebäude wird in einer 3D-Analyse (aus [18], S.15-9) modelliert. Das Gebäude ist symmetrisch; Das Massenzentrum aller Stockwerke liegt jedoch 25 Zoll vom geometrischen Zentrum des Gebäudes entfernt.



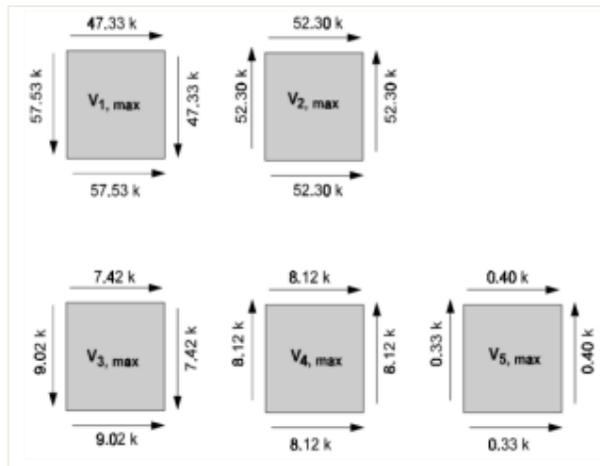
Die Struktur hat die folgenden Eigenfrequenzen für die ersten 5 Modi:

- Modus 1: $f = 13,87$ Hz
- Modus 2: $f = 13,93$ Hz
- Mode 3: $f = 43,99$ Hz
- Modus 4: $f = 44,19$ Hz
- Modus 5: $f = 54,42$ Hz

Es liegt auf der Hand, dass die Modi 1 & 2 und 3 & 4 sehr nah aneinander liegen. Es ist typisch für die meisten dreidimensionalen Tragwerke, dass sie für Erdbeben aus beiden Richtungen gleichermaßen standhalten. Daher haben die ähnlichen Eigenformen in X- und Y-Richtung fast die gleichen Eigenfrequenzen.

Wegen der kleinen Massenausmitte, die in realen Strukturen normal ist, hat die Eigenform x, y auch Torsionskomponenten. Das Modell stellt daher ein sehr allgemeines dreidimensionales Gebäudesystem dar.

Das Gebäude unterstand einer Komponente des Erdbebens in Taft 1952. Es wurden eine exakte Zeitverlaufsanalyse mit allen 12 Modi und eine Antwortspektrumanalyse durchgeführt. Die maximalen Schubwerte der modalen Basis in den vier Rahmen für die ersten fünf Modi sind in der Abbildung unten gezeigt.



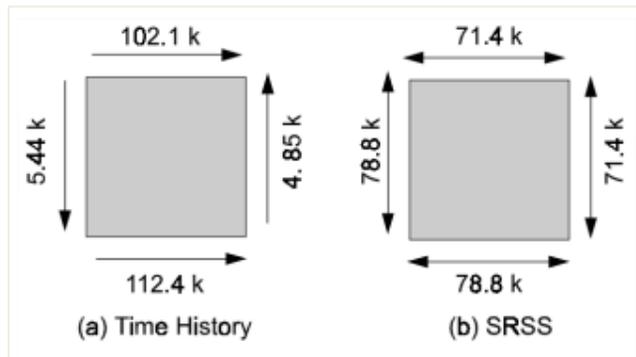
Die maximalen Grundschubkräfte sind:

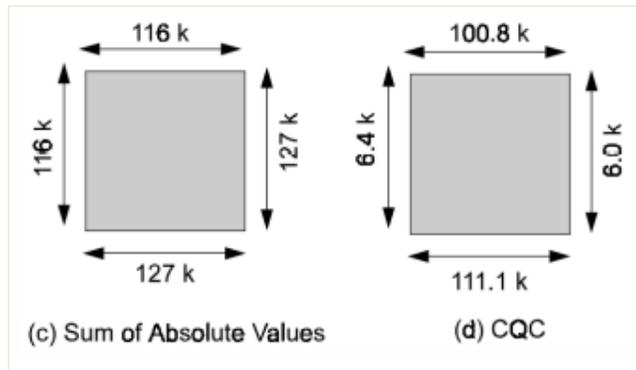
- Modus 1: $F = -57,53 \text{ kN}$
- Modus 2: $F = 52,30 \text{ kN}$
- Modus 3: $F = -9,02 \text{ kN}$
- Modus 4: $F = 8,12 \text{ kN}$
- Modus 5: $F = 0,33 \text{ kN}$

Um die Global Response zu erhalten, werden diese Modalantworten sowohl unter Verwendung der **SRSS-Methode** und des **CQC-Verfahrens** als auch unter Verwendung einer **Summe der Absolutwerte kombiniert**.

Nun werden die maximalen Gesamtquerschnitte der Grundbewehrung unter Verwendung verschiedener Methoden verglichen:

- Die **Zeitgeschichte** der Basisschub ist genau.
- Das **SRSS-Verfahren** erzeugt Basisschub, die die genauen Werte in Richtung der Lasten um etwa 30 Prozent unterschätzen und die Basisschubkräfte normal für die Lasten um den Faktor 10 überschätzen.
- Die **Summe der Absolutwerte** überschreibt grob alle Ergebnisse.
- Das **CQC-Verfahren** erzeugt sehr realistisch Werte, die nahe an der genauen Zeitverlaufslösung liegen.





Ergebnisse für den globalen Grundschub:

	Seitlich	Transversal
Genauere Lösung mit Zeitverlaufsanalyse	112,4kN	5,44kN
Globaler Grundschub unter Verwendung von SRSS	78,8kN	78,8kN
Globaler Basisschub mit CQC	111,1kN	6,37kN

In diesem Beispiel überschreibt die SRSS-Methode den Basisschub um den Faktor 10.

Für das **CQC-Verfahren** werden die folgenden Modale Kreuzkorrelationsbeiwerte $\rho_{i,j}$ mit einem Dämpfungsverhältnis von $\xi_{i,j} 5\%$ verwendet.

Modus	1	2	3	4	5
1	1,000	0,998	0,006	0,006	0,004
2	0,998	1,000	0,006	0,006	0,004
3	0,006	0,006	1,000	0,998	0,180
4	0,006	0,006	0,998	1,000	0,186
5	0,004	0,004	0,180	0,186	1,000

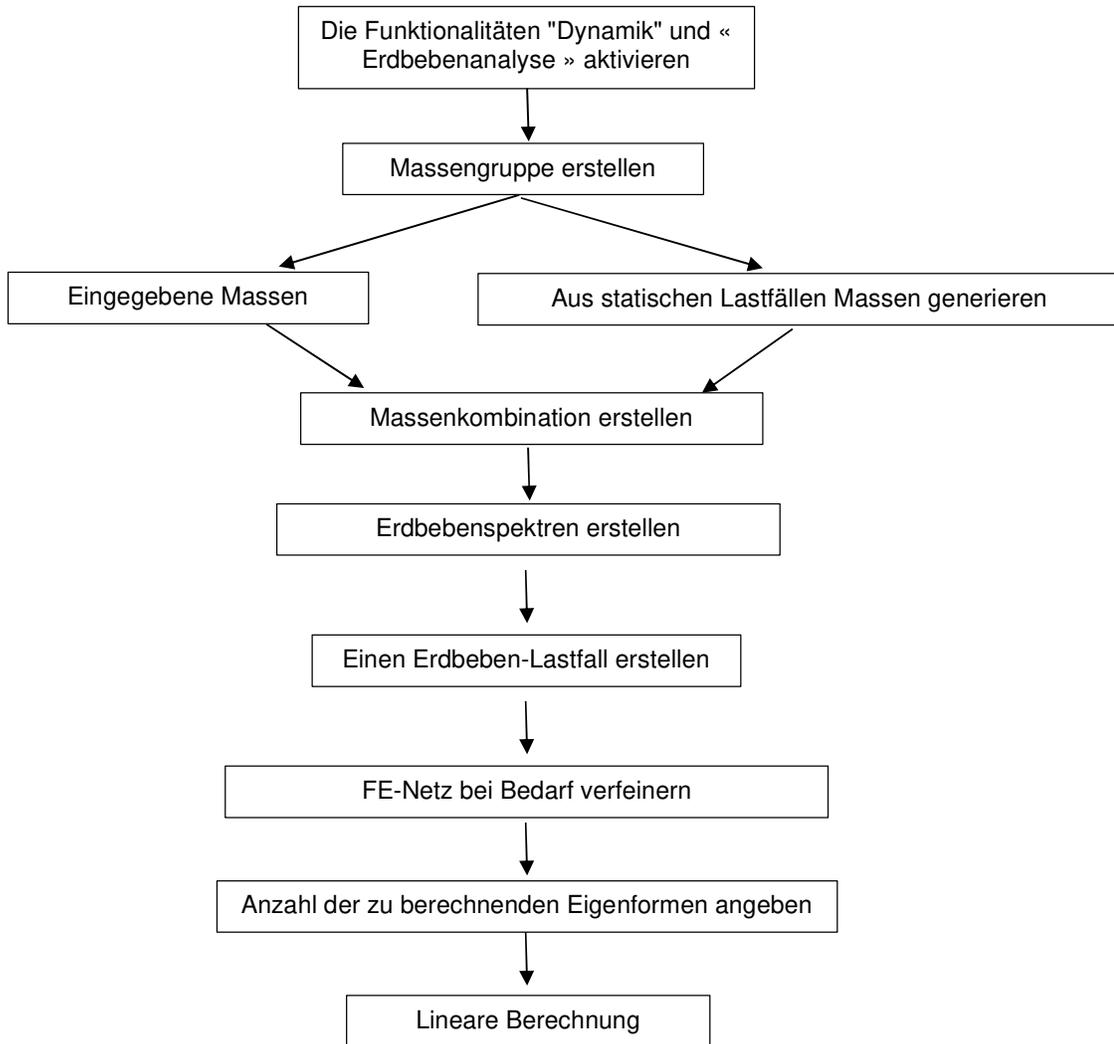
Es ist wichtig zu beachten, dass es relativ große Begriffe außerhalb der Diagonale gibt, die darauf hinweisen, welche Modi gekoppelt sind.

Bemerkte man die Anzeichen der Schubkräfte der modalen Basis, die auf der vorigen Seite gezeigt sind, so zeigt sich, wie durch die Anwendung der CQC-Methode die Summe der Basisschub in Richtung der Außenbewegung direkt addiert werden kann. Außerdem, die Summe der Basisschübe, normal für die externe Bewegung, verfällt.

Die Fähigkeit der **CQC-Methode**, das relative Vorzeichen der Begriffe in der modalen Antwort zu erkennen, ist der Schlüssel zur Behebung von Fehlern im **SRSS-Verfahren**.

3.3 Erdbebenberechnung in SCIA Engineer

Im folgenden Diagramm werden die für das Ausführen der Spektralanalyse erforderlichen Schritte angezeigt:



Wie in der Theorie spezifiziert, wird die dynamische Berechnung in eine äquivalente statische Berechnung transformiert. Daher muss eine lineare Berechnung ausgeführt werden. Während dieser Berechnung wird auch die Berechnung der freien Schwingung ausgeführt, weil diese Daten für die Erdbebenergebnisse benötigt werden.

Das Diagramm wird in den folgenden Beispielen illustriert.

Beispiel 03-2.esa

In diesem Beispiel wird ein dreigeschossiges Tragwerk als Kragarm modelliert. Die Teile sind **IPE200** und werden in **S 235** gemäß **EC-EN hergestellt**. Die Höhe jedes Geschosses beträgt **4 m**. In jedem Geschoss trägt die Struktur eine Masse von **500 kg**.

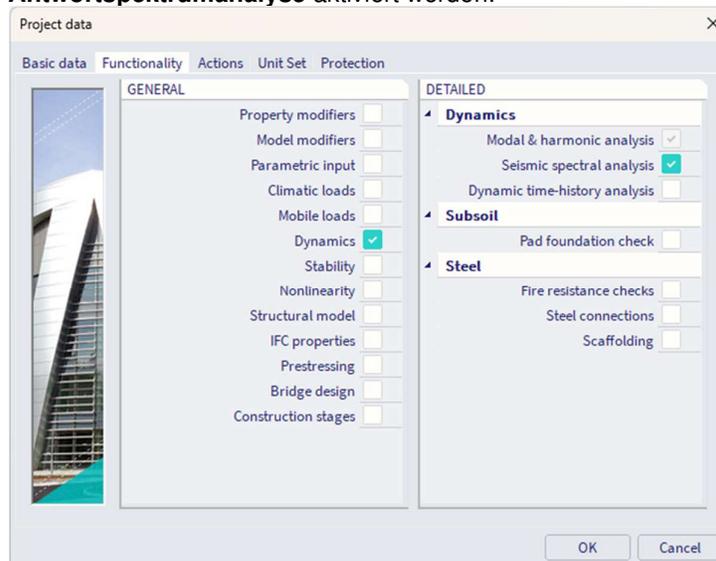


Ein statischer Lastfall wird erstellt: das **Eigengewicht** der Struktur. Um das Eigengewicht jedoch nicht für die dynamische Berechnung zu berücksichtigen, kann die volumetrische Masse von **S 235** in der **Materialbibliothek** auf 1 kg/m^3 **festgelegt werden**. Dadurch wird es einfacher, die Ergebnisse durch eine manuelle Berechnung zu überprüfen.

Die Struktur wird einem Erdbeben in Richtung X gemäß dem Eurocode 8 ausgesetzt sein, wobei ein Bemessungs-Antwortspektrum für Bodentyp **B** mit einem Verhaltensbeiwert von **2** verwendet wird. Der Beschleunigungsbeiwert ist **0,35**.

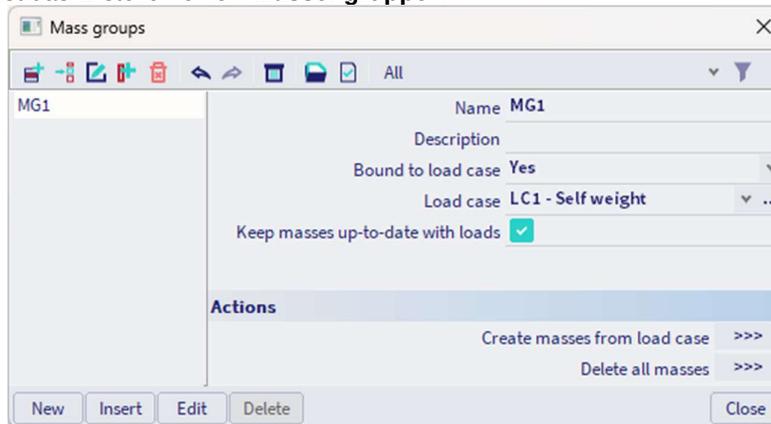
Schritt 1: Funktionalität

Der erste Schritt in der dynamischen Berechnung besteht im Aktivieren der Funktion **Dynamik** auf der **Registerkarte Funktionalität** in den **Projektdateien**. Für die Ausführung der Erdbebenberechnung muss auch die Funktionalität der **Antwortspektrumanalyse** aktiviert werden:



Schritt 2: Massengruppe

Der zweite Schritt ist das Erstellen einer "Massengruppe".



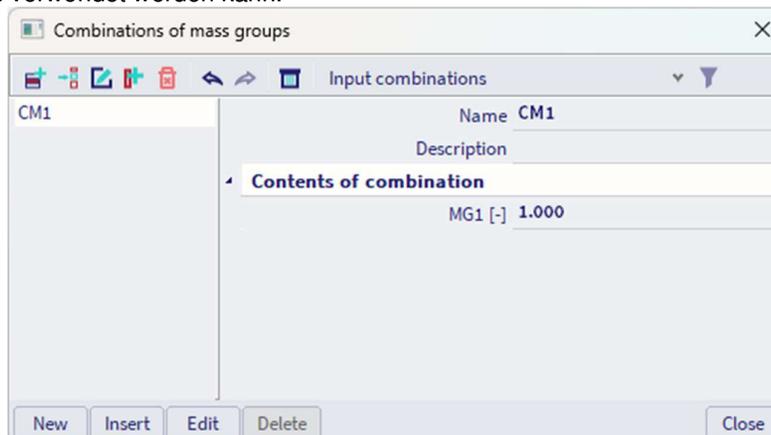
Schritt 3: Massen

Nach Erstellung der Massengruppe können die **500 kg** Massen in jedem Geschossniveau eingegeben werden:



Schritt 4: Kombination von Massengruppen

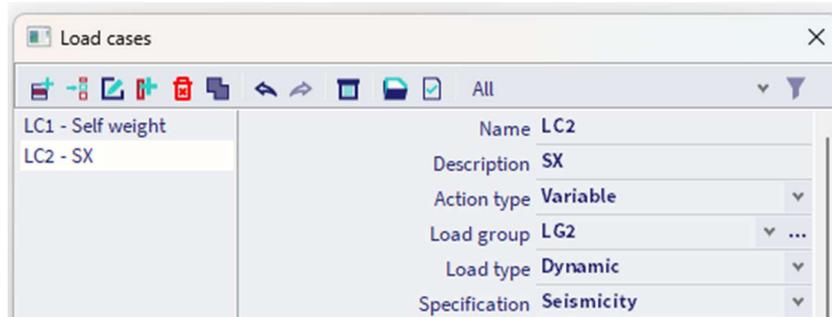
Als nächstes wird die Massengruppe in eine **Massengruppen-Kombination** gesetzt, die zum Definieren des Erdbeben-Lastfalls verwendet werden kann.



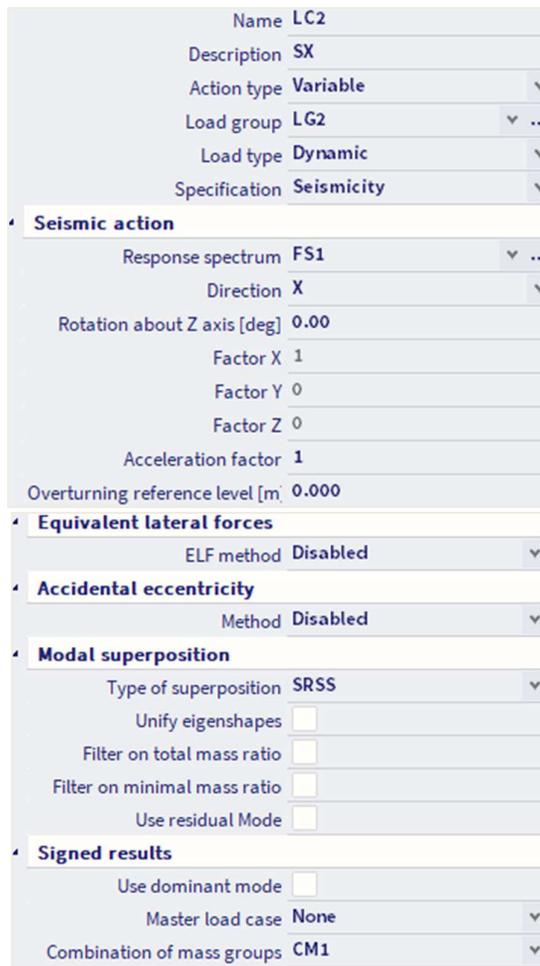
Schritt 5: Erdbeben-Lastfall

Nach dem Erstellen einer Massenkombination kann ein Erdbeben-Lastfall über die Arbeitsstation « Lasten » und « Lastfälle » definiert werden.

Der Aktionstyp ist « Variabel ».
 Der Lasttyp ist « Dynamisch ».
 Die Spezifikation ist « Erdbeben ».



Jetzt werden die Parameter des Erdbeben-Lastfalls angezeigt. Diese Parameter werden nun erklärt (von oben nach unten).

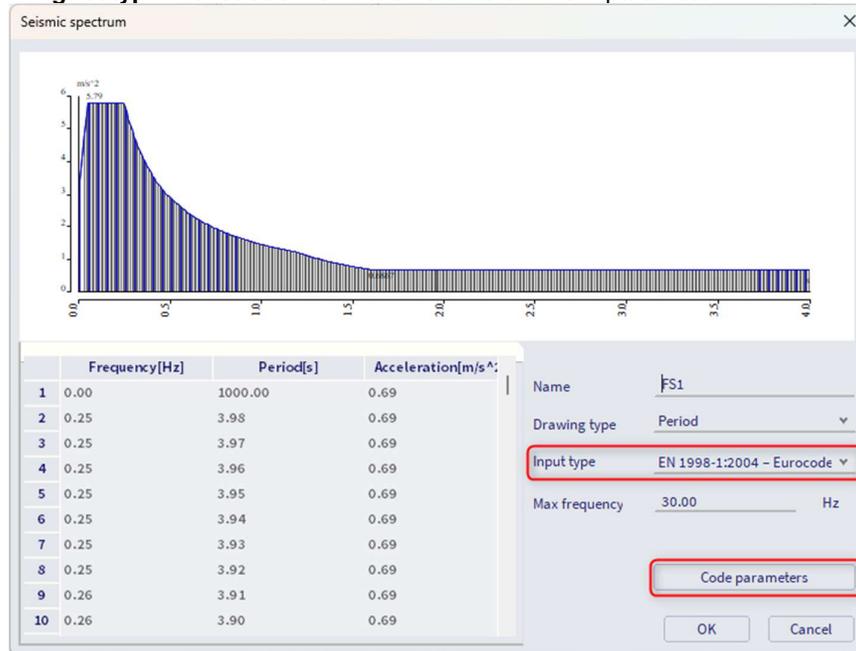


⇒ **Antwortspektrum:**

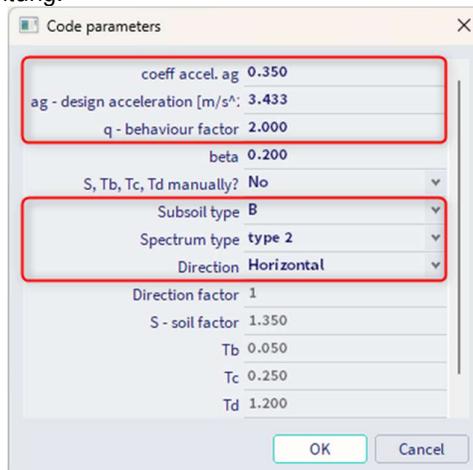
- Nachdem Sie « Lasttyp » als « Dynamisch » ausgewählt haben, werden die verschiedenen Spektren angezeigt, die bereits im Projekt zusammengesetzt sind (standardmäßig FS1). Sie können an den drei Punkten in der Zeile "Antwortspektrum" aktivieren, um zur Liste mit den Spektren zu wechseln, und dann "Neu" auswählen, um ein neues Spektrum zu erstellen.



- Es ist auch möglich, dass das Projekt noch kein Spektrum enthält. Nachdem Sie dann den « Lasttyp » als « Dynamik » ausgewählt haben, öffnet die Software automatisch die Liste mit den Spektren und klicken Sie auf "Neu". Das nächste Fenster erscheint. Wählen Sie « **Eingabetyp = Eurocode** » und aktivieren Sie « Normparameter ».

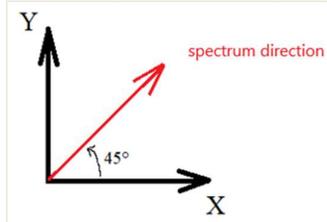


- In den « **Normparametern** » wird das Spektrum definiert:
 - Der **Beschleunigungsbeiwert a_g** ist **0,35**.
Beachten Sie, dass a_g automatisch nach Änderung des Beschleunigungsbeiwerts a_g ermittelt wird.
 - Der Verhaltensbeiwert **q** ist **2**.
 - Der Baugrundtyp ist **Vom Typ B**.
 - Der Typ des Spektrums ist **Typ 2**.
 - Das Spektrum wird in X-(und Y)-Richtung verwendet, also in **horizontale** Richtung.



- Klicken Sie nach der Änderung der Parameter auf « OK », bis Sie zum Lastfall zurückzukehren sind.

- ⇒ **Richtung:** Zum Anwenden eines Spektrums in diese globale Richtung müssen Sie eine Richtung (X, Y oder Z) auswählen. Wir empfehlen, eine Richtung nach Lastfall zu verwenden und die verschiedenen Lastfälle in einer Erdbebenkombination zu kombinieren.
- ⇒ **Verdrehung um die z-Achse [deg]:** Wenn Sie ein Spektrum in geneigte Richtung von der X-, Y- oder Z-Achse anwenden möchten, können Sie einen Drehwinkel definieren. Wenn Sie z. B. 45° in Richtung x definieren, wird das Spektrum in die folgende Richtung angewendet:



- ⇒ **Beiwerte X, Y Z:** Dies wird verwendet, um die Beschleunigungen im Spektrum zu ändern, ohne die Spektrumparameter zu ändern. Wir raten dazu, dies **auf 1 zu setzen**.
- ⇒ **Beschleunigungsbeiwert:** Dieser Beiwert wird mit den Beiwerten X, Y, Z (alle) multipliziert. Dieser Beiwert sollte **auf 1 festgelegt** werden, weil der Beschleunigungsbeiwert bereits in den Parametern des Spektrums verwendet wird.
- ⇒ **Kippen:** Dieser Parameter wird verwendet, wenn sich die Auflager der Struktur über dem Boden befinden. Standardmäßig ist dieser Wert gleich **0**.
- ⇒ **Äquivalente Seitenkräfte:** Das Standardmäßige Analyseverfahren in der Software ist der Artikel 4.3.3.3 « Modalanalyse mittels Antwortspektrum ». Durch Aktivieren dieser Option wird die Software die Methode aus 4.3.3.2 Artikel « Analyseverfahren mit Seitenkräften » anwenden.
- ⇒ **Zufallsausmitte:** Die meisten Erdbebennormen schreiben vor, dass auf Tragwerke aufgrund der Massenausmitte, einschließlich einer zusätzlichen Ausmitte, der "zufallsbedingten Ausmitte", auf Torsion geprüft werden. Bitte beachten Sie, dass die "Zufallsausmitte" nur zusammen mit der reduzierten **Modellanalyse verwendet werden darf**. Die reduzierte Modellanalyse und die Zufallsausmitte werden wir später erklären.
- ⇒ **Modale Überlagerung:**
 - **Überlagerungstyp:** Hier kann der Typ der modalen Überlagerung ausgewählt werden. In diesem Beispiel wird die SRSS-Methode verwendet. Die Verwendung der CQC-Methode wird später erläutert.

- **SRSS:** Quadratwurzel der Quadratsumme. Wegen der Quadratwurzel in den Formeln der modalen Kombinationsverfahren, sind die Ergebnisse **immer positiv**.

$$R = \sqrt{R_{(1)}^2 + R_{(2)}^2 + R_{(3)}^2 + R_{(4)}^2 + R_{(5)}^2 + \dots}$$

- **Max:** modifiziertes SRSS-Verfahren (Verfahren nicht enthalten oder beschrieben im Eurocode 8)

$$R_{\text{tot}} = \sqrt{R_{(j\text{max})}^2 + \sum_{j=1}^N R_{(j)}^2}$$

- **CQC:** vollständige quadratische Kombination

$$R_{\text{tot}} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N R_{(i)} \cdot \rho_{i,j} \cdot R_{(j)}}$$

- **Eigenformen vereinheitlichen:** Diese Option kann in der Erdbebenanalyse im Falle des Verfahrens SRSS verwendet werden. Klassisch wird für SRSS die folgende Formel verwendet:

$$R = \sqrt{R_{(1)}^2 + R_{(2)}^2 + R_{(3)}^2 + R_{(4)}^2 + R_{(5)}^2 + \dots}$$

Wenn die Option Eigenformen vereinigen aktiviert wird, wird die folgende Bedingung überprüft:

$$1 - \frac{\omega_i}{\omega_j} \leq \text{Präzision \%} \quad (\text{or } i < j \text{ and } \omega_i \leq \omega_j)$$

Wenn der Nachweis erfüllt ist und die Eigenart (i) und j mehrfach sind, wird die Überlagerung geändert:

$$R = \sqrt{R_{(1)}^2 + (R_{(2)} + R_{(3)})^2 + R_{(4)}^2 + R_{(5)}^2 + \dots}$$

Anmerkung:

Die Optionen unter Mehrfache Eigenformen können verwendet werden, um Fehler in der SRSS-Methode für Modi mit engem Abstand zu vermeiden. Wie in der Theorie spezifiziert, empfiehlt sich jedoch die Verwendung des CQC-Verfahrens in solchen Fällen (Eurocode 8, Artikel 4.3.3.3.2).

- **Filter für Gesamtmasseverhältnis:** Nur Eigenformen mit dem höchsten Modalmasse-Verhältnis werden für die modale Überlagerung berücksichtigt. Modi werden in absteigender Reihenfolge ihres Modalmasseverhältnisses sortiert und überlagert, bis das angegebene kumulierte Massenverhältnis erreicht wird. Das Verhältnis zur Reichweite sollte mindestens 90 % betragen, um Artikel 4.3.3.3.1 in EN 1998-1-1 einzuhalten.

- **Filter für minimales Massenverhältnis:** Nur Modi, deren Verhältnis der modalen Massen größer als der angegebene Wert ist, werden für die modale Überlagerung berücksichtigt. Das Mindest-Massenverhältnis sollte mindestens 5 % betragen, um Artikel 4.3.3.3.1 in EN 1998-1-1 einzuhalten.

Hinweis: Wenn die beiden vorherigen Filteroptionen nicht aktiviert sind, werden alle vom Benutzer angefragten Modi in der modalen Überlagerung angezeigt und berücksichtigt.

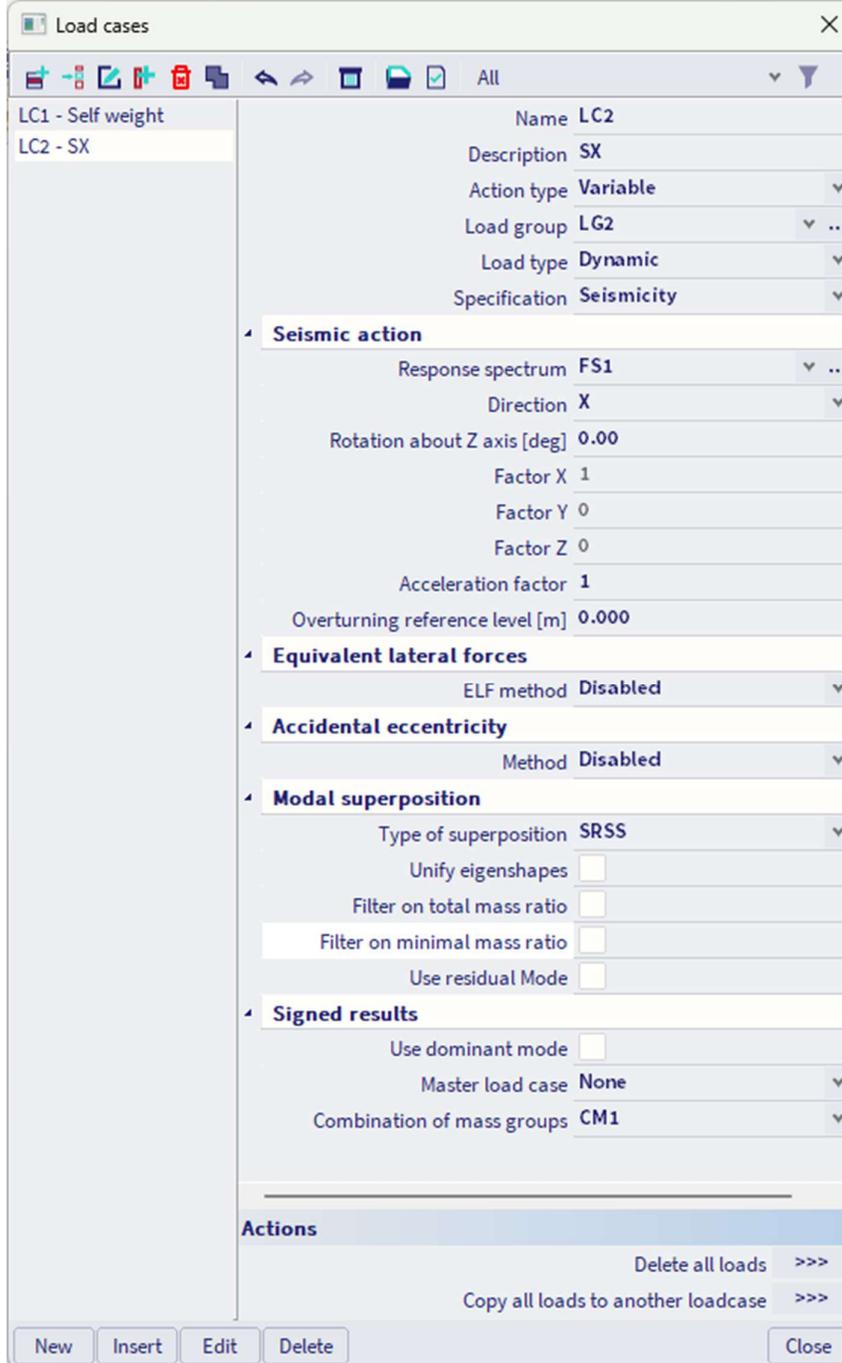
- **Residualform verwenden:** Sie müssen überprüfen, ob 90 % der Gesamtmasse in den modalen Massen enthalten ist (EN 1998-1-1, Artikel 4.3.3.3.1). Dies wird später im Rechenprotokoll geprüft. Liegt die Gesamtmasse unter 90%, muss die Anzahl der Eigenfrequenzen erhöht werden.

Um diesen Nachweis zu vermeiden, ist es möglich, **fehlende Masse in "Modi"** oder **"Residualform"** auszuwählen.

- ⇒ **Vorzeichenbehafte Ergebnisse/ Dominanter Modus:** Sie können die Eigenform auswählen, die zum Definieren des Vorzeichens verwendet wird. Wird **dabei 'Automatisch'** als Eigenform gewählt, so wird die Eigenform mit der größten Massenbeteiligung verwendet (Summe der Richtungen X, Y und Z). Diese Option kann z.B. bei Schubwänden genutzt werden.

Dieses Ergebnis ist nur dann sinnvoll, wenn diese einzelne Eigenform eindeutig die für dieses Spektrum maßgebend ist und alle anderen Eigenformen für dieses Spektrum so gut wie keine Bedeutung haben. Da diese Option jedoch die Ergebnisse ändert, **raten wir Ihnen, sie nicht zu verwenden**, solange Sie nicht über sehr gute Kenntnisse von SCIA Engineer und der Erdbebenergebnisse verfügen.

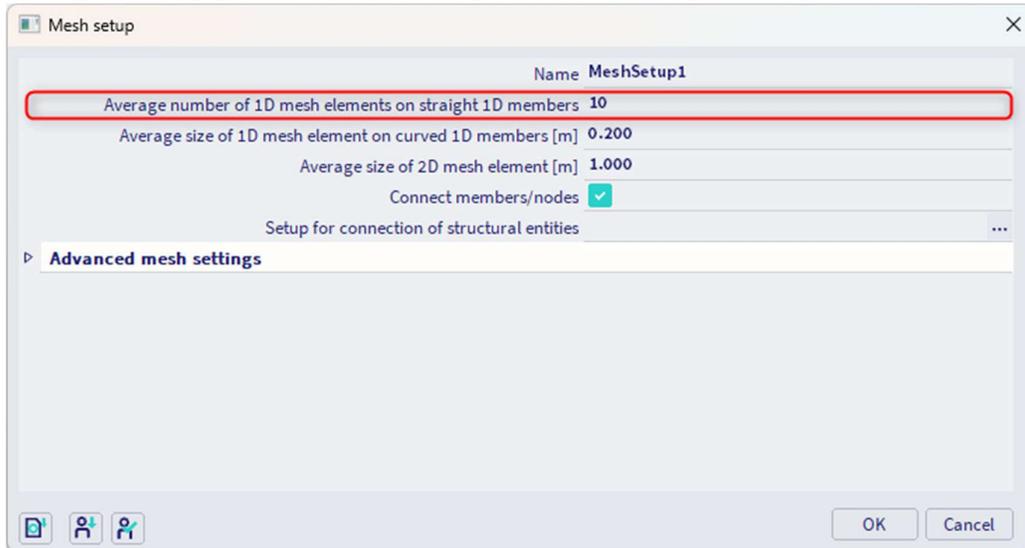
Zum Abschluss wird der vollständige Parametersatz des Lastfalls in der Abbildung unten angezeigt:



6. Schritt 6: FE-Netz

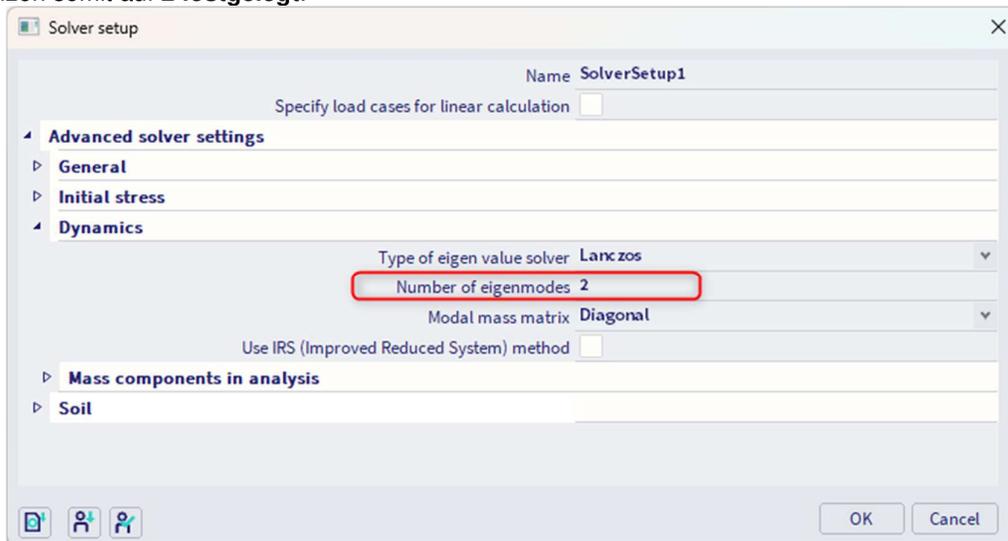
Wie in den vorigen Kapiteln festgelegt, muss das FE-Netz verfeinert werden, um genaue Ergebnisse zu erhalten. Dies kann über das Hauptmenü **Werkzeuge / Berechnung & Netz / Netzeinstellungen tun**.

Für dieses Beispiel wurde das Standardnetz jedoch nicht verfeinert, was das Überprüfen der Ergebnisse durch eine manuelle Berechnung erleichtert. Für eine standardmäßige dynamische Berechnung empfehlen wir jedoch, die Anzahl der 1D-Elemente im finiten Netz auf 5 bis 10 finite Elemente zu ändern.



7. Schritt: Anzahl Frequenzen

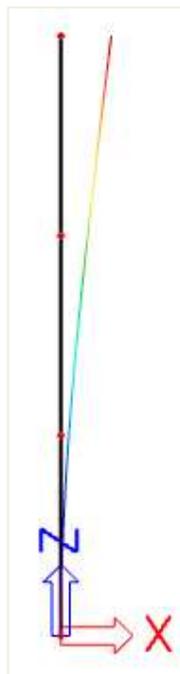
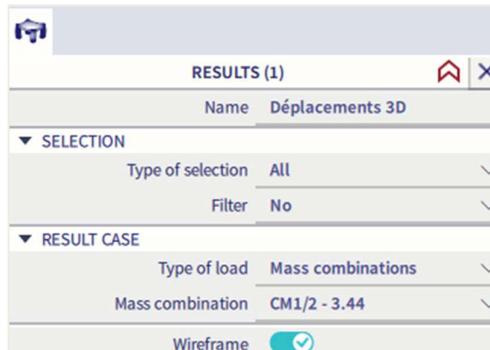
Der letzte Schritt vor dem Nachweis der Erdbebenergebnisse ist das Festlegen einer ausreichenden Menge der Eigenformen, die berechnet werden können. Für dieses Beispiel wurden 2 Eigenformen ausgewählt. Im Hauptmenü **Werkzeuge / Berechnung & Netz / Rechenkerneinstellungen** wird die Anzahl der Frequenzen somit auf **2 festgelegt**.



Schritt 8: allgemeine Ergebnisse

Eine **lineare Berechnung** und **Eigenformen** wurden ausgeführt.

Die **verformte Struktur** kann zur Anzeige der Eigenformen unter Verwendung der **3D-Verformungen** angezeigt werden:



Eigenformen 1



Eigenwert 2

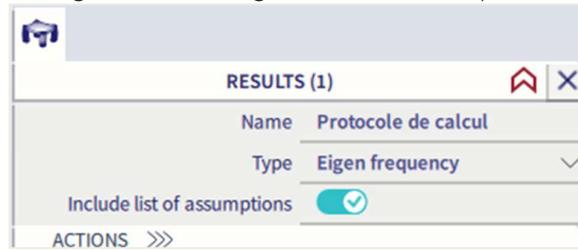
Die **Eigenformen** können über diese Option angezeigt werden:



Eigen frequencies

N	f [Hz]	ω [1/s]	ω^2 [1/s ²]	T [s]
Mass combination : CM1				
1	0.53	3.30	10.91	1.90
2	3.44	21.62	467.64	0.29

Um zu prüfen, ob die Anzahl der Eigenformen ausreichend ist, schauen wir uns das Berechnungsprotokoll für die **Eigenfrequenzen an**. Um das Berechnungsprotokoll anzuzeigen, muss die Modalanalyse berechnet werden (über das Menü **Werkzeuge / Berechnung & Netz / Ermitteln**).



Mode	iega [rad]	Period [s]	Freq. [Hz]	Γ_{xi}	Γ_{yi}	Γ_{zi}	W_{xi}/W_{stot}	W_{yi}/W_{stot}	W_{zi}/W_{stot}	xi_R/W_{stot}	yi_R/W_{stot}	zi_R/W_{stot}
1	3.3027	1.90	0.53	-33.0158	0.0000	0.0000	0.7267	0.0000	0.0000	0.0000	0.2722	0.0000
2	21.6256	0.29	3.44	17.9771	0.0000	0.0000	0.2154	0.0000	0.0000	0.0000	0.5271	0.0000
							0.9421	0.0000	0.0000	0.0000	0.7993	0.0000

Wie im ersten Beispiel dieses Kurses spezifiziert, zeigen die **Modale Beteiligungsbeiwerte** die Masse, die in einer bestimmten Eigenform schwingt, als Prozentsatz der Gesamtmasse an.

Für die erste Eigenform sind **73%** der Gesamtmasse schwingend. Für den zweiten Eigenmodus **schwingt 22%**. Insgesamt machen diese beiden Eigenformen etwa **94%** der Gesamtmasse aus.

Gemäß Eurocode 8 [7] muss die Summe der wirksamen modalen Massen für die berücksichtigten Eigenformen mindestens **90%** der Gesamtmasse des Bauwerks betragen.

Dieses Kriterium ist erfüllt. Das zeigt, dass die beiden Eigenformen für dieses Beispiel ausreichend sind. Wichtig zu sehen ist aber, dass die Anzahl der berücksichtigten Eigenformen **nur in Richtung x ausreichend** ist, um eine dynamische Last in **Richtung x** zu bewerten. Falls die Gesamtzahl unter 90 % liegt, müsste die Anzahl der Eigenformen in den Rechenkern-Einstellungen erhöht und das Berechnungsprotokoll für die Eigenfrequenz erneut überprüft werden.

Das **Dämpfungsverhältnis** zeigt das manuell eingegebene Dämpfungsverhältnis für die jeweiligen Eigenformen an.

Es ist wichtig zu beachten, dass die Erdbebenspektren des Eurocode 8 mit einem Dämpfungsgrad von **5 %** wie in der Theorie spezifiziert berechnet wurden. Wenn ein Dämpfungsverhältnis manuell eingegeben wird, müssen die Spektren angepasst werden. Dies erfolgt über den **Dämpfungsbeiwert**.

- **Sax, Say** und **Saz** stellen die **spektralen Beschleunigungen dar**.
- **G(j)** ist der **Eigenformbeiwert** für Modus j
- **Fx** und **Fy** sind die **Basisschub** für jeden Modus.
- **Mx** und **My** sind die **Kipmomente** für jeden Modus.

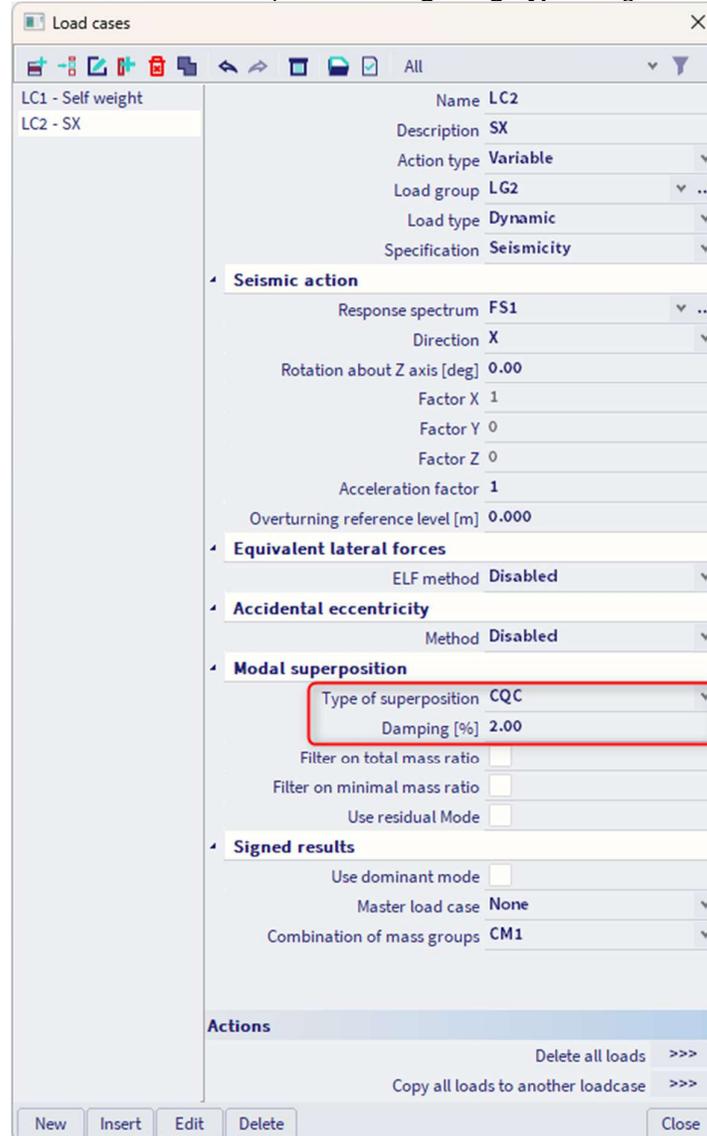
Die letzte Zeile der Tabelle zeigt die globale Antwort. Diese Antwort wurde durch das SRSS-Verfahren zur Kombination der Modalantworten erhalten.

Die Formeln für diese Parameter wurden in der Theorie dargestellt, ein manueller Nachweis befindet sich in Anhang C.

Beispiel 03-3.esa

Das vorherige Beispiel wurde wiederholt und wird nun mit dem **CQC-Verfahren** berechnet. Für alle Frequenzen wird ein Dämpfungsverhältnis von **2 %** verwendet.

In Schritt 6 wird die **CQC-Methode** über die Option "**Überlagerungstyp**" ausgewählt:



Nach Auswahl von « CQC » für den Überlagerungstyp wird unten die Option « Dämpfung » angezeigt. Der Benutzer hat ein konstantes Dämpfungsverhältnis zu definieren, das für alle Eigenformen verwendet wird. Standardmäßig ist der angezeigte Verhältnis gleich 5%, weil dies das Verhältnis ist, das in der Definition der Erdbbenspektren des Eurocode 8 verwendet wird. In diesem Beispiel wäre der Wert jedoch **2%**.

Dieses Dämpfungsspektrum wird zur Berechnung der **Modale Kreuzkorrelationsbeiwerte** des **CQC-Verfahrens** und auch zur Berechnung des **Dämpfungsbeiwerts** für jeden Modus, wie im vorigen Beispiel spezifiziert, verwendet.

Nach der Eingabe des Spektrums kann die **lineare Berechnung** erneut ausgeführt werden.

Die folgenden Ergebnisse werden durch das **Berechnungsprotokoll** der **linearen Berechnung** erhalten:

Mode	Fréq. [Hz]	Amort. relatif	Coef.amort.	Wi/Wtot [-]	Sax [m/s ²]	Say [m/s ²]	Saz [m/s ²]	G(j) [-]	Fx [kN]	Fy [kN]	Mx [kNm]	My [kNm]
1	0.53	0.02	1.19523	0.73	0.821	0.000	0.000	2.48	0.89	0.00	0.00	-8.95
2	3.44	0.02	1.19523	0.22	5.959	0.000	0.000	0.23	1.93	0.00	0.00	-5.57
Niveau=	0.00			0.94					2.12	0.00	0.00	10.54

Die Ergebnisse zeigen, dass für jeden Modus das Dämpfungsverhältnis **2% beträgt**.

Wie in der Theorie spezifiziert, wurde für die Erdbebenspektren des Eurocode 8 ein Dämpfungsverhältnis von 5 % definiert. Da nun ein anderer Wert für die Dämpfung verwendet wird, muss das Spektrum mit einem Dämpfungsbeiwert korrigiert werden η .

Nach dem Eurocode 8 [6] wird dieser Beiwert wie folgt berechnet:

$$\eta = \sqrt{\frac{10}{(5 + \xi)}} \geq 0,55 \tag{4.13}$$

Wo: ξ = Dämpfungsgrad, ausgedrückt in Prozent.

Bei einem standardmäßigen Dämpfungsgrad von **5 % η** ist dies die Gleiche wie die Einheit.

Der untere Grenzwert von 0,55 für den Dämpfungsbeiwert weist darauf hin, dass Dämpfungsverhältnis von mehr als $\pm 28,06$ % keinen weiteren Einfluss auf das Erdbebenspektrum hat.

Für die genaue Anwendung der η Formeln der Erdbeben-Bemessungsspektren wird auf den Eurocode 8 [7] bezogen.

In diesem Beispiel verursacht das Dämpfungsverhältnis von 2 % den folgenden Dämpfungsbeiwert :

$$\eta = \sqrt{\frac{10}{(5 + 2)}} = 1,1953$$

Dies bedeutet, dass die Spektralbeschleunigungen um **20% erhöht werden**, weil in der Struktur weniger Dämpfung vorhanden ist. Die Spektralbeschleunigungen des vorigen Beispiels können also multipliziert werden mit η :

$$S_{ax,(1)} = 0,6870 \text{ m/s}^2 * 1,1953 = 0,8212 \text{ m/s}^2$$

$$S_{ax,(2)} = 4,9856 \text{ m/s}^2 * 1,1953 = 5,9589 \text{ m/s}^2$$

Mit diesen neuen Spektralbeschleunigungen, kann die Berechnung von Basisschub, Kippmoment,... wiederholt werden.

Manuelle Berechnung

In diesem Absatz ist die Anwendung der **CQC-Methode** für die globale Antwort des Basisschubs veranschaulicht.

- Modus 1: $\omega_{(1)} = 3,3027\text{rad/s}$ $F_{(1)} = 0,8951\text{kN}$
- Modus 2: $\omega_{(2)} = 21,6256\text{rad/s}$ $F_{(2)} = 1,9258\text{kN}$

Mithilfe einer Tabelle werden die Beiwerte der modalen Korrelation $\rho_{i,j}$ mit einem Dämpfungsgrad von $\xi_{i,j} 2 \%$ berechnet.

Modus	1	2
1	1	0,0003065
2	0,0003065	1

$$R_{tot} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N R_{(i)} \cdot \rho_{i,j} \cdot R_{(j)}}$$

$$R_{\text{tot}} = \sqrt{\begin{matrix} 0,8951\text{kN} * 1 * 0,8951\text{kN} \\ + 0,8951\text{kN} * 0,0003065 * 1,9258\text{kN} \\ + 1,9258\text{kN} * 0,0003065 * 0,8951\text{kN} \\ + 1,9258\text{kN} * 1 * 1,9258\text{kN} \end{matrix}}$$

$$R_{\text{tot}} = 2,12\text{kN}$$

3.4 Erdbebenkombinationen

Es bestehen verschiedene Möglichkeiten zur Erstellung von LF-Kombinationen, die auch Erdbeben-Lastfälle umfassen.

Das optimale Verfahren in SCIA Engineer wird an einem Beispiel erläutert.

Beispiel 03-4.esa

Zunächst werden drei Lastfälle erstellt.

Allgemeine Form der Einwirkungen sollte sein:

$$E_d = E(G_{k,j}; P; A_{Ed}; \psi_{2,i}Q_{k,i}) \quad j \geq 1; i \geq 1$$

Die Kombination der Einwirkungen in Klammern kann ausgedrückt werden als:

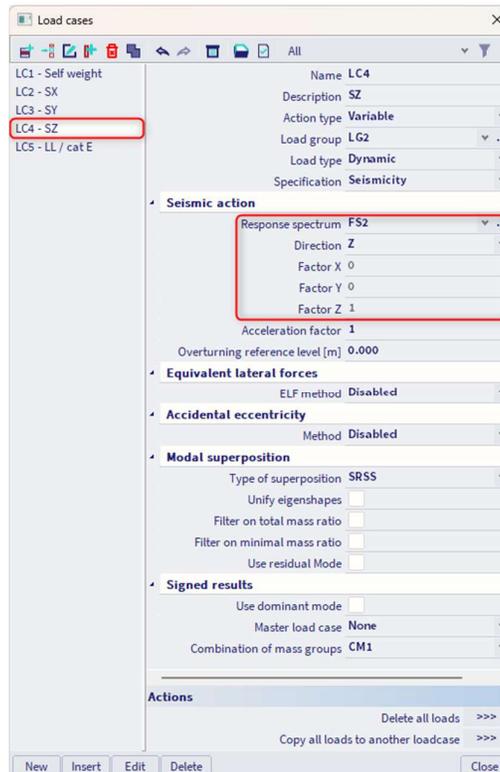
$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + A_{Ed} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i}Q_{k,i}$$

Wobei Ed:

$$\begin{matrix} EEdx + 0,3.EEdy + 0,3.EEdz \\ 0,3.EEdx + EEdy + 0,3.EEdz \\ 0,3.EEdx + 0,3.EEdy + EEdz \end{matrix}$$

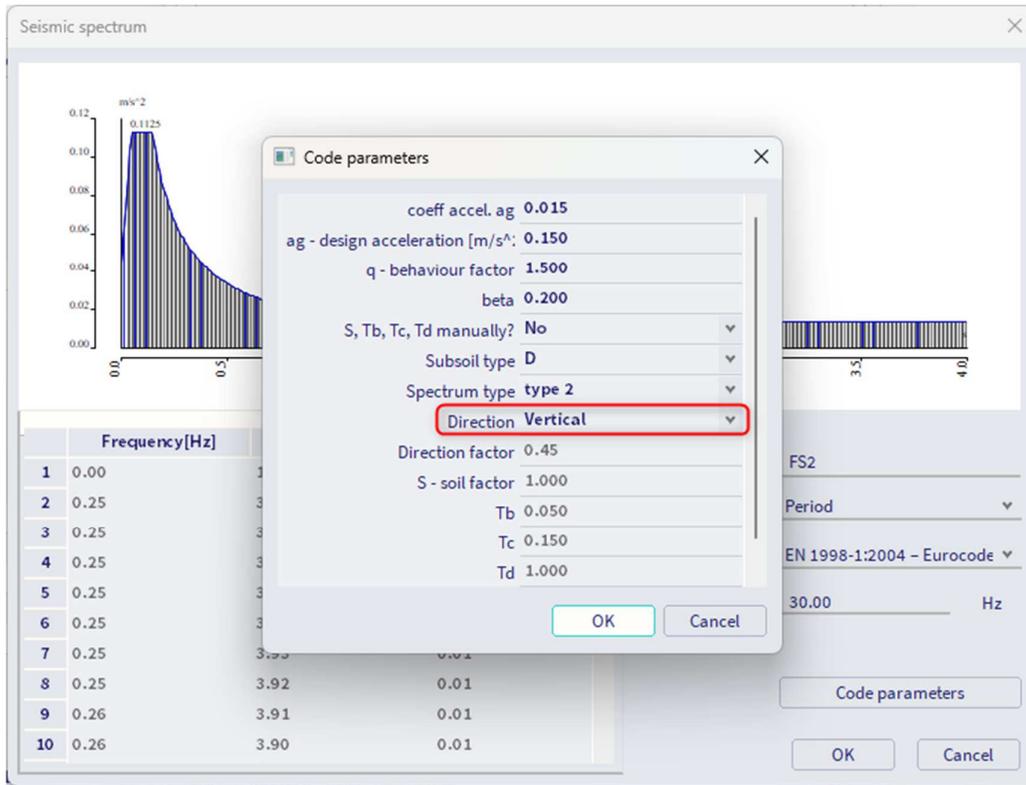
Zu den Lastfällen gehören also jeweils die Erdbebenspektren in die Richtungen X, Y und Z.

Zum Beispiel:



Bitte beachten Sie, dass für die Vertikalrichtung ein anderer Eurocode generiert werden muss. In SCIA Engineer muss ein Lastfall für die Komponente des Erdbebens in Richtung x, ein anderer für die y-Richtung und einen anderen für die Z-Richtung ermittelt werden.

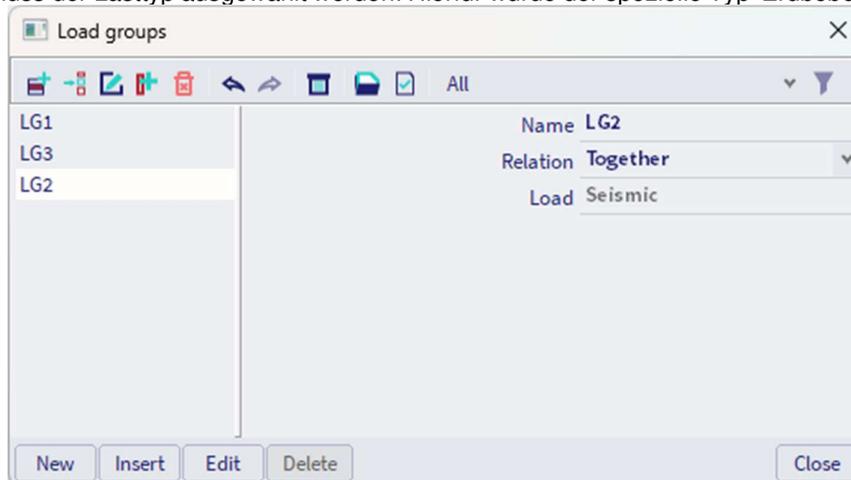
Bitte achten Sie darauf, dass der 'Beiwert' unterhalb des Spektrums, « Coef.Z », nicht auf 'null' festgelegt ist, da die Beschleunigungen im Erdbebenspektrum mit diesem Wert multipliziert werden.



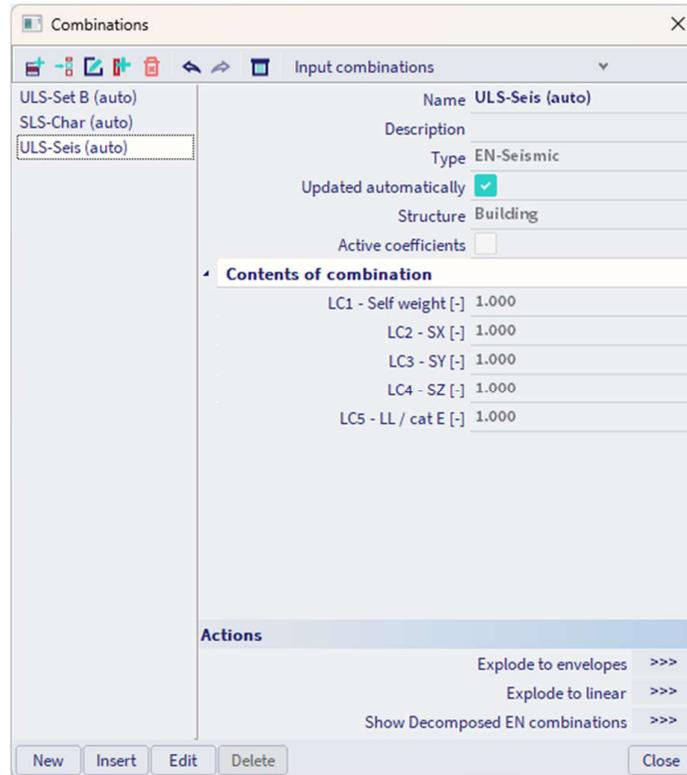
Als Nächstes müssen wir dem Erdbeben-Lastfall einen Lastgruppentyp zuweisen.

Zuallererst ist die Beziehung zwischen Lastfällen in derselben Gruppe zu definieren. Die drei Erdbebenspektren müssen immer in der gleichen Kombination auftreten. Die Option 'additiv' wird also hier gewählt.

Als Nächstes muss der Lasttyp ausgewählt werden: Hierfür wurde der spezielle Typ 'Erdbeben' implementiert.



Nach der Erstellung seismischer Lastfälle können die Kombinationen vorgenommen werden. Zu diesem Zweck wurde ein neuer Typ von LF-Kombinationen eingeführt, die EN-GZT Erdbeben. Zur Verwendung dieser besonderen Art der Kombination müssen die Erdbebenlastfälle eine Lastgruppe mit den Eigenschaften 'Erdbeben' und 'additiv' zugeordnet sein. Außerdem können keine aktiven Beiwerte verwendet werden.



Diese Kombination betrachtet die Erdbebenlastfälle automatisch mit einem positiven und einem negativen Beiwert und macht einen der Erdbeben-Lastfälle automatisch zum primären Lastfall und die anderen zu sekundären Lastfällen.

Wenn wir noch nicht berücksichtigen würden, dass die Koeffizienten sowohl positiv als auch negativ sein können, dann wäre ein Beispiel:

$$\begin{aligned} & E_{Edx} + 0,3 \cdot E_{E_{dy}} + 0,3 \cdot E_{Edz} \\ & 0,3 \cdot E_{Edx} + E_{E_{dy}} + 0,3 \cdot E_{Edz} \\ & 0,3 \cdot E_{Edx} + 0,3 \cdot E_{E_{dy}} + E_{Edz} \end{aligned}$$

Anmerkung:

Im Fall von EC-EN müssen wir zwei Kombinationen treffen, einen für die **Verformungen** und einen für die **Schnittgrößen**. Das bedeutet, dass es insgesamt sechs EN-Erdbeben-Lastfälle gäbe.

Für Schnittgrößen müssen die Lastfälle wie oben beschrieben eingeführt werden.

Für Verformungsergebnisse müssen wir drei neue Lastfälle erstellen und alle Ergebnisse der Verschiebung mit dem **Verhaltensbeiwert q** multiplizieren, wie in Artikel 4.3.4 von EN 1998-1-1 beschrieben:

4.3.4 Displacement calculation

(1)P If linear analysis is performed the displacements induced by the design seismic action shall be calculated on the basis of the elastic deformations of the structural system by means of the following simplified expression:

$$d_s = q_d d_e \quad (4.23)$$

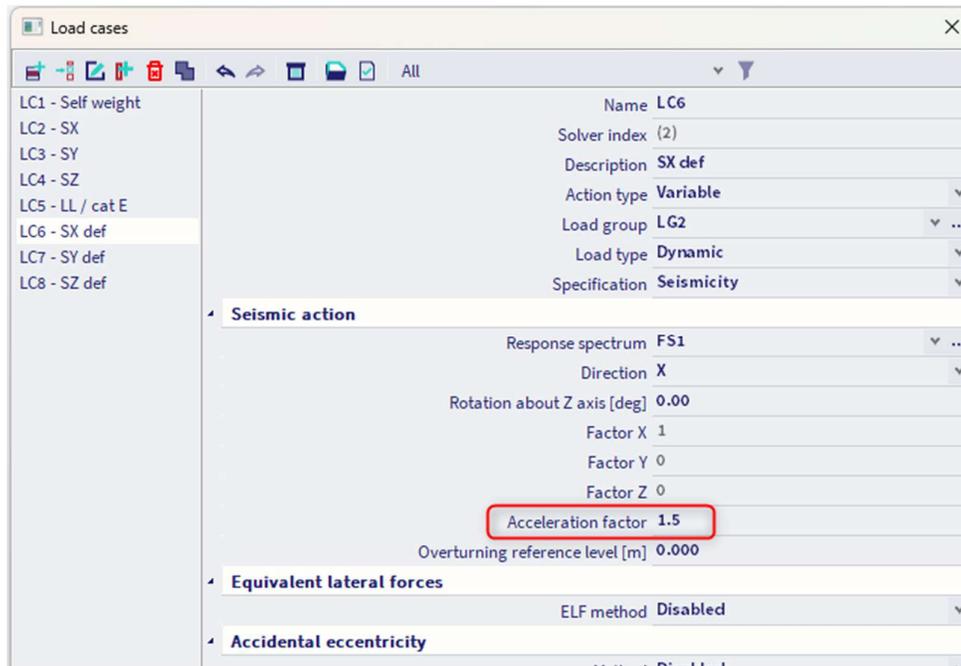
where

d_s is the displacement of a point of the structural system induced by the design seismic action;

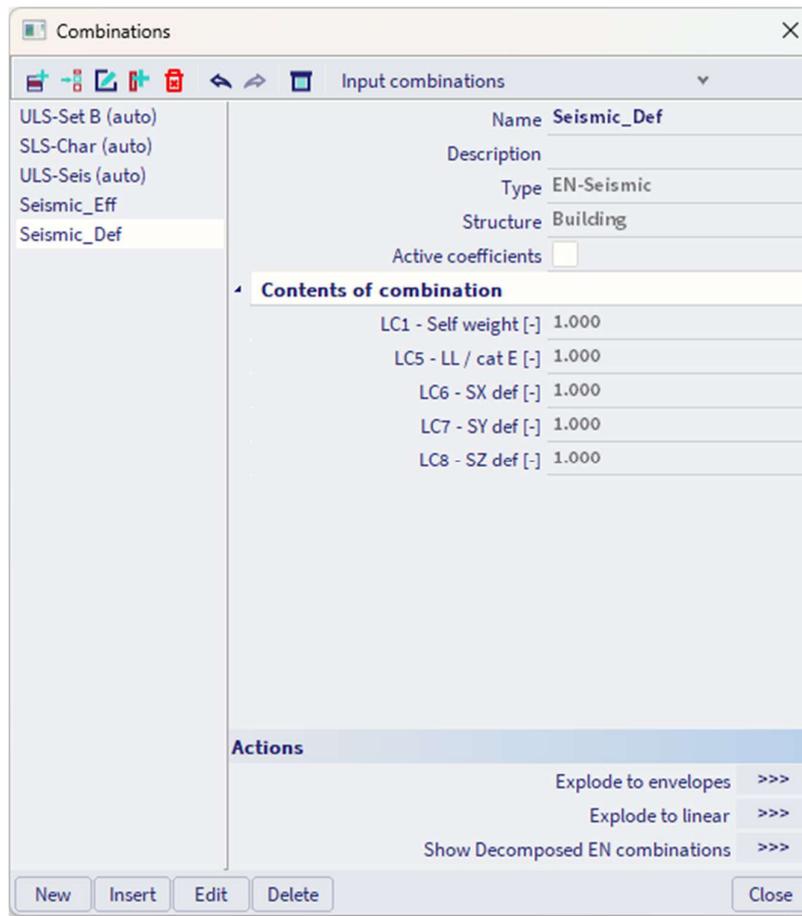
q_d is the displacement behaviour factor, assumed equal to q unless otherwise specified;

d_e is the displacement of the same point of the structural system, as determined by a linear analysis based on the design response spectrum in accordance with 3.2.2.5.

Wenn wir unser Beispiel mit einem q -Beiwert von 1,5 betrachten, müssten wir die vorhandenen Erdbebenlastfälle kopieren und den Verhaltensbeiwert (hier 1,5) im "Beschleunigungsbeiwert" notieren. Auf diese Weise werden alle Beschleunigungswerte des vorher definierten Spektrums mit diesem Beiwert multipliziert:



Dann müssen Sie nur eine neue Umhüllung für Erdbebenkombinationen mit den neuen Lastfällen erstellen:

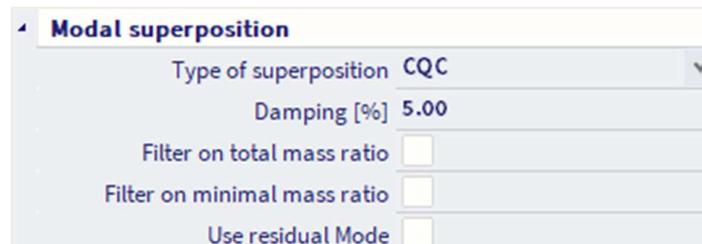


3.5 Masse in Analyse

Wie bereits erwähnt, muss die Summe der wirksamen modalen Massen für die berücksichtigten Modi mindestens 90% betragen (EN 1998-1-1, Artikel 4.3.3.3). Der Nutzer kann dies mit folgenden Möglichkeiten versuchen:

- Mehr Eigenfrequenzen berücksichtigen
- Weisen Sie den Knoten/der Verbindung mehr Masse statt den Stäben zu (um lokale Eigenformen zu vermeiden).

Die nicht berücksichtigte Masse (wenn z. B. die wirksame modale Masse 90 % ist und 10 % nicht berücksichtigt wird) kann in SCIA Engineer auf zwei mögliche verschiedene Weise behandelt werden:



Das verwendete Verfahren wird in jedem Erdbeben-Lastfall festgelegt und im linearen Berechnungsprotokoll erneut angezeigt. Nehmen wir als Beispiel, dass die wirksame modale Masse in eine Richtung 90% beträgt. Wie können dann die anderen 10% behandelt werden?

- Wenn die Option «Residualform verwenden» nicht aktiviert wird: In diesem Fall wird die 10% ignoriert. Wir würden nur 90% der Masse der Struktur berücksichtigen, um die Auswirkungen eines Erdbebens zu berechnen.
- Falls die Option «Residualform verwenden» aktiviert ist, gilt: In diesem Fall kann ein 'fiktiv' Modus berechnet werden, der der Kombination aller fehlenden Modi entspricht. Da diese fehlenden Modi jedoch gegenüber verschiedenen Eigenfrequenzen liegen, wird die zuletzt gefundene Frequenz auch die Eigenfrequenz dieses Modus sein. In der Berechnung werden die Kräfte in diesem Modus auf die gleiche Weise wie in den anderen Modi berechnet.

Eine detaillierte Erläuterung dieser Eigenformen anhand von Beispielen findet sich in Anhang D.

3.6 Modale Überlagerung

Das Antwortspektrumverfahren verwendet eine modale Überlagerung der relevanten Eigenformen der Struktur. Die Methoden, die für die modale Überlagerung verwendet werden, sind die am Anfang des Kapitels beschrieben: SRSS oder CQC.

Diese Verfahren haben den Vorteil, dass sie sehr einfach Bemessungswerte aller Ergebnisse (Verschiebungen, Schnittgrößen...) bereitstellen, jedoch nur ein Teil der Informationen verfügbar ist:

- Mindest- und Höchstwerte für beliebige Ergebnisse können ermittelt werden;
- Das aktuelle Ergebniszeichen kann nicht definiert werden.
- Die Gleichzeitigkeit getrennter Ergebnisse kann nicht definiert werden.

Der Verlust von Begleitendem und Ergebniszeichen ist typischerweise ein Problem, wenn die resultierenden Kräfte in Schubwänden berechnet werden: Es ist nicht möglich, eine Resultierende aus den Schnittgrößen nach der modalen Überlagerung zu berechnen, da typischerweise alle Rohergebnisse positiv sind.

Die Berechnung der resultierenden Kräfte in einer dieser Schubwände ergibt typischerweise Momente nahe null und die Normalkräfte extrem überschätzt.

Ein automatisches Verfahren kann verwendet werden, da die Verwendung vorgezeichneter Ergebnisse (unten beschrieben) nur eine Lösung zum Erhalten verwertbarer resultierender Kräfte ist.

Das rigorose Verfahren zur Berechnung von Resultierenden im Kontext des Antwortspektrumverfahrens kann wie folgt zusammengefasst werden:

- Lokale Schnittgrößen für jede Eigenformen berechnen;
- Resultierende Kraft für jede Eigenformen separat berechnen;
- Wenden Sie die modale Überlagerung auf die erhaltenen Werte der modalen Resultierenden an.

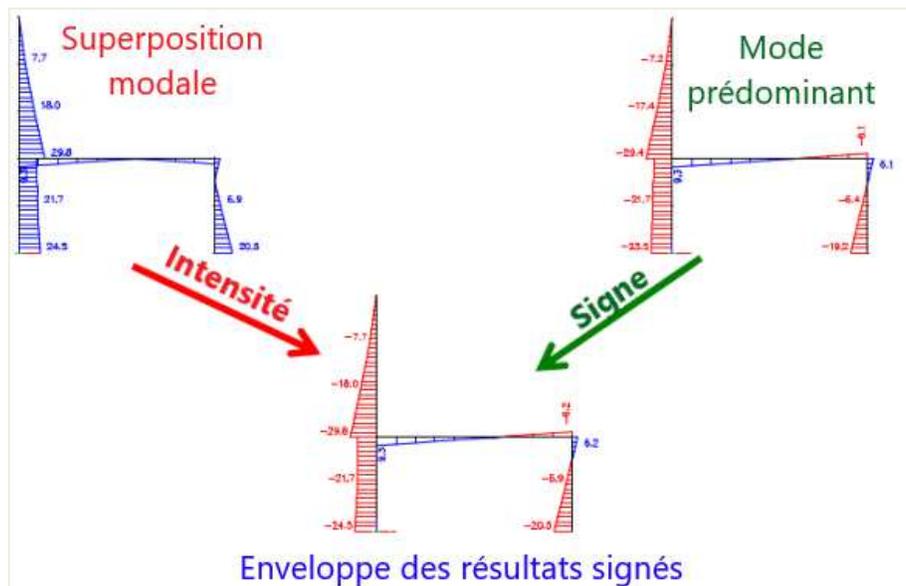
Wenn Sie dies fortsetzen, ist keine Ergebnissignatur erforderlich, um die richtigen Werte der resultierenden Kräfte zu erhalten. Darüber hinaus gibt es Fälle, bei denen die im vorigen Absatz beschriebene Methode die meisten Ergebniskomponenten zu überschätzten Ergebnissen liefert, was daher nur als Annäherung betrachtet werden kann. Das hier beschriebene Verfahren ist deutlich genauer.

Diese Option ist standardmäßig für neue Projekte in SCIA Engineer aktiviert. Für alte Projekte (vor Version 2013 erstellt), öffnen Sie das Hauptmenü Werkzeuge / Berechnung & FE-Netz / Rechenkerneinstellungen.

Um verwertbare Werte der resultierenden Kräfte zu erhalten, ist dies durch das sogenannte "Vorzeichenbehaftet" Verfahren möglich.

Es besteht aus dem Anwenden eines Signaturschemas auf die rohen Ergebnisse der modalen Überlagerung. Ein klassischer Ansatz verwendet das Vorzeichen der wichtigsten Eigenform.

Es ist jedoch sehr wichtig zu wissen, dass dieses Verfahren nur dann gute Ergebnisse liefern wird, wenn es 1 und nur 1 Eigenform von großer Bedeutung in diese Richtung (im Vergleich zu den anderen Eigenformen) gibt.



Wenn dies auf Schubwände angewendet wird, ist es möglich, die Schnittgrößen zu "signieren", wodurch sie sich für die Berechnung der resultierenden Kräfte eignen.

Sie können Ergebnisse in SCIA Engineer signieren, indem Sie einen Signaturmodus manuell auswählen oder einen vom Programm festgelegten Standardmodus auswählen. Wenn Automatisch gewählt wird, wird der Modus der Form mit der größten Massenbeteiligung verwendet (Summe der Richtungen X, Y und Z):



Kapitel 4: REDUZIERTES ANALYSEMODELL

4.1 Theorie

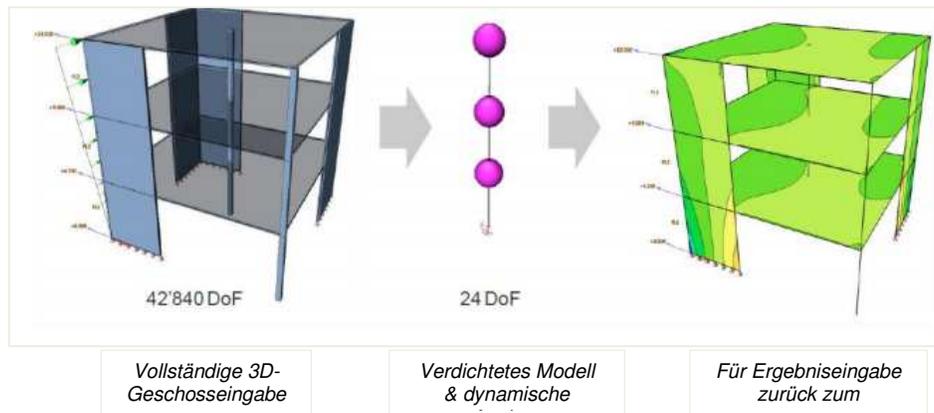
Die aktuelle Tendenz in der FE-Strukturanalyse ist die Verwendung einer vollständigen 3D-Modellierung der betrachteten Struktur. SCIA Engineer befolgt diese Regel, weil Strukturen normalerweise in 3D mit Balken und Schalenelementen einschließlich Gebäuden modelliert werden.

Sobald ein detailliertes 3D-Modell für die statische Analyse einer Struktur bereit ist, kann es natürlich auch für die dynamische Analyse und insbesondere für die Erdbebenbemessung verwendet werden. Ein typisches Problem für ein vollständiges 3D-Modell ist, dass die Erdbebenbemessung hauptsächlich das globale Verhalten der Struktur betrifft, wenn das gesamte Netz der Struktur viele Informationen über das lokale Verhalten liefert. Bei der Durchführung der Modalanalyse findet das gesamte Netz alle lokalen und globalen Schwingungsmodi, aber die lokalen Modi sind für die gesamte Erdbebenantwort der Struktur irrelevant. Daher erscheint es logisch, für die dynamische Analyse ein anderes, reduziertes Netz zu verwenden, wodurch diese lokalen Modi ignoriert werden.

Es gibt bekannte Matrix-Kondensationsverfahren (Guyan Reduktion, auch als statische Kondensation bekannt), mit denen der Benutzer ein reduziertes System auf sehr effiziente Weise erhalten kann, aber diese Verfahren eignen sich nicht gut für dynamische Analyse. Es wurde ein Improved Reduced System (IRS) Verfahren entwickelt, das nicht nur die Steifigkeitsmatrix des Systems, sondern die Massenmatrix während des Kondensationsprozesses berücksichtigt. Dieses Verfahren erwies sich als ausgezeichnete Ergebnis für die dynamische Analyse, sowohl mit der modalen Analyse als auch mit Methoden der direkten Zeitintegration.

Der in SCIA Engineer implementierte Algorithmus verwendet das IRS-Verfahren und besteht aus 3 Schritten:

1. Das IRS-Verfahren wird zum Verdichten des Netzes des Analysemodells verwendet.
2. Die Modalanalyse wird mit dem reduzierten Netz ausgeführt, das typischerweise 1'000 Mal weniger Freiheitsgrade hat als das ursprüngliche vollständige Netz. Das macht die Berechnung von Eigenwerten an großen Strukturen sehr viel schneller und vermeidet auch unerwünschte lokale Eigenformen. Letzteres ist besonders für die Erdbebenanalyse interessant.
3. Die Ergebnisse des reduzierten Systems werden auf das ursprüngliche vollständige Netz erweitert, sodass detaillierte Ergebnisse in der gesamten Struktur ausgegeben werden können.



Die IRS-Methode ermöglicht:

1. Eliminierung irrelevanter Schwingungsform zum Lokalbiegen in den Platten: Lokale Eigenformen in allen Strukturelementen werden aufgrund der Eliminierung unerwünschter Freiheitsgrade impliziert entfernt. Die Hinzufügung von weiteren Reduktionsknoten würde natürlich eine detailliertere Analyse der lokalen Eigenformen ermöglichen, aber besonders für die Erdbebenanalyse ist es interessant, im reduzierten Modell nur die Knoten vorzuhalten, die streng notwendig sind, um das typische Erdbebenverhalten eines Bauwerks zu reproduzieren. Letztendlich liegt es am Nutzer, die Reduktionspunkte so auszuwählen, dass die gewünschten Eigenformen erreicht werden.

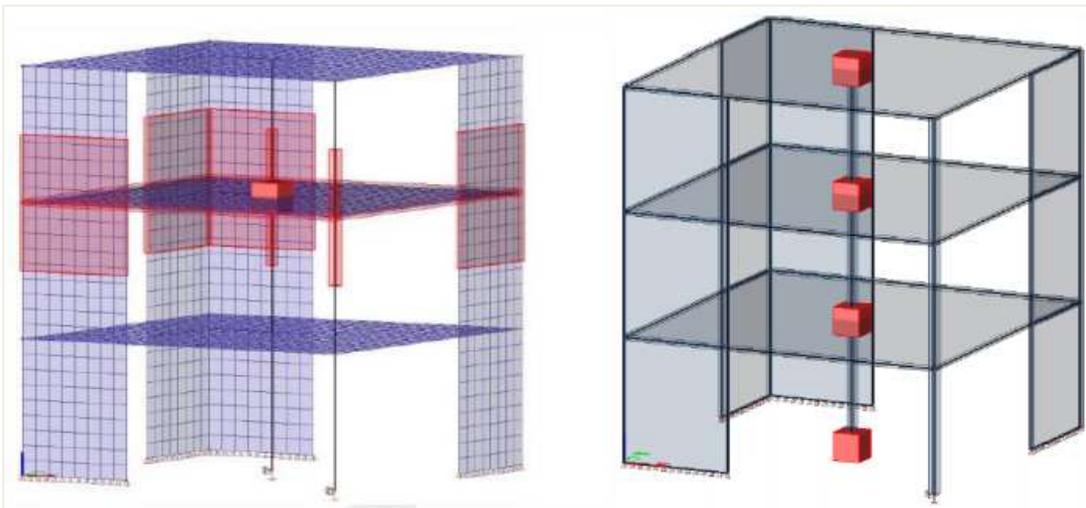
2. Reduktion der Berechnungszeit: Die Berechnungszeit ist aufgrund der Reduktion der Freiheitsgrade kleiner; in der Tat ist die Reduktion noch wichtiger als bei Diaphragmen, da die Auflagerteile ebenfalls verdichtet sind.

3. Einfache Handhabung der Massenausmitte für jede Platte: Die IRS-Analyse verwendet eine vollständige Massenmatrix, die eine genaue Implementierung der Massenausmitte in jedem Knoten des reduzierten Systems ermöglicht.

Anmerkung: Die Eliminierung unerwünschter Rahmeneffekte durch das Strukturverhalten (der Betrachtung von Deckenplatten als Diaphragmen) wird durch die IRS-Analyse an sich nicht behandelt, da sie das mechanische Verhalten der Struktur nicht verändert. Da unerwünschtes lokales Biegen jedoch dem reduzierten System ohne weiteres entnommen wird, können so genannte flexible Diaphragmen leicht durch eine deutliche Reduktion der Biegesteifigkeit der Deckenplatten simulieren werden. Das erlaubt nicht nur den Erhalt des klassischen Schubfeldverhaltens durch eine sehr niedrige Biegesteifigkeit, sondern auch ein Zwischenverhalten bei weniger drastisch abgeminderter Biegesteifigkeit, bei dem die Rahmenwirkungen abgemindert, aber nicht vollständig entfernt werden.

Das verdichtete Modell wurde von den Reduktionsknoten erhalten. R-Knoten werden in jedem Geschoss, auf der spezifizierten Ebene, in der Mitte der Struktur platziert (alle R-Knoten befinden sich auf derselben Vertikalachse).

Während der Analyse wird das reduzierte Modell automatisch aus dem gesamten Netz der Struktur generiert. Jeder Knoten des vollständigen FE-Netzes ist dem nächsten R-Knoten zugeordnet. In einer typischen Gebäudekonfiguration bedeutet dies, dass jeder R-Knoten die Steifigkeit, Lasten und Massen von der entsprechenden Deckenplatte, von der oberen Hälfte der Auflagerteile unterhalb der Platte und von der unteren Hälfte der Stützen über der Platte erhält.



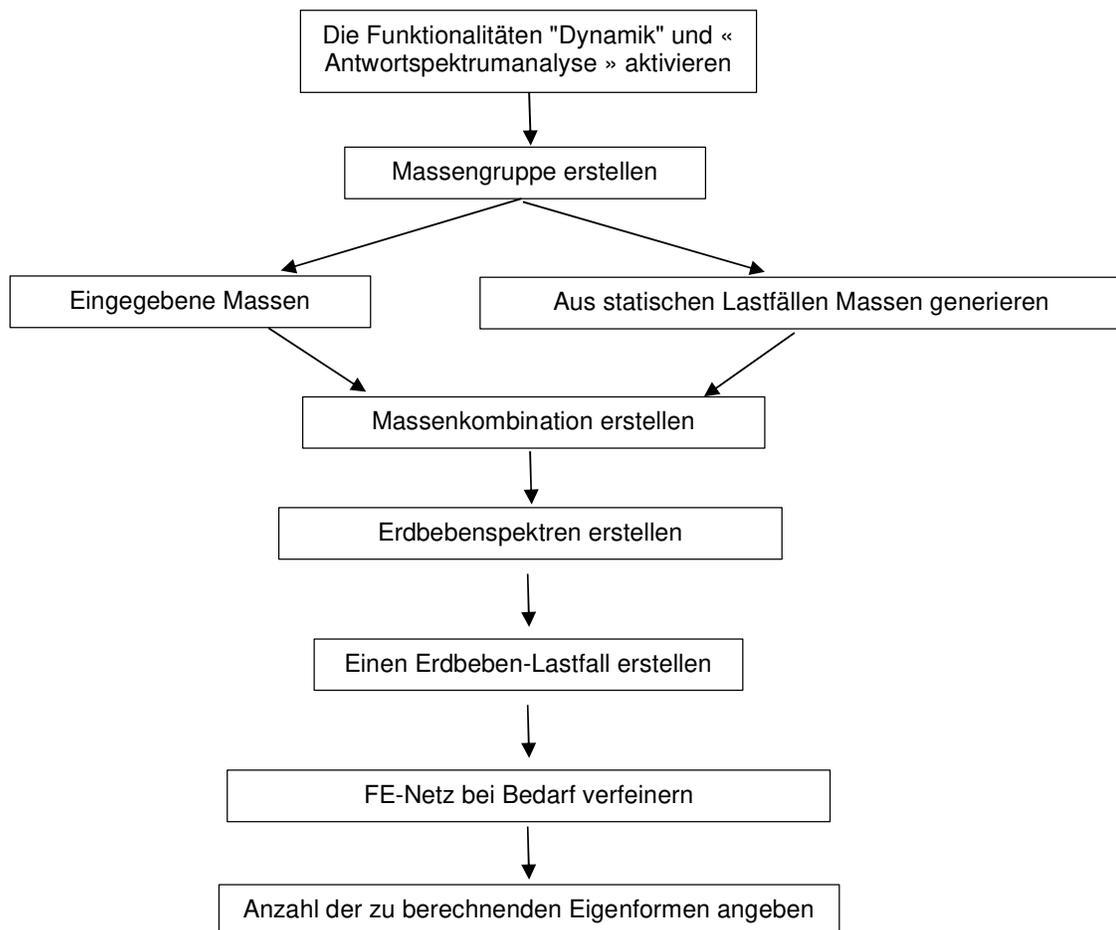
Im Gegensatz zur klassischen Modalanalyse, die typischerweise eine hohle Massenmatrix verwendet (nur Diagonalen sind nicht-null), verwendet das reduzierte System eine volle Massenmatrix mit Nicht-Null-Werten außerhalb der Diagonale. Massenausmitten können so problemlos von dem reduzierten System berücksichtigt werden. Die sehr kleine Größe des reduzierten Systems ermöglicht die Verwendung der vollständigen Massenmatrix.

Daher brauchen sich die Reduktionspunkte – oder die sogenannten R-Knoten – die das reduzierte Modell bilden, nicht an einer bestimmten Position wie dem Massenzentrum jedes Geschosses, zu befinden. Da das Tragwerk mehrmals mit verschiedenen Massenverteilungen berechnet werden muss, dürfte der Massenschwerpunkt jedes Geschosses je nach ausgewählter Massenkombination etwas anders sein. Durch die Verwendung einer vollständigen Massenmatrix können in allen Fällen die gleichen R-Knoten verwendet werden.

Während der Analyse wird das reduzierte Modell automatisch aus dem vollständigen Netz berechnet. Jeder Knoten des gesamten FE-Netzes ist dem nächsten R-Knoten des reduzierten Modells zugeordnet.

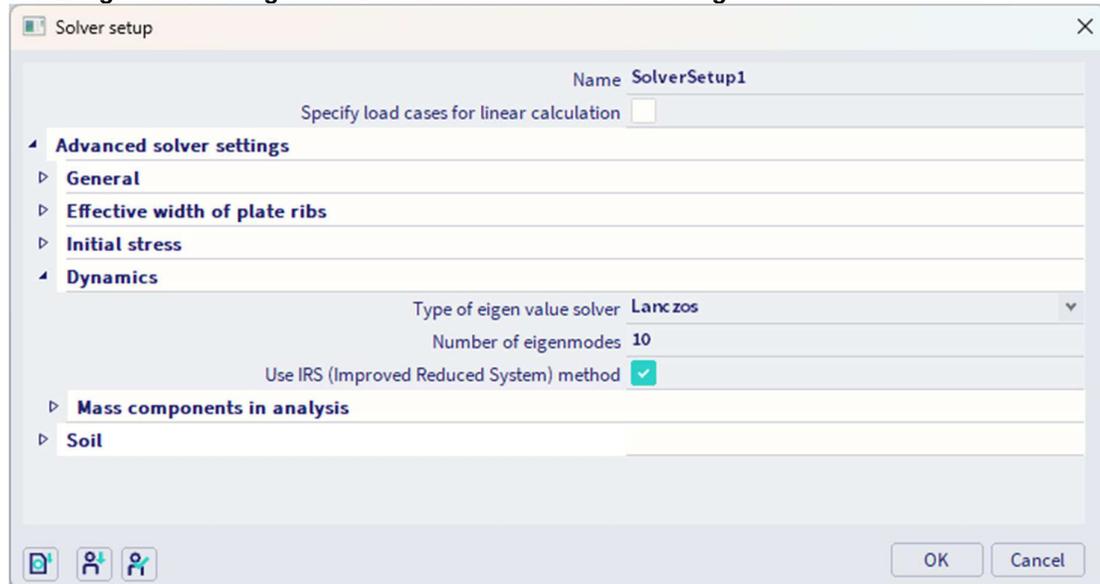
4.2 IRS-Verfahren in SCIA Engineer

Um eine IRS-Berechnung durchzuführen, müssen Sie zuerst alle Schritte ausführen, wie für die Erdbebenberechnung in den vorigen Kapiteln detailliert beschrieben. Diese Schritte sind zur Erinnerung:

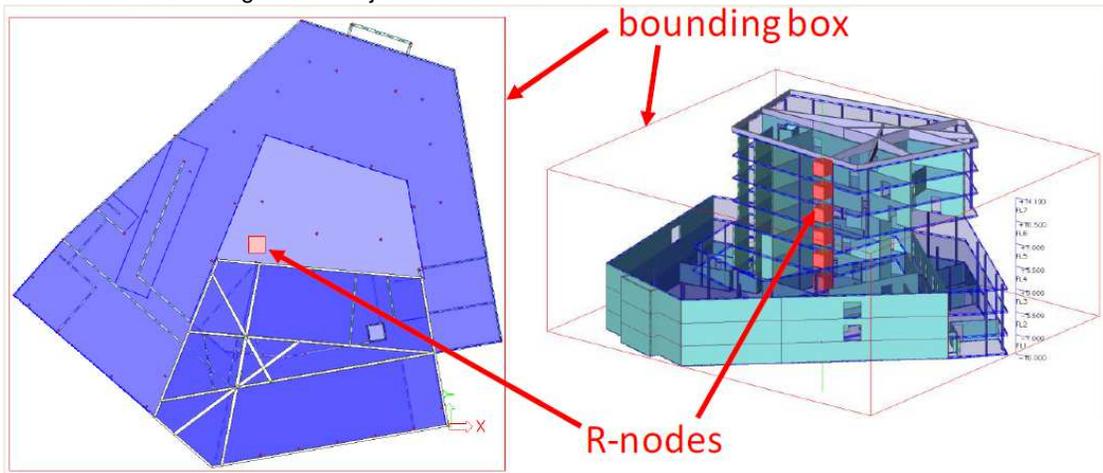


Bevor Sie die lineare Analyse ausführen, müssen Sie zusätzlich folgende Schritte ausführen, um eine IRS-Berechnung durchzuführen:

1. Die reduzierte Modellanalyse muss im Projekt aktiviert werden. Dies kann über die Hauptmenü **Werkzeuge / Berechnung und FE-Netz / Rechenkerneinstellungen** tun:



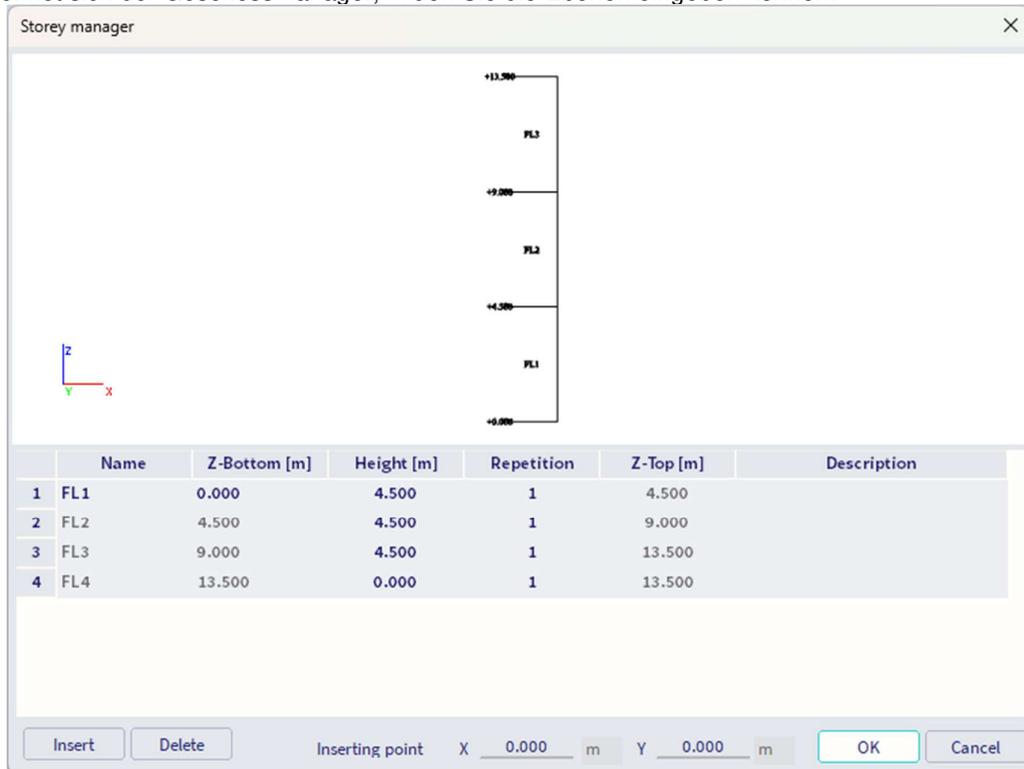
2. Gebäudegeschosse festlegen . Die Reduktionsknoten werden auf Grundlage der Geschosdaten berechnet In SCIA Engineer wird jedes Geschoss in einen R-Knoten reduziert.



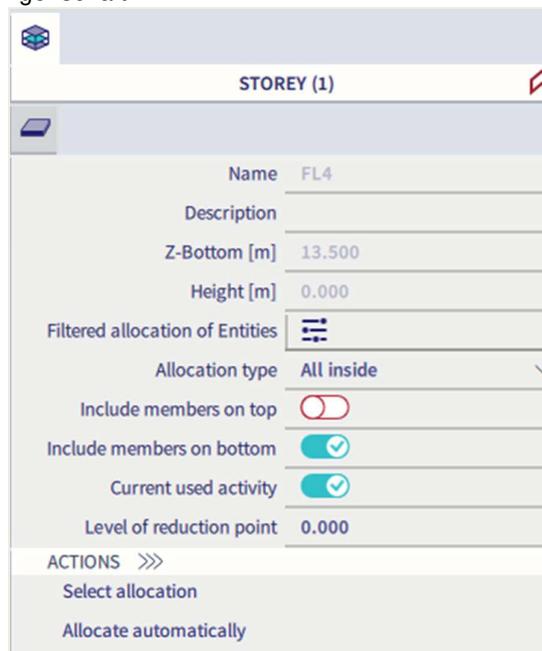
Um die Gebäudegeschosse einzugeben, wechseln Sie zum Eingabebereich und klicken Sie in « Linienraster und Geschosse » auf "Geschosse":



Es öffnet sich der Geschossmanager, in den Sie die Ebenen eingeben können:



Bei den Standardeinstellungen befindet sich die Deckenplatte jedes Geschosses am unteren Stockwerk und damit auch der entsprechende R-Knoten. Es wird empfohlen, dies so zu beibehalten. Das zeigt die Geschoss-Eigenschaft:



3. Sobald die lineare Berechnung ausgeführt wurde, stehen die Ergebnisse zur Verfügung. Grundsätzlich stehen nach der IRS-Analyse zwei Arten von Ergebnissen zur Verfügung:
 - Die Ergebnisse des reduzierten Modells werden automatisch zum Originalnetz erweitert und sind über die Standardausgabe verfügbar. Dies wird hier nicht detailliert erläutert werden, da es das selbe ist, wie in den vorigen Kapiteln.

- Einige spezifische Ergebnisse, die direkt aus dem reduzierten Modell stammen, sind in der Arbeitsstation "Ergebnisse" und unter « Zusammenfassung der **Geschossergebnisse** » **verfügbar**. Hieraus ergeben sich typischerweise Informationen zu den Massen, Verschiebungen und Beschleunigungen in jedem Geschoss im reduzierten Modell.



- Andere Ergebnisse können über die Arbeitsstation « Ergebnisse » als « **Detaillierte Geschossergebnisse** » angezeigt werden: Über dieses Menü können die Ergebnisse der kompletten Netzanalyse angezeigt werden. Es kann für Ergebnisse aus jeder linearen Analyse mit oder ohne dynamische Analyse, mit oder ohne IRS-Analyse verwendet werden. Es liefert Ergebnisse in allen Auflagerbauteilen mit einer einfachen Auswahl der Teile je Geschoss. Wände und Stützen können in der gleichen Zeichnung dargestellt werden. Die angegebenen Ergebnisse sind typisch: Schnittgrößen, Resultierende pro Wand oder pro Geschoss...

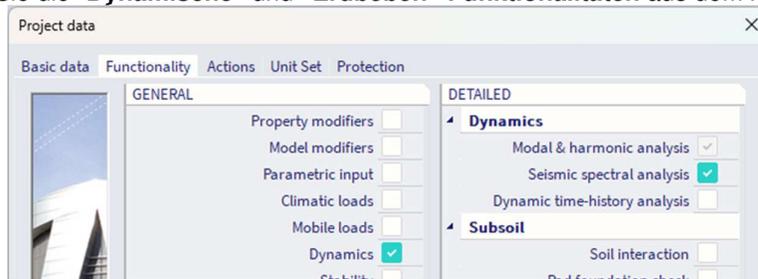


Beispiel 04-1.esa

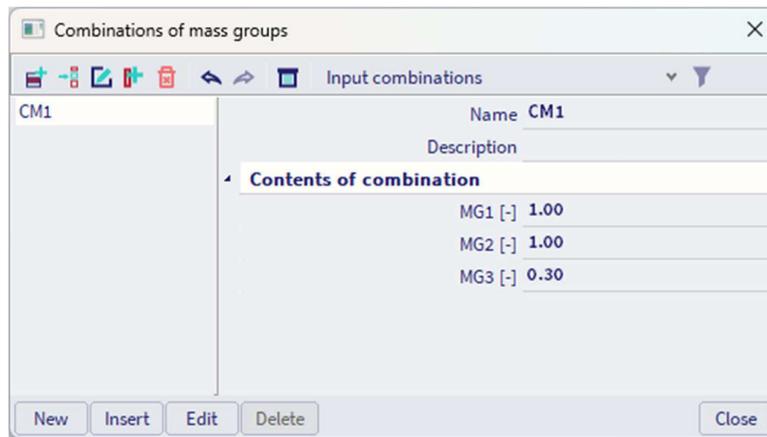
Entsprechendes Projekt öffnen. Wir werden auf dieses kleine Gebäude die oben gesehene Prinzipien anwenden.

1. Schritt 1: Erdbebenmodell einrichten

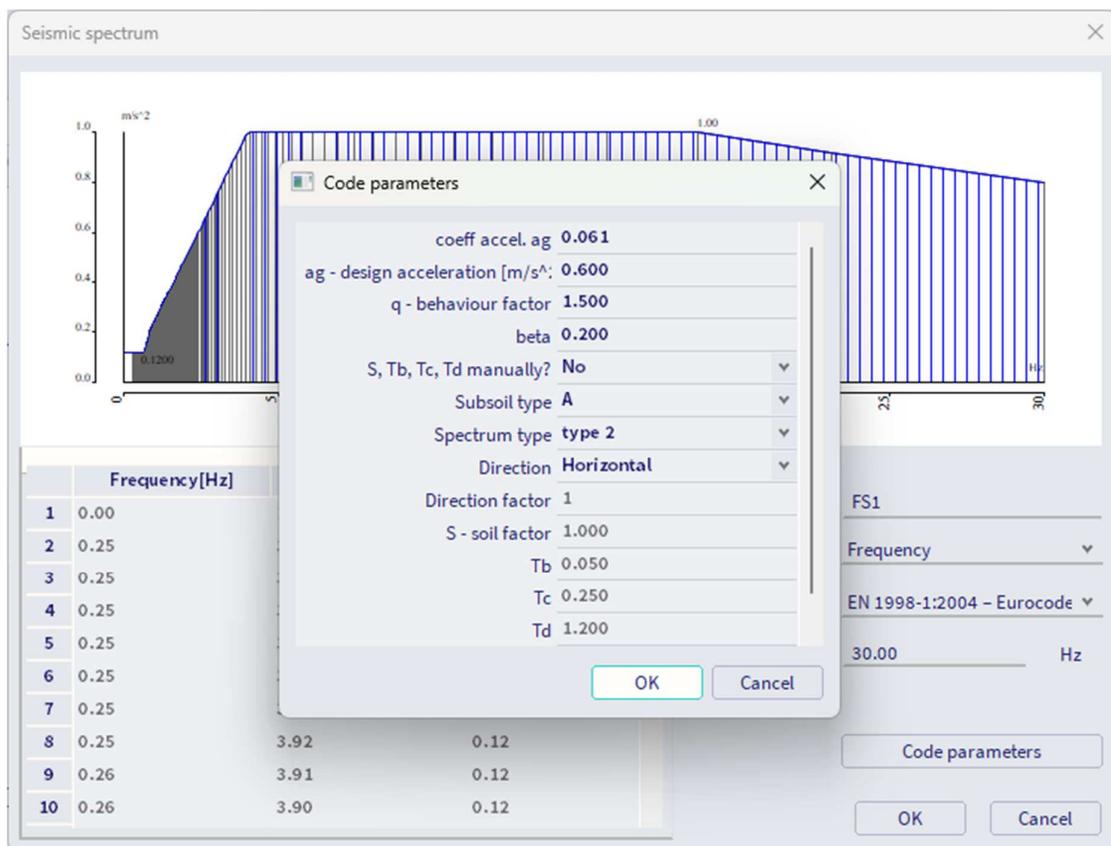
- Aktivieren Sie die "**Dynamische**" und "**Erdbeben**"-Funktionalitäten aus dem Menü 'Projektdaten'.



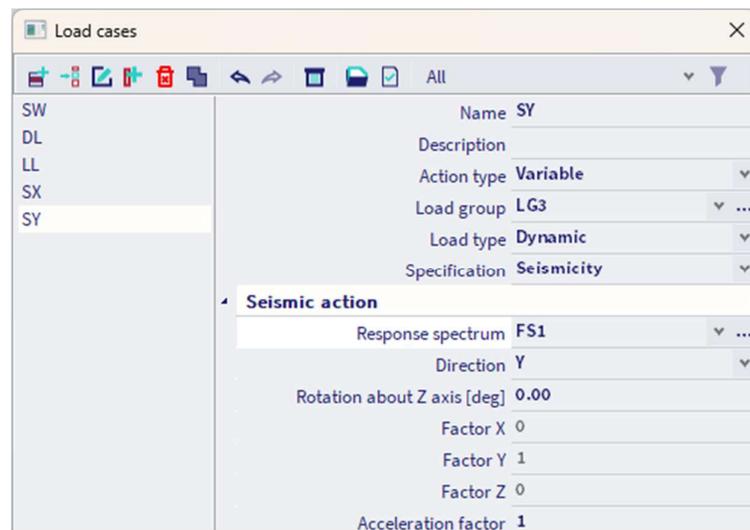
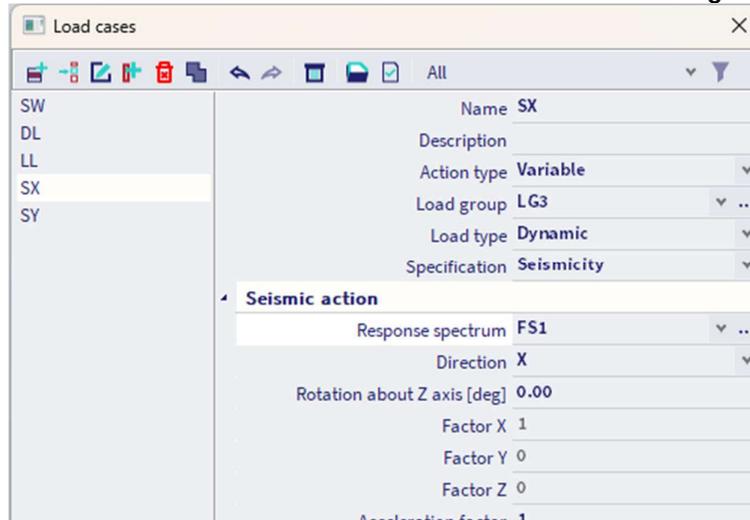
- **Massengruppen erstellen.** Für dieses Beispiel werden wir 3 Massengruppen betrachten, die mit 3 statisch vordefinierten Lastfällen zusammenhängen: Eigengewicht, ständige Last (DL) und variable Last (LL).
- **Massengruppen-Kombinationen erstellen**



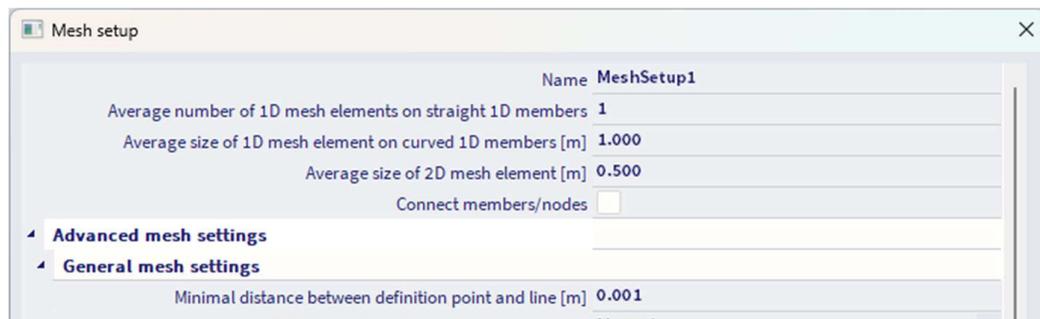
- Definieren Sie ein **Erdbebenspektrum**. Nehmen wir ein Erdbebenspektrum mit den folgenden Parametern an:



- Erstellen Sie im Fenster "Lastfälle" die **Erdbebenlastfälle in Richtung X und Y** :



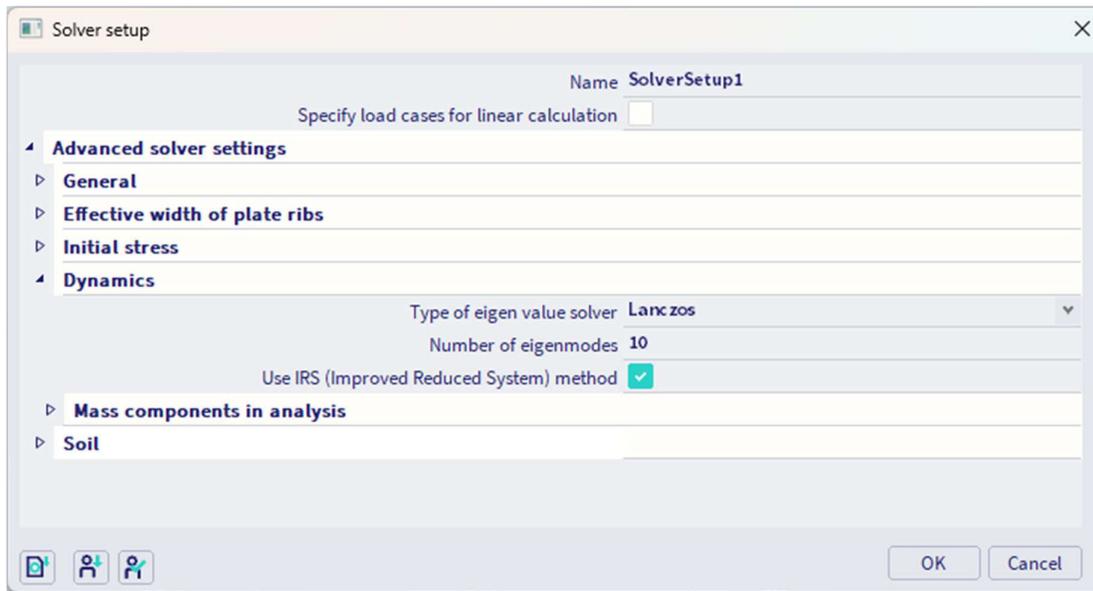
- FE-Netz verfeinern. In diesem Beispiel haben wir das Netz wie folgt festgelegt:



- Anzahl der Frequenzen auswählen, die berechnet werden sollen (**Rechenkern einstellen**). Wir haben **10 Werte ausgewählt**.

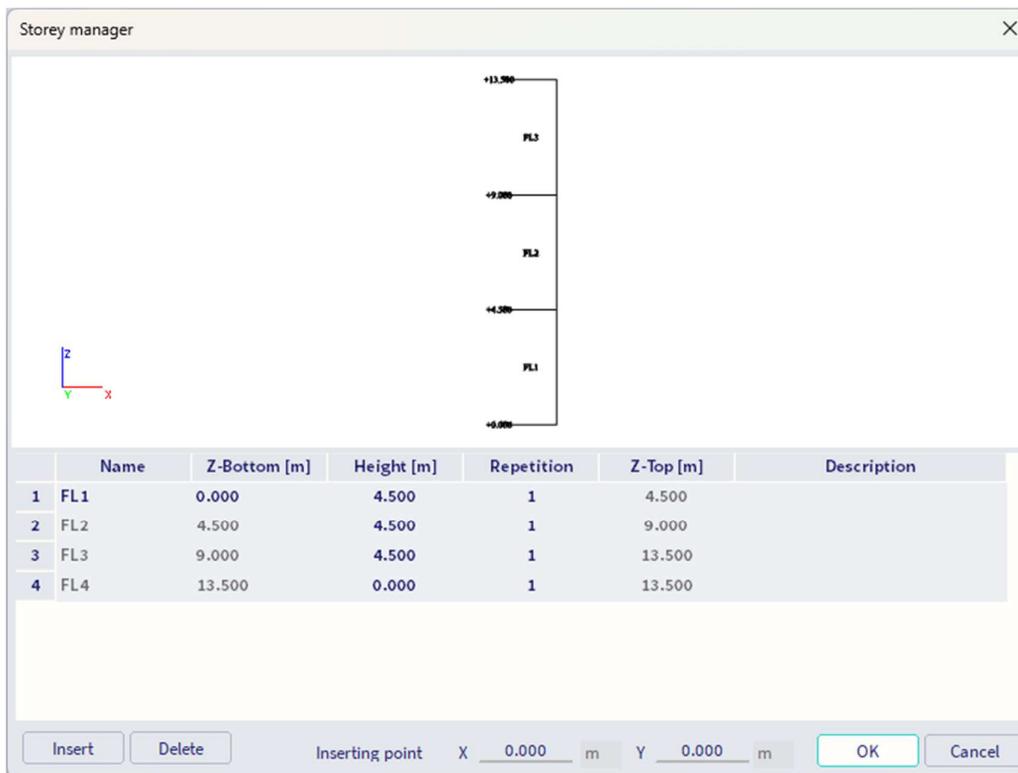
2. Schritt 2: Aktivieren Sie die Option "IRS (Improved Reduced Model)"

Aktivieren Sie die Option "Improved reduced Modell verwenden" aus den "Rechenkerneinstellungen".

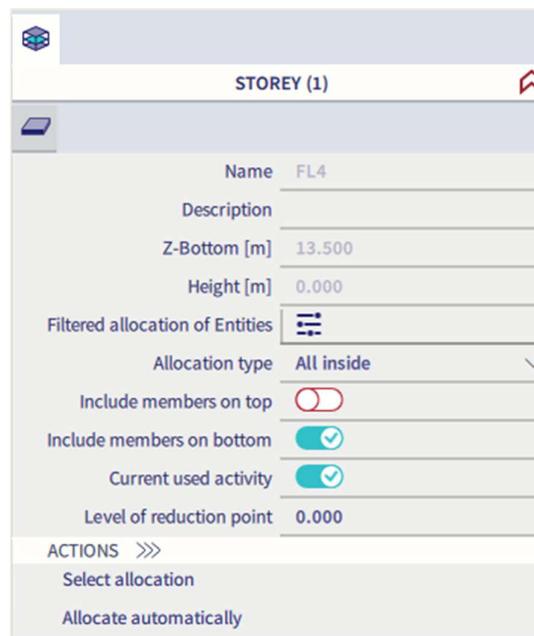
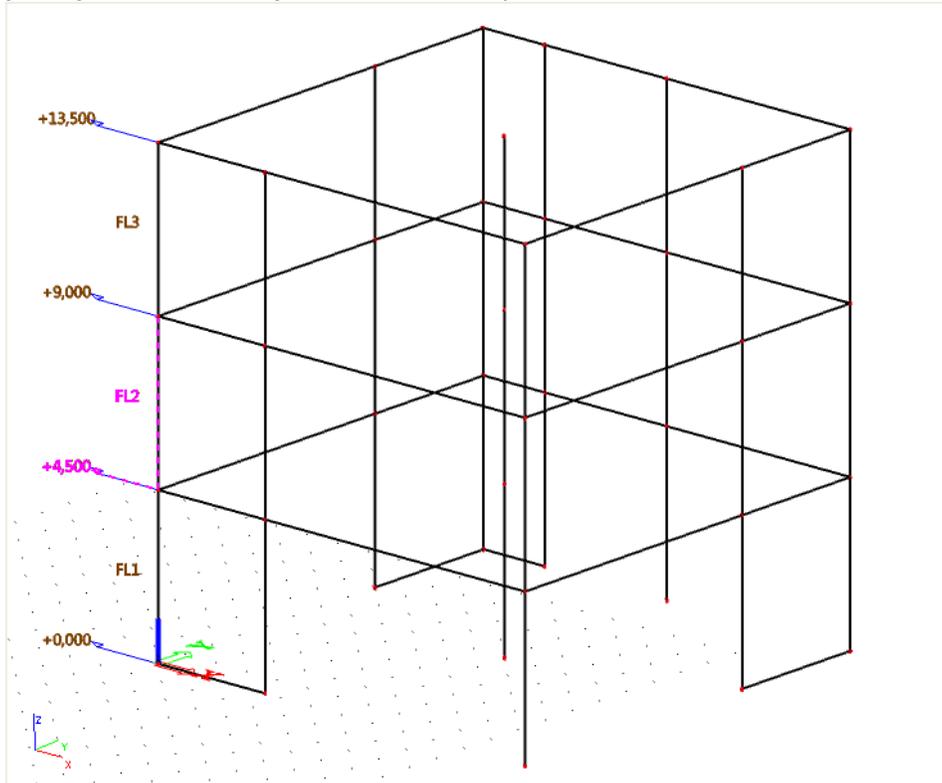


3. Schritt 3: Geschosse definieren

Geschosse vom Eingabebereich definieren:



Die Ebenen werden grafisch dargestellt. Wenn Sie eine Geschossebene auswählen, können Sie die dazugehörigen Eigenschaften im Eigenschaftsfenster anpassen:



Über die Eigenschaft 'Gefilterte Objektzuordnung' können Sie überprüfen, ob die Auflagerteile des Gebäudes ordnungsgemäß den Geschossen zugewiesen sind.

Optional können R-Knoten in einem beliebigen Niveau in jedem Geschoss platziert werden. Mit der Geschosseigenschaft "Reduktionspunktniveau" kann die genaue Höhe des Reduktionspunktes für jedes Geschoss separat ausgewählt werden. 0 entspricht dem Stockwerksboden, 1 der Stockwerksoberseite.

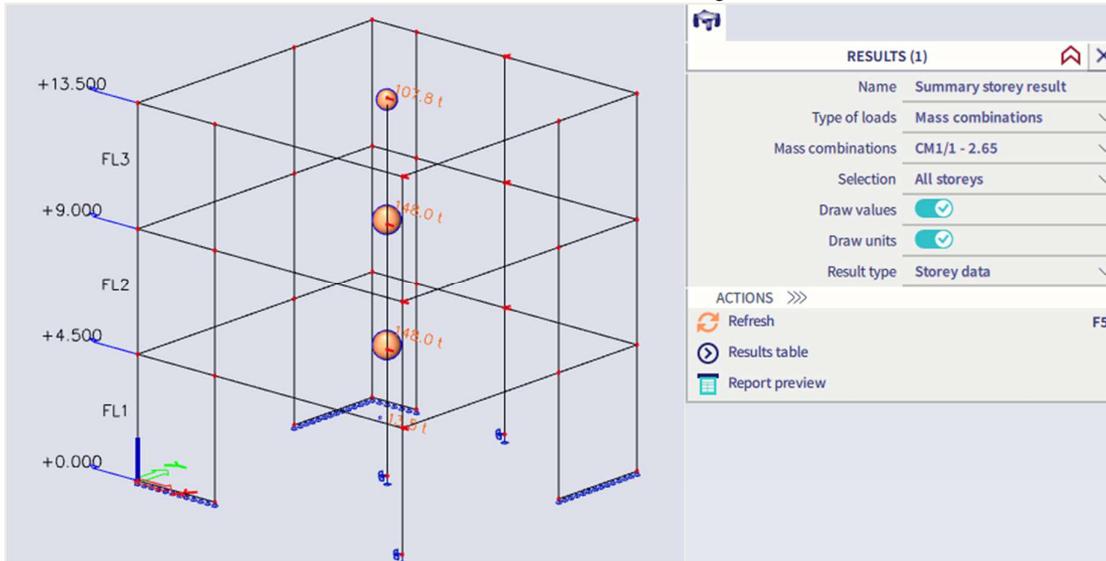
4. Schritt 4: Lineare Berechnung ausführen und die Ergebnisse prüfen

5. Schritt: Zusammenfassende Geschossergebnisse

Es gibt 3 Arten von Ergebnissen: Geschossdaten, Verschiebungen und Beschleunigungen.

- Stockwerksdaten:

Geschossdaten zeigen für jedes Geschoss die Gesamtmasse und die Koordinaten des Massenzentrums an. Sie ist nur mit Massenkombinationen verfügbar.



Summary storey result

Storey data:
Eigen solution
Selection: All
Mass combinations : CM1/1 - 2.65

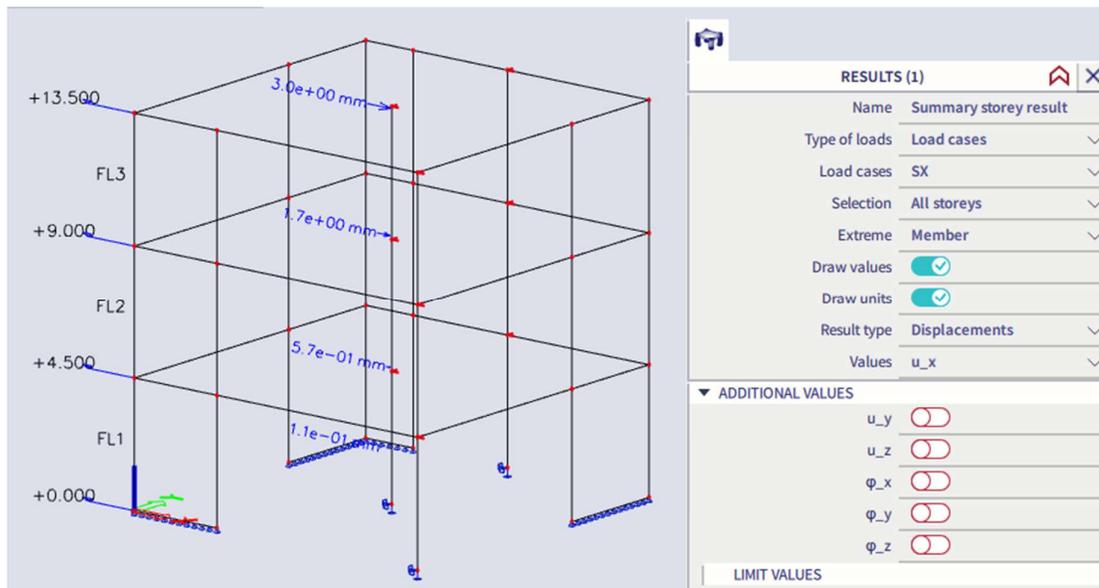
Name	M [t]	XG [m]	YG [m]	ZG [m]
FL1	13.5	4.157	7.704	1.250
FL2	148.0	5.663	6.350	4.500
FL3	148.0	5.663	6.350	9.000
FL4	107.8	5.769	6.240	13.343

- Verschiebungen & Beschleunigungen:

Verschiebungen und Beschleunigungen sind für Eigenformen und Erdbeben-Lastfälle verfügbar. Die Werte der Komponenten Verschiebung und Beschleunigung werden im Massenschwerpunkt jedes Geschosses angegeben.

Die Ergebnisse für Massenkombinationen sind rohe, normalisierte Ergebnisse aus der modalen Analyse, ohne Auswirkung des Antwortspektrums.

Ergebnisse für Erdbeben-Lastfälle sind Werte nach der modalen Überlagerung.

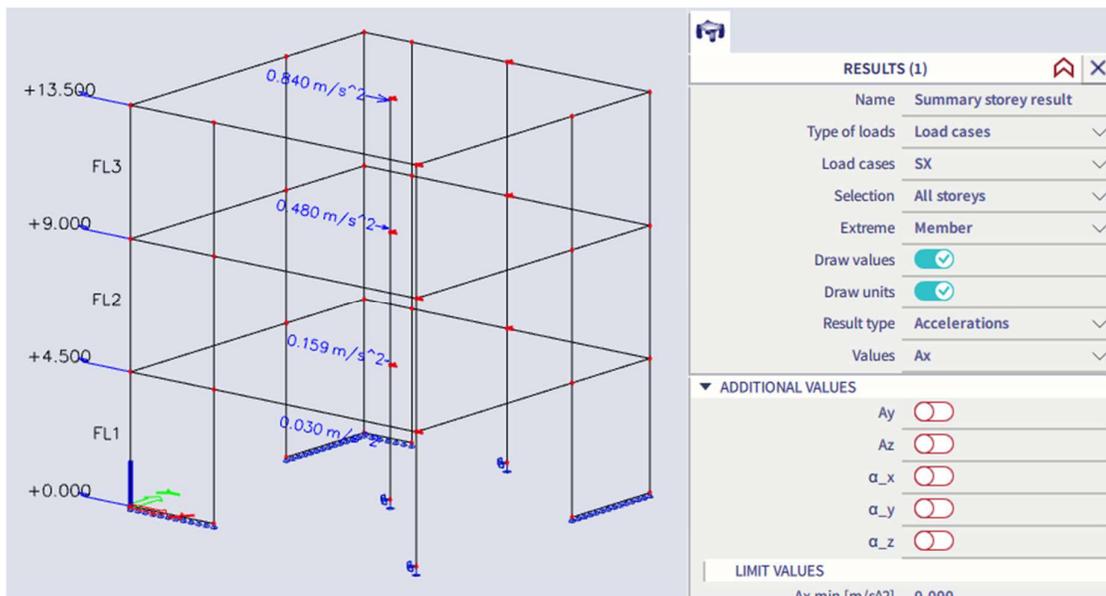


Summary storey result

Storey Displacements:
 Linear calculation, Extreme: Member
 Selection: All
 Load cases : SX

Name	u _x [mm]	u _y [mm]	u _z [mm]	φ _x [mrad]	φ _y [mrad]	φ _z [mrad]
FL1	1,1e-01	2,4e-02	6,2e-05	1,3e-03	2,4e-03	2,4e-03
FL2	5,7e-01	1,7e-01	5,2e-02	9,1e-03	4,8e-03	9,0e-03
FL3	1,7e+00	5,2e-01	7,1e-02	1,4e-02	6,8e-03	2,5e-02
FL4	3,0e+00	9,2e-01	9,1e-02	1,5e-02	7,2e-03	4,3e-02

Mit der Option 'Zusatzwerte' in den Eigenschaftsfenstern können Sie mehrere Komponenten anzeigen:



6. Schritt: detaillierte Geschossergebnisse

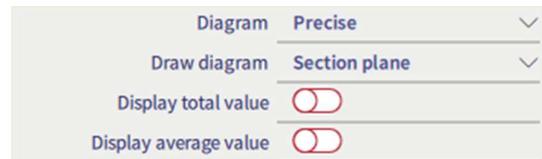
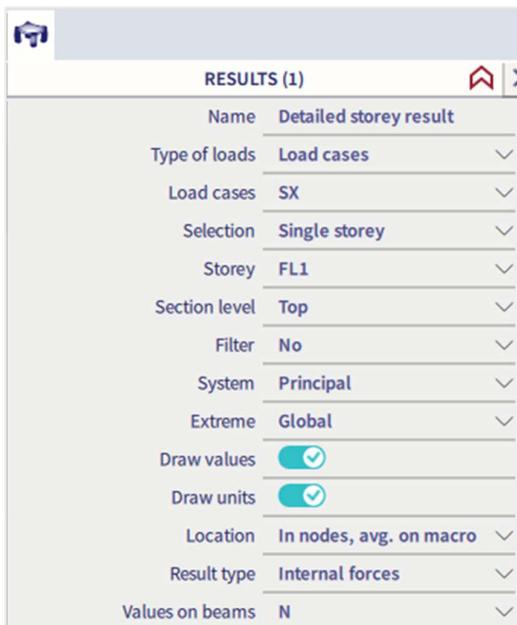
Die angegebenen Ergebnisse sind typisch: Schnittgrößen, Resultierende pro Wand oder pro Geschoss...

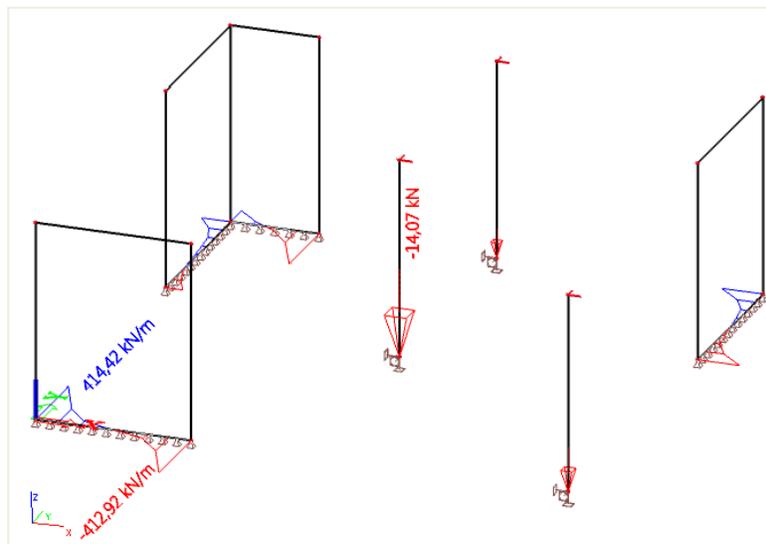
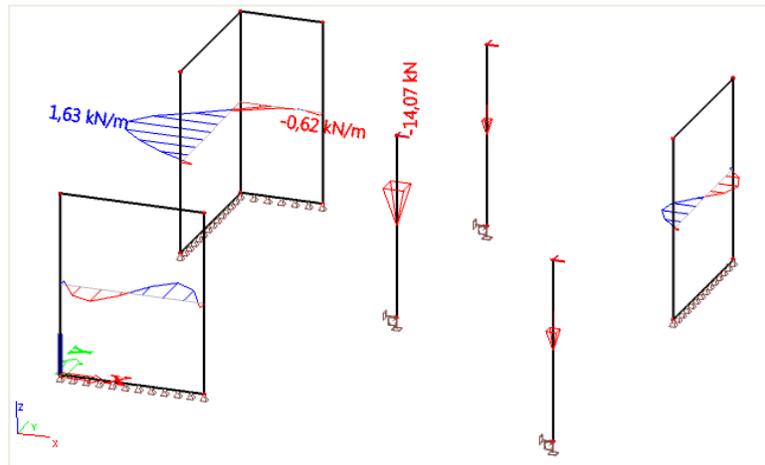
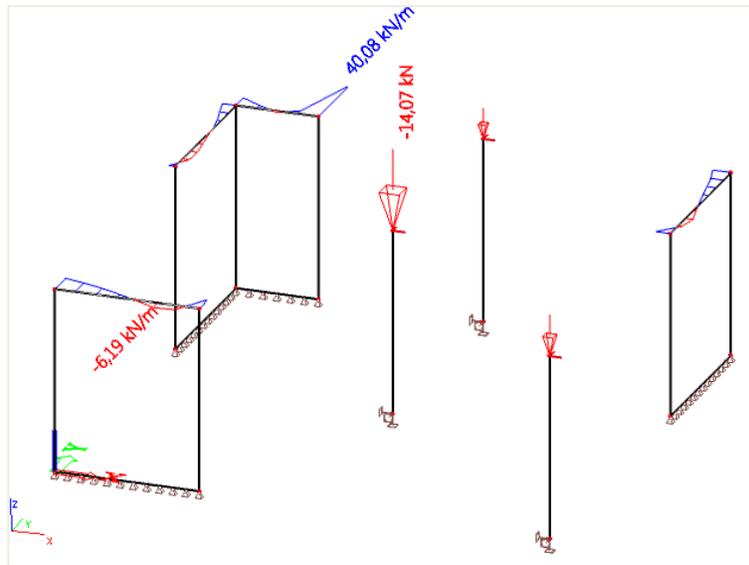
Hier stehen hauptsächlich zwei Arten von Ergebnissen zur Verfügung:

- Schnittgrößen in den stützenden Bauteilen

Die Ergebnisse können auf verschiedenen Schnittebenen angezeigt werden:

- o Oben (Schnitt oben in jedem Geschoss)
- o Mitte (Schnitt in mittlerer Höhe jedes Geschosses)
- o Unten (Schnitt am Fuß jedes Geschosses)
- o Benutzerdefiniert





Detailed storey result

Linear calculation, Extreme: Global, System: Principal

Selection: FL1

Load cases : SX

Columns:

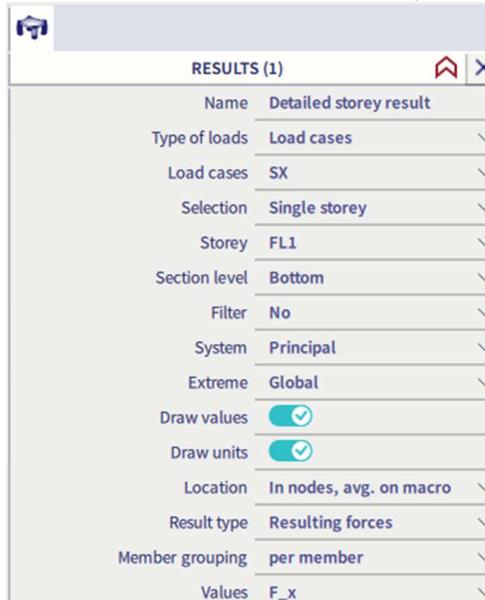
Name	Storey	x [m]	y [m]	z [m]	N [kN]	V _y [kN]	V _z [kN]	M _x [kNm]	M _y [kNm]	M _z [kNm]
B22	FL1	6.000	6.000	4.500	14.02	0.26	1.05	0.03	1.94	0.43
B37	FL1	12.000	0.000	4.500	6.87	0.25	0.56	0.04	0.54	0.29
B40	FL1	6.000	12.000	4.500	4.97	0.17	1.02	0.04	1.75	0.15

Walls:

Name	Storey	x [m]	y [m]	z [m]	n _x [kN/m]	n _y [kN/m]	n _{xy} [kN/m]	m _x [kNm/m]	m _y [kNm/m]	m _{xy} [kNm/m]	v _x [kN/m]	v _y [kN/m]
S4	FL1	12.000	10.000	4.500	0.64	2.18	28.02	0.08	0.43	0.05	0.19	0.30
S7	FL1	0.000	8.000	4.500	2.87	58.55	1.94	0.03	1.59	1.00	0.35	4.92
S15	FL1	1.500	0.000	4.500	3.74	45.62	52.97	0.02	0.11	0.22	0.48	0.08
S15	FL1	0.000	0.000	4.500	12.86	323.53	7.66	0.48	0.64	0.04	1.84	1.88
S15	FL1	2.000	0.000	4.500	0.92	46.64	53.10	0.03	0.09	0.26	0.50	0.14
S4	FL1	12.000	11.000	4.500	4.32	72.74	20.59	0.09	0.41	0.02	0.27	0.23
S7	FL1	0.000	8.500	4.500	3.04	45.38	3.22	0.05	0.14	0.66	0.03	1.58
S15	FL1	3.500	0.000	4.500	7.96	301.84	7.28	0.22	1.90	0.90	2.20	5.60
S7	FL1	0.000	10.500	4.500	0.50	64.10	10.38	0.07	0.53	0.37	0.10	0.08
S10	FL1	2.000	12.000	4.500	32.69	232.94	23.41	0.03	3.54	1.61	1.16	11.18

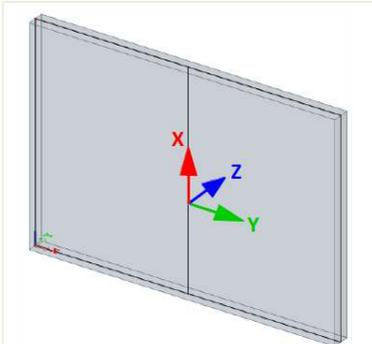
- Resultierende Kräfte (nach Teil)

Position = nach Bauteil: Die resultierenden Kräfte werden für jedes Wandteil separat berechnet.



Die resultierenden Kräfte in 1D-Bauteilen (Stützen) sind mit den Schnittgrößen in 1D-Bauteilen identisch.

Resultierende Kräfte in 2D-Bauteilen (Wänden) berechnen die Resultierenden im Mittelpunkt jeder Wand gemäß einem speziellen lokalen Koordinatensystem, unabhängig von den Systemausgabeeinstellungen. Das verwendete Koordinatensystem ist das selbe wie das LKS einer vertikalen Rippe in der Wandmitte. Es handelt sich auch um das gleiche Koordinatensystem, das für Integrationsstreifen verwendet wird.



Die Lokalachse x ist vertikal, nach oben.

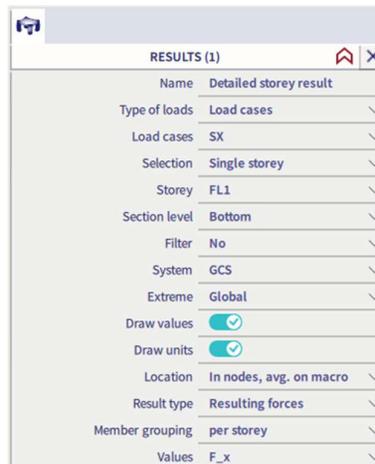
Die Lokalachse z ist identisch mit dem Z-LKS der Wand.

$$Y = Z \wedge X$$

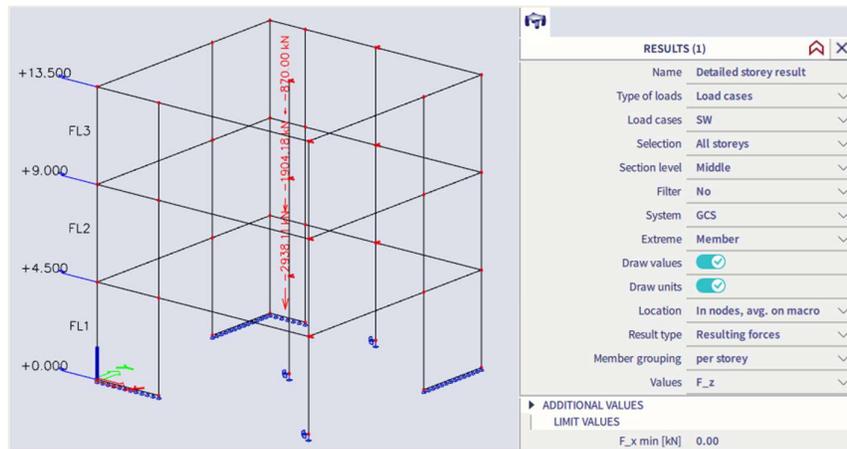
Auf diese Weise können resultierende Kräfte in Wänden leicht zusammen mit den Schnittgrößen in Stützen in einer einzigen Zeichnung angezeigt werden.

- **Resultierende Kräfte (nach Geschoss)**

Position = Geschoss: Die resultierenden Kräfte werden für jedes Geschoss unter Berücksichtigung aller Auflagerteile gleichzeitig berechnet; 1D(Stützen) und 2D-Bauteile (Wände) werden **zusammen berücksichtigt**



Vertikalkräfte gesamt in allen Geschossen:



Detailed storey result
 Linear calculation, Extreme: Member, System: GCS
 Selection: All
 Load cases : SW
Resulting forces per storey

Name	Storey	x [m]	y [m]	z [m]	F _x [kN]	F _y [kN]	F _z [kN]	M _x [kNm]	M _y [kNm]	M _z [kNm]
FL1		4.507	7.549	2.250	0.41	0.92	-2938.11	3281.44	3163.40	5.34
FL2		4.507	7.549	6.750	-1.00	0.65	-1904.18	2187.60	2109.18	-0.53
FL3		4.507	7.549	11.250	-1.18	0.69	-870.00	1093.34	1054.57	-1.19

4.3 Zufallsausmitte (Ungeplante Torsion)

Die Zufallsausmitte macht Ungenauigkeiten in der Massenverteilung in der Struktur aus. Die Bemessungscodes berücksichtigen dies normalerweise als zusätzliche Ausmitte, die als Bruchteil der Größe der Struktur definiert ist.

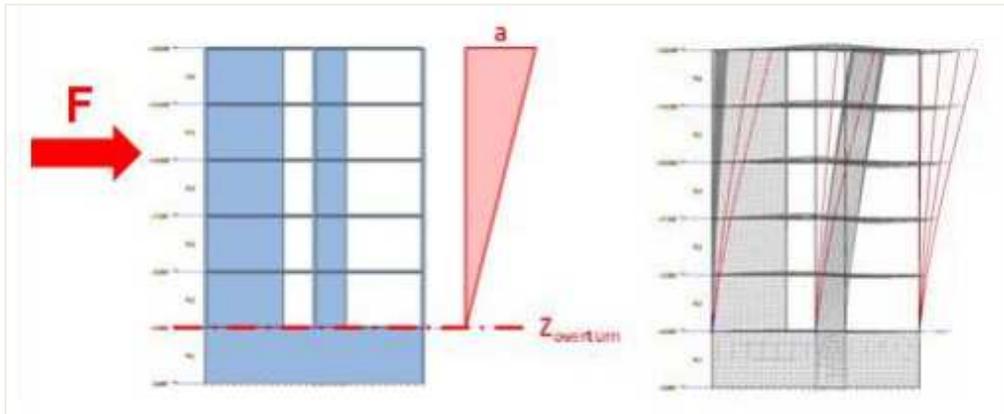
In der Euronorm 8 ist die Zufallsausmitte für eine bestimmte Decke als 5 % der Breite der Decke lotrecht auf die Richtung der erdbebenartigen Einwirkung definiert.

In SCIA Engineer ermöglicht die Verwendung des verdichteten IRS-Modells das Einführen einer ungeplanten Ausmitte leicht, da das verdichtete Modell nur einen R-Knoten pro Geschoss verwendet. Die Zufallsausmitte

kann entweder als reale Massenausmitte oder als zusätzliche Torsion (vereinfachtes Verfahren gemäß Bemessungscodes) berücksichtigt werden.

SCIA Engineer verwendet jedoch die vereinfachte Methode mit zusätzlichem Torsionsmoment.

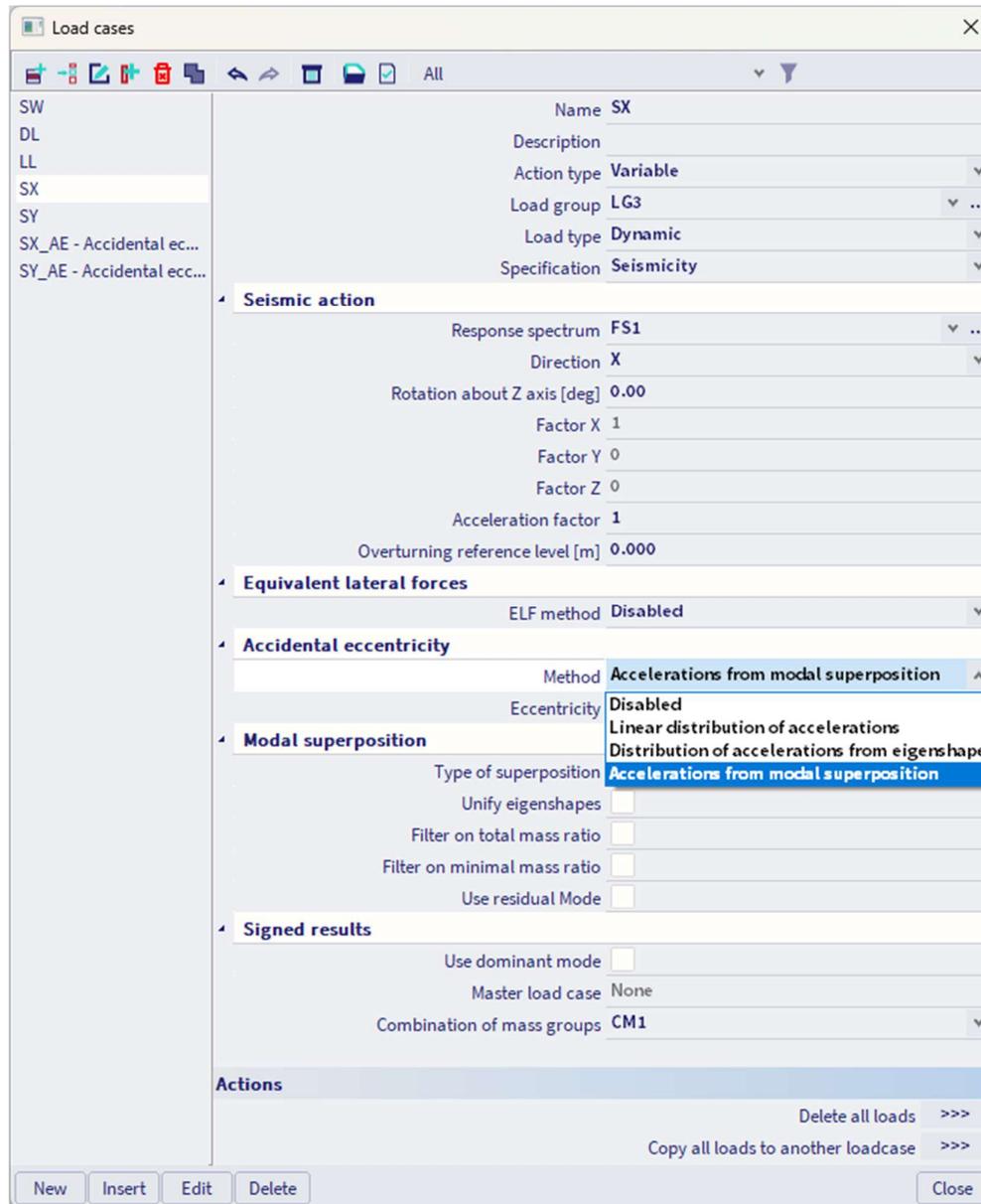
Zufallsausmitte wird durch statische Belastung hinzugefügt (gemäß EN 1998-1 4.3.3.3.3)



Beispiel 04-2.esa

In SCIA Engineer kann die ungeplante Torsion in einem Erdbebenprojekt mit der **IRS-Methode** berücksichtigt werden.

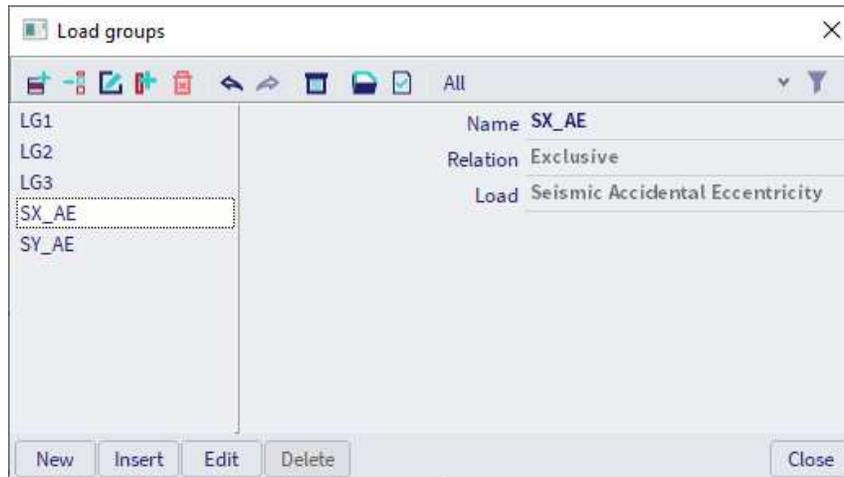
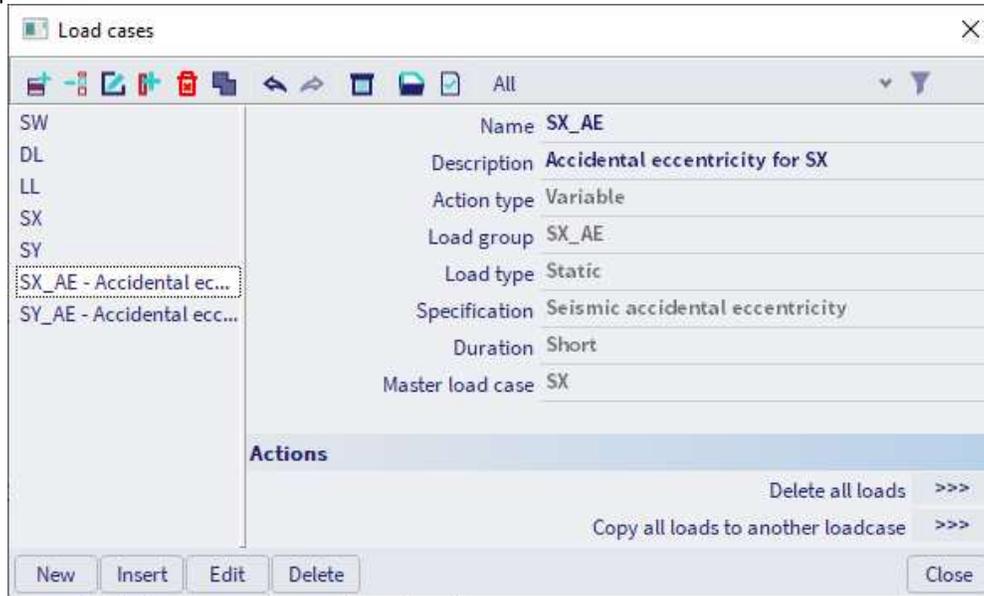
Das **Lastfallfenster** öffnen und einen Typ der Zufallsausmitte auswählen:



Für die Berechnung von AE-Momenten stehen die folgenden Methoden zur Verfügung:

- Lineare Verteilung von Beschleunigungen (EN 1998-1 4.3.3.3.3 und Formel (4.11))
- Verteilung von Beschleunigungen nach der Eigenform (EN 1998-1 4.3.3.3.3 und Formel (4.10))
- Beschleunigungen von der modalen Überlagerung

Sobald die Zufallsausmitte ausgewählt ist, werden automatisch ein neuer Lastfall AE und eine neue Lastgruppe erstellt:



Kapitel 5: REFERENZEN

- [1] Beards F., Structural Vibration: Analysis and Damping, Arnold, London, 1996.
- [2] H. Buchholdt, Structural Dynamics for Engineers, Thomas Telford Publications, 1997.
- [3] Chopra A., Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering, Prentice Hall, New Jersey, 2001.
- [4] Eurocode 1: Basis of design and actions on structures, Part 2-4: Actions on structures - Wind actions, ENV 1991-2-4, 1995.
- [5] Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 1-9: Fatigue Strength of Steel Structures, ENV 1993-1-9: 2002.
- [6] Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance, Part 1-1: General rules, seismic actions and rules for buildings, ENV 1998-1-1, 1994.
- [7] Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance, Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings, EN 1998-1, 2004.
- [8] Eurocode 8: Design provisions for earthquake resistance of structures, Part 6: Towers, masts and chimneys, Annex B, ENV 1998-6, 2003.
- [9] Eurocode 8: National Application Document for Belgium, NBN-ENV 1998-1-1, 2002 NAD.
- [10] Murray M., Allen D., Ungar E., Floor Vibrations due to Human Activity, AISC, 2003.
- [11] Leijendeckers P.P.H., Fortuin J.B., Van Herwijnen F., Leegwater H., Polytechnisch zakboekje (Polytechnic pocket notebook), 48e druk, Koninklijke PBNA, 1998 (in Dutch).
- [12] Ghali A., Neville A.M., Structural Analysis: A unified classical and matrix approach, Chapman and Hall, London, 1990.
- [13] EPFL-ENAC-SGC, Génie Parasismique, Quotient de Rayleigh (Rayleigh Quotient), Suisse, 2004 (in French).
- [14] Xiang Y., Wei G.W., Exact Solutions for Vibration of Multi-span Rectangular Mindlin Plates, Journal of Vibration and Acoustics Vol.125, ASME, 2002.
- [15] Whalen T.M., Course CE573: Structural Dynamics, Problem 3.10, Purdue University, Indiana, 2004.
- [16] SCIA Group NV, ESA-Prima Win: Dynamics – Theoretical Background, Herk-de-Stad, 2002.
- [17] U.S. Army Corps of Engineers, Engineering and Design - Seismic Design Provisions for Roller Compacted Concrete Dams, EP 1110-2-12, 1995.
- [18] Wilson E., Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures, CSI, Berkley, 2002.
- [19] ASCE4-98, Seismic Analysis of Safety-Related Nuclear Structures and Commentary, 2000.
- [20] Chowdhury I., Dasgupta S., Computation of Rayleigh Damping Coefficients for Large Systems, EJGE, 2003.
- [21] NF P 06-013, PS92: Les Règles de la construction Parasismique (Rules for Seismic Structures), 1995 (in French).
- [22] Vandepitte D., Berekening van Constructies (Calculation of Structures), Story-Scientia, Gent, 1979 (in Dutch). www.berekeningvanconstructies.be

- [23] Transvik P., Alpsten G., Dynamic Behaviour under Wind Loading of a 90m Steel Chimney, Report S-01041, 2002.
- [24] Czech Standard CSN 73 0035: Actions on Structures, 1986 (in Czech).
- [25] Vandewalle J., Cools R., Lineaire Algebra en Analytische Meetkunde (Linear Algebra and Analytical Geometry), Garant, Leuven, 1998 (in Dutch).
- [26] Toratti T., Seismic Design of Timber Structures, Tekes, 2001.
- [27] Billah Y., Scanlan R., Resonance, Tacoma Narrows bridge failure, and undergraduate physics textbooks, Am. J. Phys. 59 (2), American Association of Physics Teachers, 1991.
- [28] Lee I., AE514: Finite Element Methods in Structural Dynamics, Aero elasticity and Structural Dynamics Lab., Dept. of Aerospace Engineering, Kaist, 2001.
- [29] Vladimír T., Reinhard M., Local magnitude, surface wave magnitude and seismic energy, Studia Geophysica et Geodaetica, 1991.
- [30] Nederlands Normalisatie-instituut, Beoordeling van de constructieve veiligheid van een gebouw bij nieuwbouw, verbouw en afkeuren – Grondslagen voor aardbevingsbelastingen: geïnduceerde grondslagen.

Kapitel 6: ANHANG A - ERDBEBENMAGNITE

Um die Stärke der Erdbeben abzuschätzen, wurde von Richter in den 1930er Jahren eine Skala zur Beschreibung der während eines Erdbebens freigesetzten Energie entwickelt. Dies ist die Richterskala und der heute häufigste Maßstab zur Beschreibung von Erdbeben [26].

Die Stärke eines Erdbebens auf der Richterskala wird durch ein so genanntes Wood-Anderson-Seismograph maximum (auf gut 255) festgelegt, wobei $M = \log(a)$ und a der Maximale μm von 100 km Abstand vom Epizentrum ist.

Die Erdbebeneinwirkung an Gebäuden kann nicht mit der Richterskala beschrieben werden und dies darf auch nicht in der Bemessung verwendet werden. Housner entwickelte jedoch im Jahr 1970 empirische Beziehungen zwischen der Größe, der Dauer und der Spitzenbodenbeschleunigung für die Bemessung:

Magnitude auf der Richterskala	Spitzen-Bodenbeschleunigung (% g)	Dauer (en)
5,0	9	2
5,5	15	6
6,0	22	12
6,5	29	18
7,0	37	24
7,5	45	30
8,0	50	34
8,5	50	37

Kapitel 7: ANHANG B - NUMERISCHE DÄMPFUNGSWERTE

In diesem Anhang sind einige numerische Werte für die Tragwerksdämpfung angegeben.

7.1 EC8 – Teil 6

EC8 Teil 6 (ENV 1998-6:2003 Anhang B) schlägt folgende Werte für das Dämpfungsverhältnis vor:

Strukturmateriale	Dämpfungsverhältnis ξ
Stahlelemente	1% - 4%
Betonelemente	2% - 7%
Keramische Verkleidung	1,5% - 5%
Mauerwerksverkleidung	3% - 10%

7.2 EC1 – Teil 2-4

Andere Werte für die Dämpfung werden in EC1 – Teil 2-4 vorgeschlagen (ENV 1991-2-4: 1995 Anhang C). Das logarithmische Dekrement d wird angegeben durch:

$$d = d_s + d_a + d_d$$

Wo:

- d_s : Strukturgrunddämpfung
- d_a : Aerodynamische Grunddämpfung
- d_d : Grunddämpfung durch Sondereinrichtungen

Die Strukturdämpfung wird angegeben von:

$$d_s = a_1 \cdot n_1 + b_1$$

$$d_s \geq \delta_{\min}$$

Wo:

- n_1 : Grundbiegefrequenz
- a_1, b_1, δ_{\min} : Parameter in der folgenden Tabelle für verschiedene Tragwerkstypen

Tragwerkstyp	a_1	b_1	δ_{\min}
Stahlbetonbau	0,045	0,030	0,080
Stahlbau	0,045	0	0,050
Verbundstrukturen: Beton + Stahl	0,080	0	0,080
Stahlbeton-Türme	0,050	0	0,025
Stahlfachwerktürme	0	0,030	0
Stahlbetonkaminen	0,075	0	0,030
Vorgespanntes Stahlkabel	0	0,010	0
Nicht ausgesteifte geschweißte Stahlstapel	0	0,015	0
Stahlstapel mit einer Auslage oder Wärmedämmung	0	0,025	0
Stahlstapel mit zwei oder mehr Linien	0	0,030	0
Stahl mit Ziegelsteinverwehrung	0	0,070	0
Gekoppelte Stapel ohne Auslage	0	0,015	0
Stahlstapel ohne Aussteifung	0	0,040	0
Stahlbrücken	Geschweißt	0	0,020
	Schrauben mit hoher Festigkeit	0	0,030
	Normale Schrauben	0	0,050
Betonbrücken	Rissfrei vorgespannt	0	0,040
	Mit Rissen	0	0,100
Brückenseilen	Parallelkabel	0	0,006
	Spiralseilen	0	0,020

Beispielsweise ist für ein Stahlgebäude mit der ersten Frequenz von 3Hz das logarithmische Dekrement:
 $0,045 \cdot 3 + 0 = 0,135 (> 0,05)$

7.3 Referenz [22]

Andere Werte für das logarithmische Dekrement werden durch Verweis vorgeschlagen [22]:

Strukturmaterial	Logarithmisches Dekrement
Stahl (geschweißt)	0,025
Stahl- oder Spannbeton	0,056
Mauerwerk	0,25
Holz	0,13

In diesem Verweis finden sich auch vorläufige Formeln für die aerodynamischen Dämpfung und Dämpfung durch Fundament.

Kapitel 8: ANHANG C - MANUELLE BERECHNUNG SPEKTRALANALYSE

8.1 Spektralanalyse gemäß 3-2 Beispiel (Beispiel C-1)

In diesem Absatz werden die Erdbebenergebnisse von SCIA Engineer manuell berechnet, um ein klares Verständnis der angewendeten Formeln zu geben. Alle Formeln finden Sie im Abschnitt "Berechnungsprotokoll" dieses Kapitels.

Das Referenzprojekt ist nicht vollständig mit dem im Beispiel 3-2 beschriebenen Projekt identisch. Die Unterschiede werden zuerst angezeigt, bevor wir mit der manuellen Berechnung beginnen.

8.1.1 Erdbeben-Lastfall

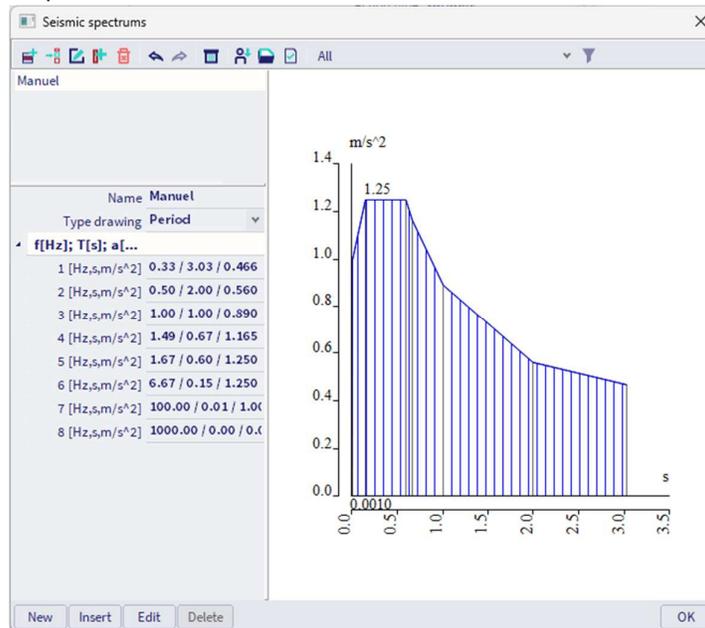
Die Eigenschaften, die im Erdbeben-Lastfall verwendet wurden, können hier eingesehen werden:



Ein anderer Beschleunigungsbeiwert wurde verwendet. Dadurch werden die vom Spektrum angegebenen Beschleunigungen reduziert.

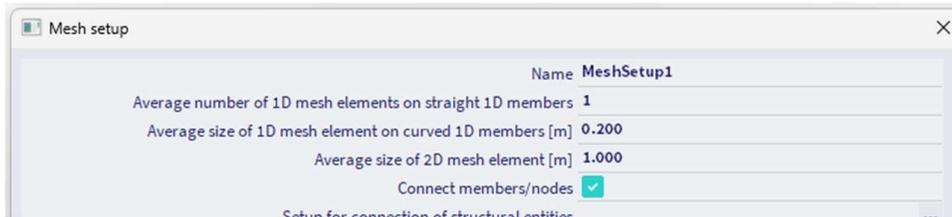
8.1.2 Spektrum

Ein manuelles Erdbebenspektrum wird verwendet:

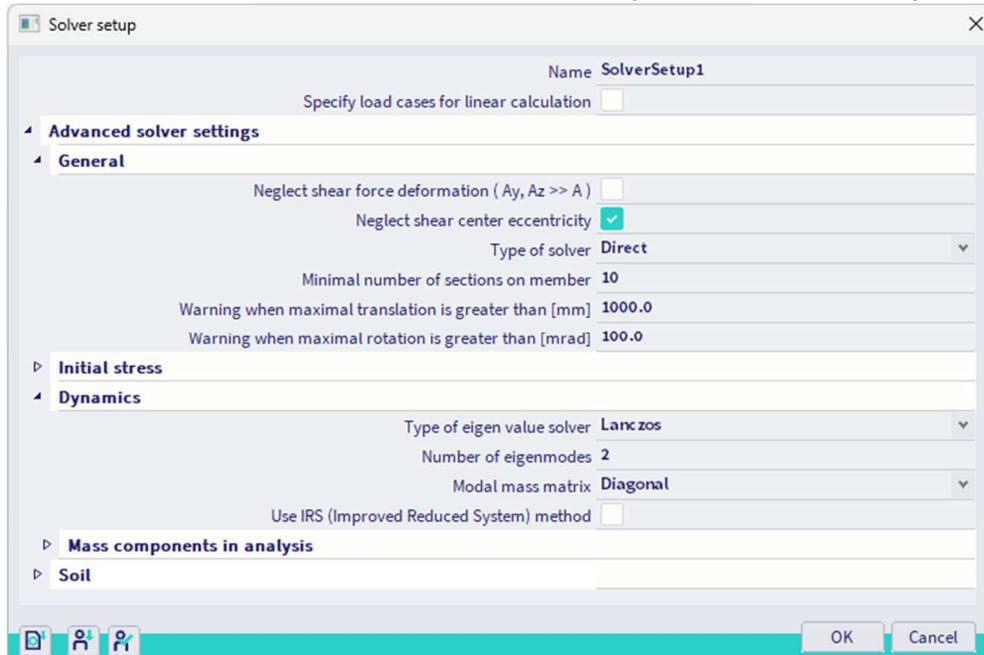


8.1.3 Einstellung des FE-Netzes und des Rechenkernes

Das FE-Netz wurde nicht verfeinert:



Auch der Rechenkern wurde nicht verändert, um Schubverformungen nicht zu vernachlässigen



8.2 Manuelle Berechnung gemäß 3-2 Beispiel (Beispiel C-1)

8.2.1 Überprüfung der Modalen Beteiligungsbeiwerte

Zuerst werden die **Modalen Beteiligungsbeiwerte** des Berechnungsprotokolls der **Eigenfrequenz** überprüft.

Wie in der Knotenverformung gezeigt, wurden für beide Modi die folgenden normalisierten modalen Formen ermittelt:

Displacement of nodes
 Modal shapes are normalized, so that the generalized
 Mass combination: CM1/1 - 0.53
 Extreme: Node
 Selection: All

Name	Case	U _x [mm]	U _z [mm]
N1	CM1/1 - 0.53	0.0	0.0
N2	CM1/1 - 0.53	-6.1	0.0
N3	CM1/1 - 0.53	-20.8	0.0
N4	CM1/1 - 0.53	-39.1	0.0

Displacement of nodes
 Modal shapes are normalized, so that the generalized
 Mass combination: CM1/2 - 3.43
 Extreme: Node
 Selection: All

Name	Case	U _x [mm]	U _z [mm]
N1	CM1/2 - 3.43	0.0	0.0
N2	CM1/2 - 3.43	25.7	0.0
N3	CM1/2 - 3.43	30.5	0.0
N4	CM1/2 - 3.43	-20.2	0.0

$$\{\varphi_1\} = \begin{pmatrix} 0,039111 \\ 0,020803 \\ 0,006128 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \{\varphi_2\} = \begin{pmatrix} -0,020233 \\ 0,030451 \\ 0,025755 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Beteiligungsbeiwert:

$$\gamma_{k,(j)} = \{\phi_k\}^T * \{m\}$$

$$\gamma_{x,(1)} = 0,039111 * 500 + 0,020803 * 500 + 0,006128 * 500 = 33,021$$

$$\gamma_{x,(2)} = -0,020233 * 500 + 0,030451 * 500 + 0,025755 * 500 = 17,984$$

Wirksame Masse:

$$M_{k,ef,(j)} = \gamma_{k,(j)}^2$$

$$M_{x,ef,(1)} = (33,021)^2 = 1090,39$$

$$M_{x,ef,(2)} = (17,984)^2 = 323,42$$

Beteiligungs-Massenverhältnis:

$$L_{k,(j)} = \frac{M_{k,ef,(j)}}{M_{k,tot}}$$

$$L_{x,(1)} = \frac{1090,39}{500 + 500 + 500} = 0,7269$$

$$L_{k,(j)} = \frac{323,42}{500 + 500 + 500} = 0,2156$$

Diese Ergebnisse entsprechen den Ergebnissen von SCIA Engineer.

Sie können in SCIA Engineer im **Berechnungsprotokoll (Eigenfrequenz)** gefunden werden:

Relative modal masses

Mode	iega [rad]	Period [s]	Freq. [Hz]	Γ_{x1}	Γ_{y1}	Γ_{z1}	W_{x1}/W_{stot}	W_{y1}/W_{stot}	W_{z1}/W_{stot}	$x_{1,R}/W_{stot}$	$y_{1,R}/W_{stot}$	$z_{1,R}/W_{stot}$
1	3.30085	1.90	0.53	-33.0211	0.0000	0.0000	0.7269	0.0000	0.0000	0.0000	0.2720	0.0000
2	21.5274	0.29	3.43	17.9865	0.0000	0.0000	0.2157	0.0000	0.0000	0.0000	0.5286	0.0000
							0.9426	0.0000	0.0000	0.0000	0.8006	0.0000

8.2.2 Details der Erdbebenberechnung

Als nächstes werden die Details der Erdbebenberechnung, die im Berechnungsprotokoll für die **lineare Berechnung gefunden** werden, überprüft:

Mode	Freq. [Hz]	Damp ratio	Damp coef.	Wi/Wtot [-]	Sax [m/s ²]	Say [m/s ²]	Saz [m/s ²]	G(j) [-]	Fx [kN]	Fy [kN]	Mx [kNm]	My [kNm]
1	0.53	0.05	1	0.73	0.207	0.000	0.000	-0.63	0.23	0.00	0.00	-2.26
2	3.43	0.05	1	0.22	0.438	0.000	0.000	0.02	0.14	0.00	0.00	-0.41
Level=	0.00			0.94					0.27	0.00	0.00	2.29

Die Spektralbeschleunigung Sax für beide Modi wird mit dem definierten Erdbebenspektrum berechnet.

Das Spektrum für Baugrundtyp B mit Verhaltensbeiwert q = 2 ergibt für Sd(T):α

	Frequency[Hz]	Period[s]	Acceleration[m/s ²]
1	0.33	3.03	0.47
2	0.50	2.00	0.56
3	1.00	1.00	0.89
4	1.49	0.67	1.17
5	1.67	0.60	1.25
6	6.67	0.15	1.25
7	100.00	0.01	1.00
8	1000.00	0.00	0.00
*	0.00	0.00	0.00

Der erste Modus hat eine Periode T1 von 1.9036 s => Sd(T1)/ α = 0,5918 m/s²

Der zweite Modus hat eine Periode T2 von 0,2920 s => Sd(T2)/ α = 1,25 m/s²

In diesem Beispiel betrug der Beschleunigungsbeiwert α 0,35

$$\Rightarrow Sax,(1) = 0,5918\text{m/s}^2 * 0,35 = 0,2071 \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow Sax,(2) = 1,25\text{m/s}^2 * 0,35 = 0,4375 \text{ m/s}^2$$

Diese Ergebnisse entsprechen den Ergebnissen von SCIA Engineer. Die kleine Abweichung ist darauf zurückzuführen, dass SCIA Engineer mehr Nachkommastellen verwendet. In der weiteren Analyse werden die Spektralbeschleunigungen von SCIA Engineer verwendet.

Eigenformbeiwert:

$$G_{k,(j)} = \frac{S_{a,k,(j)} * \gamma_{k,(j)}}{\omega_{(j)}^2}$$

$$G_{x,(1)} = \frac{0,2019 * 33,021}{(3,3007)^2} = 0,6119$$

$$G_{x,(2)} = \frac{0,4380 * 17,984}{(21,5192)^2} = 0,0170$$

Diese Ergebnisse entsprechen den Ergebnissen von SCIA Engineer.

Die erforderlichen Zwischenergebnisse werden so berechnet, dass nun die Antwort jeder Form ermittelt werden kann.

Zunächst kann für jeden Modus die Seitenkraft in jedem Knoten berechnet werden. Diese Seitenkräfte können dann zur Ermittlung der Basis-Schub- und Kippmomente verwendet werden.

Modus 1:

Seitenkraft in Knoten i:

$$F_{i,k(j)} = m_{i,k(j)} * S_{a,k(j)} * \gamma_{k(j)} * \phi_{i,k(j)}$$

$$F_{4,x(1)} = 500\text{kg} * \frac{0,2019\text{m}}{\text{s}^2} * 33,021 * 0,039111 = 130,38\text{N}$$

$$F_{3,x(1)} = 500\text{kg} * \frac{0,2019\text{m}}{\text{s}^2} * 33,021 * 0,020803 = 69,35\text{N}$$

$$F_{2,x(1)} = 500\text{kg} * \frac{0,2019\text{m}}{\text{s}^2} * 33,021 * 0,006128 = 20,43\text{N}$$

$$F_{1,x(1)} = 0\text{N}$$

Querkraftbasis:

$$F_{k(j)} = \sum_i F_{i,k(j)}$$

$$F_{x(1)} = 130,38\text{N} + 69,35\text{N} + 20,43\text{N} = 220,129\text{N} = 0,2201\text{kN}$$

Kippmoment in Knoten i:

$$M_{i,k(j)} = F_{i,k(j)} * z_i$$

$$M_{4,y(1)} = -130,38\text{N} * 12\text{m} = -1564,50\text{Nm}$$

$$M_{3,y(1)} = -69,35\text{N} * 8\text{m} = -554,77\text{Nm}$$

$$M_{2,y(1)} = -20,43\text{N} * 4\text{m} = -81,71\text{Nm}$$

$$M_{1,y(1)} = 0\text{N} \cdot \text{m}$$

Kippmoment:

$$M_{k(j)} = \sum_i M_{i,k(j)}$$

$$M_{y(1)} = -1564,50\text{Nm} - 554,77\text{Nm} - 81,71\text{Nm} = -2200,89\text{Nm} = -2,2009\text{kNm}$$

Anmerkung:

In diesem Modus sind alle Seitenkräfte in den Knoten auf die gleiche Weise ausgerichtet. Die Seitenlasten in den Knoten sind in diesem Fall in negativer x-Richtung ausgerichtet, d.h. die Basis-Schubkraft ist in positive x-Richtung ausgerichtet. Die Seitlasten in den Knoten erzeugen somit ein negatives Kippmoment um die y-Achse. Ein Beispiel dieses Prinzips finden Sie im Verweis [26].

*Wie bereits in den vorigen Kapiteln dargelegt, haben die Vorzeichen jedoch **keine absolute Bedeutung**, da Schwingungsamplituden immer auf beiden Seiten der Gleichgewichtsposition auftreten.*

Modus 2:

Seitenkraft in Knoten i:

$$F_{i,k(j)} = m_{i,k(j)} * S_{a,k(j)} * \gamma_{k(j)} * \phi_{i,k(j)}$$

$$F_{4,x,(2)} = 500\text{kg} * \frac{0,4380\text{m}}{\text{s}^2} * 17,984 * -0,020233 = -79,69\text{N}$$

$$F_{3,x,(2)} = 500\text{kg} * \frac{0,4380\text{m}}{\text{s}^2} * 17,984 * 0,030451 = 119,93\text{N}$$

$$F_{2,x,(2)} = 500\text{kg} * \frac{0,4380\text{m}}{\text{s}^2} * 17,984 * 0,025755 = 101,44\text{N}$$

$$F_{1,x,(2)} = 0\text{N}$$

Querkraftbasis:

$$F_{k(j)} = \sum_i F_{i,k(j)}$$

$$F_{x,(2)} = -79,69\text{N} + 119,93\text{N} + 101,44\text{N} = 141,68\text{N} = 0,1417\text{kN}$$

Kippmoment in Knoten i:

$$M_{i,k(j)} = F_{i,k(j)} * z_i$$

$$M_{4,y,(2)} = -79,69\text{N} * 12\text{m} = -956,25\text{Nm}$$

$$M_{3,y,(2)} = -119,93\text{N} * 8\text{m} = -959,45\text{Nm}$$

$$M_{2,y,(2)} = -101,44\text{N} * 4\text{m} = -405,74\text{Nm}$$

$$M_{1,y,(2)} = 0\text{N.m}$$

Kippmoment:

$$M_{k(j)} = \sum_i M_{i,k(j)}$$

$$M_{y,(2)} = 956,25\text{Nm} - 959,45\text{Nm} - 405,74\text{Nm} = -408,94\text{Nm} = -0,4089\text{kNm}$$

Zum Erhalten der Globalantwort müssen die Modalantworten kombiniert werden. In diesem Beispiel wurde das **SRSS-Verfahren** verwendet:

$$F_x = \sqrt{(F_{x,(1)})^2 + (F_{x,(2)})^2} = \sqrt{(0,2201\text{kN})^2 + (0,1417\text{kN})^2} = 0,2618\text{kN}$$

$$M_y = \sqrt{(M_{y,(1)})^2 + (M_{y,(2)})^2} = \sqrt{(-2,2009\text{kNm})^2 + (-0,4089\text{kNm})^2} = 2,238\text{kNm}$$

Diese Ergebnisse entsprechen fast genau den Ergebnissen von SCIA Engineer. Wir zeigen sie nochmals:

Mode	Freq. [Hz]	Damp ratio	Damp coef.	Wi/Wtot [-]	Sax [m/s ²]	Say [m/s ²]	Saz [m/s ²]	G(j) [-]	Fx [kN]	Fy [kN]	Mx [kNm]	My [kNm]
1	0.53	0.05	1	0.73	0.207	0.000	0.000	-0.63	0.23	0.00	0.00	-2.26
2	3.43	0.05	1	0.22	0.438	0.000	0.000	0.02	0.14	0.00	0.00	-0.41
Level=	0.00			0.94					0.27	0.00	0.00	2.29

Wie in der Theorie spezifiziert, können nun dieselben Prinzipien für die Berechnung der Verschiebungen und Beschleunigungen für jeden Modus verwendet werden. Diese Modalantworten können dann erneut kombiniert werden, um die globalen Verschiebungen und Beschleunigungen der Struktur zu erhalten.

Modus 1:

Verschiebung im Knoten i:

$$u_{i,k(j)} = G_{k(j)} \cdot \Phi_{i,k(j)}$$

$$u_{4,x,(1)} = 0,6119 \cdot 0,039111 = 0,02393\text{m} = 23,93\text{mm}$$

$$u_{3,x,(1)} = 0,6119 \cdot 0,020803 = 0,01273\text{m} = 12,73\text{mm}$$

$$u_{2,x,(1)} = 0,6119 \cdot 0,006128 = 0,00375\text{m} = 3,75\text{mm}$$

$$u_{1,x,(1)} = 0\text{mm}$$

Beschleunigung in Knoten i:

$$\ddot{u}_{i,k(j)} = \omega_{(j)}^2 \cdot G_{k(j)} \cdot \Phi_{i,k(j)}$$

$$a_{4,x,(1)} = 3,3007^2 \cdot 0,6119 \cdot 0,039111 = 0,26073\text{m/s}^2 = 260,73\text{mm/s}^2$$

$$a_{3,x,(1)} = 3,3007^2 \cdot 0,6119 \cdot 0,020803 = 0,13868\text{m/s}^2 = 138,68\text{mm/s}^2$$

$$a_{2,x,(1)} = 3,3007^2 \cdot 0,6119 \cdot 0,006128 = 0,04085\text{m/s}^2 = 40,85\text{mm/s}^2$$

$$a_{1,x,(1)} = 0\text{mm/s}^2$$

Modus 2:

Verschiebung im Knoten i:

$$u_{i,k(j)} = G_{k(j)} \cdot \Phi_{i,k(j)}$$

$$u_{4,x,(2)} = 0,0170 \cdot (-0,020233) = -0,00034\text{m} = -0,34\text{mm}$$

$$u_{3,x,(2)} = 0,0170 \cdot 0,030451 = 0,00052\text{m} = 0,52\text{mm}$$

$$u_{2,x,(2)} = 0,0170 \cdot 0,025755 = 0,00044\text{m} = 0,44\text{mm}$$

$$u_{1,x,(2)} = 0\text{mm}$$

Beschleunigung in Knoten i:

$$\ddot{u}_{i,k(j)} = \omega_{(j)}^2 \cdot G_{k(j)} \cdot \Phi_{i,k(j)}$$

$$a_{4,x,(2)} = 21,5192^2 \cdot 0,0170 \cdot (-0,020233) = -0,15928\text{m/s}^2 = -159,28\text{mm/s}^2$$

$$a_{3,x,(2)} = 21,5192^2 \cdot 0,0170 \cdot 0,030451 = 0,23972\text{m/s}^2 = 239,72\text{mm/s}^2$$

$$a_{2,x,(2)} = 21,5192^2 \cdot 0,0170 \cdot 0,025755 = 0,20275\text{m/s}^2 = 202,75\text{mm/s}^2$$

$$a_{1,x,(2)} = 0\text{mm/s}^2$$

Zum Erhalten der Globalantwort müssen die Modalantworten kombiniert werden. In diesem Beispiel wurde das **SRSS-Verfahren** verwendet.

Verschiebungen:

$$u_{4,x} = \sqrt{(u_{4,x,(1)})^2 + (u_{4,x,(2)})^2} = \sqrt{(23,93)^2 + (-0,34)^2} = 23,93\text{mm}$$

$$u_{3,x} = \sqrt{(u_{3,x,(1)})^2 + (u_{3,x,(2)})^2} = \sqrt{(12,73)^2 + (0,52)^2} = 12,74\text{mm}$$

$$u_{2,x} = \sqrt{(u_{2,x,(1)})^2 + (u_{2,x,(2)})^2} = \sqrt{(3,75)^2 + (0,44)^2} = 3,78\text{mm}$$

$$u_{1,x} = 0$$

Beschleunigungen:

$$a_{4,x} = \sqrt{(a_{4,x,(1)})^2 + (a_{4,x,(2)})^2} = \sqrt{(260,73)^2 + (-159,28)^2} = 305,53\text{mm/s}^2$$

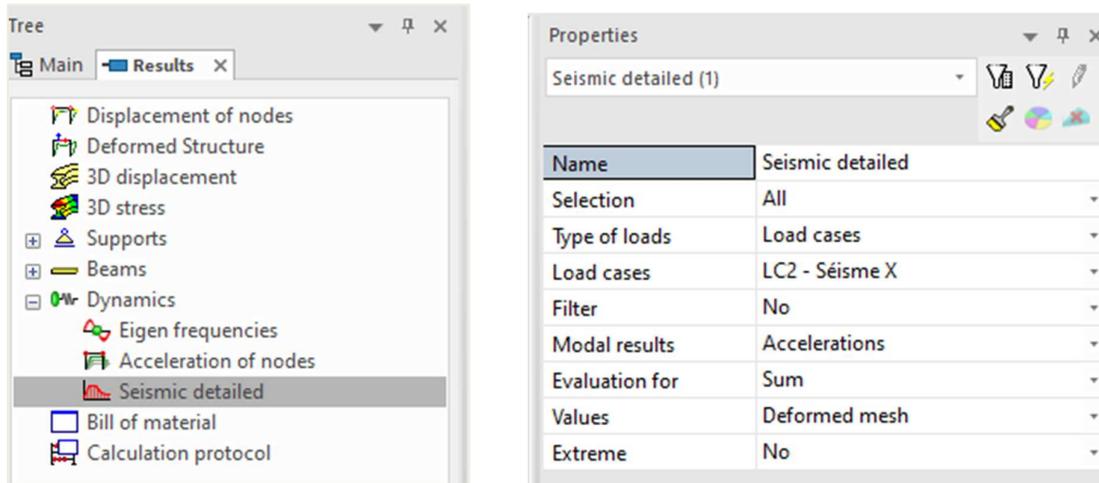
$$a_{3,x} = \sqrt{(a_{3,x,(1)})^2 + (a_{3,x,(2)})^2} = \sqrt{(138,68)^2 + (239,72)^2} = 276,94\text{mm/s}^2$$

$$a_{2,x} = \sqrt{(a_{2,x,(1)})^2 + (a_{2,x,(2)})^2} = \sqrt{(40,85)^2 + (202,75)^2} = 206,82\text{mm/s}^2$$

$$a_{1,x} = 0\text{mm/s}^2$$

In SCIA Engineer wurde ein spezielles Ergebnismenü **Erdbeben detailliert** entwickelt, um diese modalen Verschiebungen und Beschleunigungen anzuzeigen.

Im Eigenschaftenfenster können die Optionen zur Anzeige der Modalergebnisse festgelegt werden:



- Im Feld « **Lastfälle** » kann ein Erdbeben-Lastfall ausgewählt werden.
- Die eingereichten « **Modalergebnisse** » erlauben die Wahl zwischen Verschiebungen oder Beschleunigungen.
- « **Auswertung für** » wird verwendet, um festzulegen, welche Ergebnisse angezeigt werden sollen: die Ergebnisse für einen bestimmten **Eigenmodus**, die Ergebnisse für **alle Eigenformen** oder die globalen, zusammengefassten Ergebnisse.

Die Ergebnisse für jeden Modus und die zusammengefassten Ergebnisse werden auf den nächsten Seiten sowohl für die Verschiebung als auch für die Beschleunigungen angezeigt.

Verschiebungen:

Modus 1:

Seismic detailed
 Linear calculation, Extreme : No
 Selection : All
 Load cases : LC2
 Modal results : Displacements
 Evaluation for : Eigenmode 1

Node	X [m]	Y [m]	Z [m]	Ux [mm]	Uy [mm]	Uz [mm]	Fix [mrad]	Fiy [mrad]	Fiz [mrad]
N1	0.000	0.000	0.000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
N2	0.000	0.000	4.000	3.7	0.0	0.0	0.0	1.7	0.0
N3	0.000	0.000	8.000	12.7	0.0	0.0	0.0	2.6	0.0
N4	0.000	0.000	12.000	23.9	0.0	0.0	0.0	2.9	0.0

Modus 2:

Seismic detailed
 Linear calculation, Extreme : No
 Selection : All
 Load cases : LC2
 Modal results : Displacements
 Evaluation for : Eigenmode 2

Node	X [m]	Y [m]	Z [m]	Ux [mm]	Uy [mm]	Uz [mm]	Fix [mrad]	Fiy [mrad]	Fiz [mrad]
N1	0.000	0.000	0.000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
N2	0.000	0.000	4.000	0.4	0.0	0.0	0.0	0.1	0.0
N3	0.000	0.000	8.000	0.5	0.0	0.0	0.0	-0.1	0.0
N4	0.000	0.000	12.000	-0.3	0.0	0.0	0.0	-0.3	0.0

Zusammengefasst:

Seismic detailed

Linear calculation, Extreme : No
 Selection : All
 Load cases : LC2
 Modal results : Displacements
 Evaluation for : Sum

Node	X [m]	Y [m]	Z [m]	Ux [mm]	Uy [mm]	Uz [mm]	Fix [mrad]	Fiy [mrad]	Fiz [mrad]
N1	0.000	0.000	0.000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
N2	0.000	0.000	4.000	3.8	0.0	0.0	0.0	1.7	0.0
N3	0.000	0.000	8.000	12.7	0.0	0.0	0.0	2.6	0.0
N4	0.000	0.000	12.000	23.9	0.0	0.0	0.0	2.9	0.0

Beschleunigungen:

Modus 1:

Seismic detailed

Linear calculation, Extreme : No
 Selection : All
 Load cases : LC2
 Modal results : Accelerations
 Evaluation for : Eigenmode 1

Case	Node	X [m]	Y [m]	Z [m]	Ax [mm/s ²]	Ay [mm/s ²]	Az [mm/s ²]	Alphax [mrad/s ²]	Alphay [mrad/s ²]	Alphaz [mrad/s ²]
LC2	N1	0.000	0.000	0.000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
LC2	N2	0.000	0.000	4.000	40.8	0.0	0.0	0.0	18.8	0.0
LC2	N3	0.000	0.000	8.000	138.6	0.0	0.0	0.0	28.6	0.0
LC2	N4	0.000	0.000	12.000	260.7	0.0	0.0	0.0	31.4	0.0

Modus 2:

Seismic detailed

Linear calculation, Extreme : No
 Selection : All
 Load cases : LC2
 Modal results : Accelerations
 Evaluation for : Eigenmode 2

Case	Node	X [m]	Y [m]	Z [m]	Ax [mm/s ²]	Ay [mm/s ²]	Az [mm/s ²]	Alphax [mrad/s ²]	Alphay [mrad/s ²]	Alphaz [mrad/s ²]
LC2	N1	0.000	0.000	0.000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
LC2	N2	0.000	0.000	4.000	202.9	0.0	0.0	0.0	57.1	0.0
LC2	N3	0.000	0.000	8.000	239.9	0.0	0.0	0.0	-51.2	0.0
LC2	N4	0.000	0.000	12.000	-159.4	0.0	0.0	0.0	-123.6	0.0

Zusammengefasst:

Seismic detailed

Linear calculation, Extreme : No
 Selection : All
 Load cases : LC2
 Modal results : Accelerations
 Evaluation for : Sum

Case	Node	X [m]	Y [m]	Z [m]	Ax [mm/s ²]	Ay [mm/s ²]	Az [mm/s ²]	Alphax [mrad/s ²]	Alphay [mrad/s ²]	Alphaz [mrad/s ²]
LC2	N1	0.000	0.000	0.000	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
LC2	N2	0.000	0.000	4.000	206.9	0.0	0.0	0.0	60.1	0.0
LC2	N3	0.000	0.000	8.000	277.1	0.0	0.0	0.0	58.6	0.0
LC2	N4	0.000	0.000	12.000	305.5	0.0	0.0	0.0	127.5	0.0

In der 64-Bit-Version haben wir die Ergebnisse von Verschiebungen – Summe:

Displacement of nodes
 Linear calculation
 Load case: LC2
 Extreme: Node
 Selection: All

Name	Case	U _x [mm]	U _z [mm]	Φ _y [mrad]	U _{total} [mm]
N1	LC2	0.0	0.0	0.0	0.0
N2	LC2	3.9	0.0	1.8	3.9
N3	LC2	13.1	0.0	2.7	13.1
N4	LC2	24.6	0.0	3.0	24.6

Beim Vergleichen der Ergebnisse der manuellen Berechnung und der Ergebnisse von SCIA Engineer wird klar, dass beide Berechnungen übereinstimmen.

Wie in der Theorie spezifiziert, muss bei der Verwendung des **CQC-Verfahrens** ein Dämpfungsspektrum definiert werden. Um dies zu illustrieren, wird das obige Beispiel erneut berechnet, aber jetzt das **CQC-Verfahren** für die modale Kombination verwendet.

Kapitel 9: ANHANG D - FEHLENDE MASSE IN EIGENFORMEN

Wie bereits erwähnt, muss die Summe der wirksamen modalen Massen für die berücksichtigten Modi mindestens 90% betragen (EN 1998-1-1, Artikel 4.3.3.3). Der Nutzer kann dies mit folgenden Möglichkeiten versuchen:

- Mehr Eigenfrequenzen berücksichtigen
- Weisen Sie den Knoten/der Verbindung mehr Masse statt den Stäben zu (um lokale Eigenformen zu vermeiden).

Die Masse, die nicht berücksichtigt wurde (wenn zum Beispiel die wirksame Modalmasse 90% ist und 10% nicht berücksichtigt wird), kann in SCIA Engineer auf 3 mögliche verschiedene Arten behandelt werden:

Modal superposition	
Type of superposition	CQC
Damping [%]	5.00
Filter on total mass ratio	<input type="checkbox"/>
Filter on minimal mass ratio	<input type="checkbox"/>
Use residual Mode	<input type="checkbox"/>

Das verwendete Verfahren wird in jedem Erdbeben-Lastfall festgelegt und im linearen Berechnungsprotokoll erneut angezeigt. Nehmen wir als Beispiel, dass die wirksame modale Masse in eine Richtung 90% beträgt. Wie kann dann die anderen 10% behandelt werden?

- Wenn die Option « Residualform verwenden » nicht aktiviert wird: In diesem Fall wird die 10% ignoriert. Wir würden nur 90% der Masse der Struktur berücksichtigen, um die Auswirkungen eines Erdbebens zu berechnen.
- Falls die Option «Residualform verwenden» aktiviert ist, gilt: In diesem Fall kann ein 'fiktiver' Modus berechnet werden, der der Kombination aller fehlenden Modi entspricht. Da diese fehlenden Modi jedoch gegenüber verschiedenen Eigenfrequenzen liegen, wird die zuletzt gefundene Frequenz auch die Eigenfrequenz dieses Modus sein. In der Berechnung werden die Kräfte in diesem Modus auf die gleiche Weise wie in den anderen Modi berechnet.

In den folgenden Beispielen werden die Unterschiede detailliert erläutert.

In diesen Projekten wird das folgende allgemeine Prinzip verwendet:

Zuallererst wird ein Erdbebenspektrum eingeführt. Für dieses Spektrum werden die modalen Verschiebungen für jeden Modus berechnet, in diesem Fall gibt es 2 Modi. Die Verschiebungen werden anschließend in reale Lastfälle transformiert. Für diese 2 Lastfälle können die Ergebnisse der Schnittgrößen und Reaktionen gefragt werden. Gemäß dem spezifischen Analyseverfahren werden die Ergebnisse summiert. Auf diese Weise kann man diese Ergebnisse mit der Ausgabe der Schnittgrößen des Erdbeben-Lastfalls vergleichen. Dies wird mit den folgenden drei Arten von "Massen in Analyse" durchgeführt.

9.1 Beispiel der Spektralanalyse ohne « Residualform »

Beispiel D-1.esa: Spektralanalyse ohne Residualform

Wenn die Option 'Residualform verwenden' nicht aktiviert ist, wird die Standardberechnung verwendet. In diesem Fall wird die Beteiligungsmasse von allen Modi berücksichtigt und der Nutzer hat die 90%-Regel des Eurocode zu beachten. Das heißt, bei dieser Methode ist es wichtig, dass die Gesamtmenge der Massen in X, Y und Z ausreichend ist.

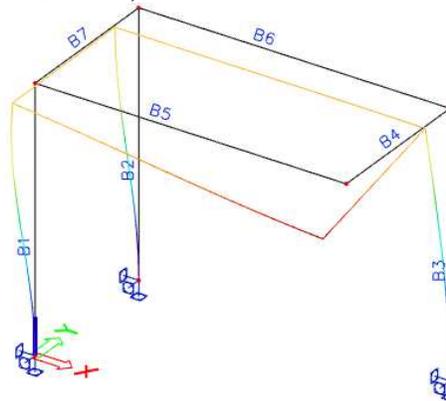
Im Beispiel ist ein Tragwerk (3mx6m) aus Balken und Stützen mit rechteckigen Querschnitten (Balkenquerschnitt 15*30 außer B4, d. h. 20*60; Stützenquerschnitt 15x15 außer B3, d. h. 20*60), dynamischen Kräfte ausgesetzt. Die Teile werden in **C25/30** nach **EC-EN hergestellt**. Die Höhe einer Stütze beträgt **5 m**

Als nächstes wird ein Erdbeben-Lastfall eingeführt. Das Erdbebenspektrum wirkt in 3 Richtungen. Eine Beschleunigung von 2 m/s² wird in Funktion der Frequenz angegeben. Das Bewertungsverfahren SRSS wird zusammen ohne die Option 'Residualform verwenden' angewandt.

Die Eigenfrequenzanalyse ergibt die folgende Ausgabe:

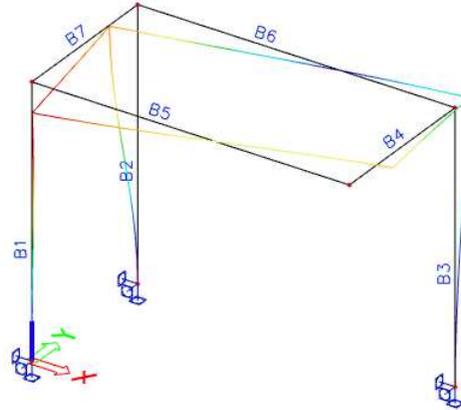
Eigen frequencies				
N	f [Hz]	ω [1/s]	ω^2 [1/s ²]	T [s]
Mass combination : CM1				
1	2.05	12.90	166.40	0.49
2	2.39	15.03	225.81	0.42

Verformung für Massenkombination CM1/1-1,64:



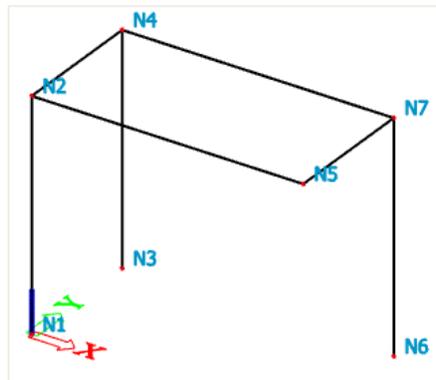
Name	Case	U _x [mm]	U _y [mm]	U _z [mm]	Φ _x [mrad]	Φ _y [mrad]	Φ _z [mrad]	U _{total} [mm]
N1	CM1/1 - 2.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
N2	CM1/1 - 2.05	1.27	-15.15	-0.04	0.34	2.02	0.07	15.21
N3	CM1/1 - 2.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
N4	CM1/1 - 2.05	0.78	-15.15	0.04	0.34	0.15	0.08	15.17
N5	CM1/1 - 2.05	1.27	-15.64	-12.89	4.27	1.35	0.15	20.31
N6	CM1/1 - 2.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
N7	CM1/1 - 2.05	0.78	-15.64	0.00	4.32	0.27	0.12	15.65

Verformung für Massenkombination CM1/2-1,90:



Name	Case	U _x [mm]	U _y [mm]	U _z [mm]	Φ _x [mrad]	Φ _y [mrad]	Φ _z [mrad]	U _{total} [mm]
N1	CM1/2 - 2.39	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
N2	CM1/2 - 2.39	13.37	-19.69	-0.01	0.24	-0.61	4.27	23.80
N3	CM1/2 - 2.39	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
N4	CM1/2 - 2.39	0.43	-19.69	0.02	0.24	-0.08	4.55	19.69
N5	CM1/2 - 2.39	13.37	9.32	7.12	-2.35	-0.80	4.73	17.78
N6	CM1/2 - 2.39	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
N7	CM1/2 - 2.39	0.43	9.32	0.00	-2.40	0.07	3.55	9.33

Die **Massen** der teilnehmenden Knoten (N2, N4, N5 und N7) werden benötigt. Die Masse wird den Endknoten jedes Teils zugeschrieben.



Berechnung der Masse X für N2:

$$\text{Masse X} = 2500\text{kg/m}^3 * [(2,5 * 0,15 * 0,15) + (3 * 0,3 * 0,15) + (1,5 * 0,3 * 0,15)] = 646.875 \text{ kg}$$

Die Gesamt-Massenmatrix ist:

Knoten	Masse x (kg)	Masse y (kg)	Masse z (kg)
N2	646,875	646,875	646,875
N4	646,875	646,875	646,875
N5	787,5	787,5	787,5
N7	1537,5	1537,5	1537,5
Gesamt	3618,75	3618,75	3618,75

Der **Beiwert der modalen Beteiligung** wird ermittelt als:

$$\gamma_{k(j)} = \{\phi_k\}^T | \gamma_{k(j)} = \{\phi_k\}^T \{m\}$$

Berechnung γ_x von für Modus 1:

$$\{\phi_{x,(1)}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -0,001267 \\ 0 \\ -0,000778 \\ -0,001265 \\ 0 \\ -0,000777 \end{Bmatrix} \quad \text{and} \quad \{m\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 646,875 \\ 0 \\ 646,875 \\ 787,5 \\ 0 \\ 1537,5 \end{Bmatrix}$$

Also:

$$\gamma_{x,(1)} = -0,001267 * 647 - 0,000778 * 647 - 0,001265 * 788 - 0,000777 * 1538$$

$$\gamma_{x,(1)} = -3,514$$

Die Beteiligungsfaktormatrix ist:

(j) Einheiten	γ_x (kg1/2)	γ_y (kg1/2)	γ_z (kg1/2)
1	-3,514	55,959	10,158
2	20,115	-3,812	5,614

Aus dieser Matrix können die wirksamen **Massen** berechnet werden:

$$M_{ef,k,(j)} = \gamma_{k,(j)}^2$$

Berechnung von M_{ef} für Modus 1 in Richtung x:

$$M_{ef,x,(1)} = -3,514^2 = 12,346$$

(j) Einheiten	$M_{ef,x}$ (kg)	$M_{ef,y}$ (kg)	$M_{ef,z}$ (kg)
1	12,346	3131,374	103,182
2	404,603	14,533	31,517

Die Formel für das **Beteiligungsmasseverhältnis** ist wie folgt:

$$L_{k,(j)} = \frac{M_{ef,k,(j)}}{M_{tot,k}}$$

$$L_{k,(1)} = \frac{12,346}{3618,75} = 0,0034$$

(j) Einheiten	L_x (-)	L_y (-)	L_z (-)
1	0,0034	0,8653	0,0285
2	0,1118	0,0040	0,0087

Das **Beschleunigungsantwortspektrum S** hat die Konstante 2m/s²:

(j) Einheiten	S_x (m/s ²)	S_y (m/s ²)	S_z (m/s ²)
1	2	2	2
2	2	2	2

Berechnung des **Eigenformbeiwerts** in jede Richtung:

$$G_{k,(j)} = \frac{S_{a,k,(j)} * \gamma_{k,(j)}}{\omega_{(j)}^2}$$

Für Richtung x und Modus 1:

$$G_{x,(1)} = \frac{2 * -3,514}{166,4} = -0,042$$

(j) Einheiten	Gx (m*kg1/2)	Gy (m*kg1/2)	Gz (m*kg1/2)	G (m*kg1/2)
1	-0,042	0,673	0,122	0,7524
2	0,178	-0,034	0,050	0,1941

Jetzt können die **Seitenkräfte** in jedem Knoten ermittelt werden:

$$F_{i,k,(j)} = m_{i,k,(j)} * \ddot{u}_{i,k,(j)} = m_{i,k,(j)} * G_{(j)} * \phi_{i,k,(j)} * \omega_{(j)}^2$$

Dies wird beispielsweise für Knoten 2 in Richtung X berechnet:

$$F_{N2,x,(1)} = 646,875 * 0,7524 * (-0,001267) * 166,4 = -102,6N$$

Modus 1

Knoten	Fx (1) (N)	Fy (1) (N)	Fz (1) (N)
N2	-102,6	1227,3	3,4
N4	-63,0	1227,3	-2,9
N5	-124,7	1541,8	1271,1
N7	-149,6	3010,0	0,2
Gesamt	-439,9	7006,3	1271,8

Modus 2

Knoten	Fx (2) (N)	Fy (2) (N)	Fz (2) (N)
N2	379,1	-558,3	0,3
N4	12,2	-558,3	0,6
N5	461,4	321,6	245,8
N7	29,0	627,8	-0,1
Gesamt	881,7	-167,1	246,1

Die **Querkräfte** in Richtung X, Y und Z:

$$F_{k,(j)} = \sum_i F_{i,k,(j)} l$$

Für Modus 1 in Richtung x:

$$F_{x,(1)} = \frac{-439,9}{1000} = -0,4399kN$$

(j) Einheiten	Fx (kN)	Fy (kN)	Fz (kN)
1	-0,4399	7,0063	1,2718
2	0,8817	-0,1671	0,2461
Gesamt	0,99	7,01	1,30

Das **Kippmoment** in jedem Knoten für jede Richtung ist:

$$M_{i,k,(j)} = F_{i,k,(j)} * z_i$$

$$M_{N2,x,(1)} = F_{N2,y,(1)} * (\text{height} - \text{overturning height})$$

$$M_{N2,x,(1)} = 1227,3N * (5m - 0m)$$

$$M_{N2,x,(1)} = -6136,4N \cdot m$$

Die übrigen Werte sind:

Modus 1

Knoten	Mx (1) (N.m)	My (1) (N.m)
N2	-6136,4	513,1
N4	-6136,4	315,1
N5	-7709,0	623,6
N7	-15049,9	747,9

Modus 2

Knoten	Mx (2) (N.m)	My (2) (N.m)
N2	2791,4	-1895,4
N4	2791,4	-60,8
N5	-1608,1	-2307,1
N7	-3139,2	-145,2

Die Summe der Momente für jeden Knoten ergibt das **Kippmoment in der Basis**:

(j) Einheiten	M _x (kN)	M _y (kN)
1	-35,0317	2,1997
2	0,8355	-4,4085
Gesamt	35,04	4,93

Die Momente für jeden separaten Modus werden mit dem SRSS-Verfahren kombiniert.

Ermittlung der **Modalverschiebung**:

$$u_{i,k,(j)} = G_{(j)} * \phi_{k,(j)}$$

Für Knoten 2 in Richtung X und Modus 1:

$$\{G_{(1)}\} = \{0,7524\} \quad \text{and} \quad \{\phi_{N2,x,(1)}\} = \{-0,001267\}$$

Also:

$$u_{N2,x,(1)} = (0,7524 * -0,001267) * 1000 = -0,95\text{mm}$$

Andere Werte sind:

Modus 1

Knoten	Ux (mm)	uy (mm)	uz (mm)
N2	-0,95	11,40	0,03
N4	-0,59	11,40	-0,03
N5	-0,95	11,77	9,70
N7	-0,58	11,77	0,00

Modus 2

Knoten	Ux (mm)	uy (mm)	uz (mm)
N2	2,60	-3,82	0,00
N4	0,08	-3,82	0,00
N5	2,59	1,81	1,38
N7	0,08	1,81	0,00

Gesamt

Knoten	Ux (mm)	uy (mm)	uz (mm)
N2	2,76	12,03	0,03
N4	0,59	12,03	0,03
N5	2,76	11,90	9,80
N7	0,59	11,90	0,00

Ermittlung der **Modalbeschleunigung**:

$$\ddot{u}_{i,k,(j)} = \omega_{(j)}^2 * G_{(j)} * \phi_{k,(j)}$$

Für Knoten 2 in Richtung X und Modus 1:

$$\ddot{u}_{N2,x,(1)} = -0,95 * 166,4 = -158,6 \text{ mm/s}^2$$

Modus 1

Knoten	Axt (mm/s ²)	ja (mm/s ²)	Az (mm/s ²)
N2	-158,6	1897,2	5,3
N4	-97,4	1897,2	-4,5
N5	-158,4	1957,8	1645,2
N7	-97,3	1957,7	0,1

Modus 2

Knoten	Axt (mm/s ²)	ja (mm/s ²)	Az (mm/s ²)
N2	586,0	-863,0	-0,4
N4	18,8	-863,0	1,0
N5	585,9	408,4	312,1
N7	18,9	408,4	0,0

Gesamt

Knoten	Axt (mm/s ²)	ja (mm/s ²)	Az (mm/s ²)
N2	607,1	2084,3	5,3
N4	99,2	2084,3	4,6
N5	606,9	2000,0	1644,1
N7	99,1	1999,9	0,1

Als nächstes werden die Verschiebungen der Struktur mittels eines Lastfalls eingegeben:

INPUT TABLE		Loads		Type here	✓	+
Name	Direction	Reference	Value ...	Suppo...	Load case	
1	TRS1	X	Relative	2.60	Sn2	LC4
2	TRS2	X	Relative	2.60	Sn5	LC4
3	TRS3	X	Relative	0.08	Sn4	LC4
4	TRS4	X	Relative	0.08	Sn7	LC4
5	TRS5	Y	Relative	-3.82	Sn2	LC4
6	TRS6	Y	Relative	-3.82	Sn4	LC4
7	TRS7	Y	Relative	1.81	Sn5	LC4
8	TRS8	Y	Relative	1.81	Sn7	LC4
9	TRS9	Z	Relative	1.38	Sn5	LC4
10	TRS10	X	Relative	-0.95	Sn2	LC3
11	TRS11	X	Relative	-0.95	Sn5	LC3
12	TRS12	X	Relative	-0.59	Sn4	LC3
13	TRS13	X	Relative	-0.59	Sn7	LC3
14	TRS14	Y	Relative	11.40	Sn2	LC3
15	TRS15	Y	Relative	11.40	Sn4	LC3
16	TRS16	Y	Relative	11.77	Sn5	LC3
17	TRS17	Y	Relative	11.77	Sn7	LC3
18	TRS18	Z	Relative	9.70	Sn5	LC3
*						

Für diese Lastfälle werden die folgenden Schnittgrößen berechnet:

Name	dx [m]	Case	N [kN]	V _y [kN]	V _z [kN]	M _x [kNm]	M _y [kNm]	M _z [kNm]
B1	0.000	LC3	4.38	-1.35	0.36	0.01	-0.49	3.44
B1	5.000	LC3	4.38	-1.35	0.36	0.01	1.29	-3.30
B2	0.000	LC3	-3.73	-1.35	-0.04	0.01	0.12	3.44
B2	5.000	LC3	-3.73	-1.35	-0.04	0.01	-0.06	-3.30
B3	0.000	LC3	0.62	-4.32	-0.78	0.28	6.54	18.85
B3	5.000	LC3	0.62	-4.32	-0.78	0.28	2.65	-2.73
B4	0.000	LC3	0.00	0.35	0.08	-4.43	-1.48	-0.40
B4	3.000	LC3	0.00	0.35	0.08	-4.43	-1.24	0.63
B5	0.000	LC3	0.00	-0.12	-1.19	1.48	2.69	0.35
B5	6.000	LC3	0.00	-0.12	-1.19	1.48	-4.43	-0.40
B6	0.000	LC3	0.00	-0.12	0.54	1.49	-1.46	0.33
B6	6.000	LC3	0.00	-0.12	0.54	1.49	1.78	-0.36
B7	3.000	LC3	0.00	0.23	-3.19	-1.40	-4.80	0.34
B7	0.000	LC3	0.00	0.23	-3.19	-1.40	4.78	-0.35

Name	dx [m]	Case	N [kN]	V _y [kN]	V _z [kN]	M _x [kNm]	M _y [kNm]	M _z [kNm]
B1	0.000	LC4	-0.27	0.46	0.36	-0.15	-0.88	-1.17
B1	5.000	LC4	-0.27	0.46	0.36	-0.15	0.94	1.15
B2	0.000	LC4	0.59	0.46	0.01	-0.16	-0.03	-1.17
B2	5.000	LC4	0.59	0.46	0.01	-0.16	0.04	1.15
B3	0.000	LC4	-0.08	-0.77	0.49	-2.26	-1.52	3.07
B3	5.000	LC4	-0.08	-0.77	0.49	-2.26	0.94	-0.76
B4	0.000	LC4	0.00	-0.55	-0.08	-0.91	-0.25	-0.12
B4	3.000	LC4	0.00	-0.55	-0.08	-0.91	-0.50	-1.78
B5	0.000	LC4	0.00	-0.05	-0.33	0.25	1.04	0.20
B5	6.000	LC4	0.00	-0.05	-0.33	0.25	-0.91	-0.12
B6	0.000	LC4	0.00	-0.13	0.01	0.26	-0.06	0.31
B6	6.000	LC4	0.00	-0.13	0.01	0.26	-0.03	-0.48
B7	0.000	LC4	0.00	0.06	0.60	-0.10	-0.90	-0.05
B7	3.000	LC4	0.00	0.06	0.60	-0.10	0.89	0.14

Gemäß dem SRSS-Verfahren wird die folgende Formel verwendet:

$$R_{\text{tot}} = \sqrt{\sum_{j=1}^N R_{(j)}^2}$$

Nehmen Sie zum Beispiel die Normalkraft im Teil B1:

$$N_{\text{tot}} = \sqrt{(4,38\text{kN})^2 + (-0,27\text{kN})^2} = 4,39\text{kN}$$

Nom	dx [m]	Cas	N [kN]	V _y [kN]	V _z [kN]	M _x [kNm]	M _y [kNm]	M _z [kNm]
B1	0.000	LC2	4.39	1.43	0.51	0.15	1.00	3.63
B1	1.818	LC2	4.39	1.43	0.51	0.15	0.27	1.04
B1	5.000	LC2	4.39	1.43	0.51	0.15	1.59	3.50
B1	2.500+	LC2	4.39	1.43	0.51	0.15	0.40	0.07
B2	0.000	LC2	3.78	1.43	0.04	0.16	0.13	3.63
B2	3.182	LC2	3.78	1.43	0.04	0.16	0.01	0.90
B2	2.500+	LC2	3.78	1.43	0.04	0.16	0.03	0.07
B3	0.000	LC2	0.63	4.38	0.91	2.27	6.65	19.08
B3	5.000	LC2	0.63	4.38	0.91	2.27	2.83	2.82
B3	4.545	LC2	0.63	4.38	0.91	2.27	3.09	0.86
B4	3.000	LC2	1.44	0.65	0.12	4.53	1.32	1.88
B4	0.000	LC2	1.44	0.65	0.12	4.53	1.50	0.42
B5	2.308	LC2	0.24	0.14	1.23	1.50	0.29	0.10
B5	3.000-	LC2	0.24	0.14	1.23	1.50	0.87	0.05
B5	6.000	LC2	0.24	0.14	1.23	1.50	4.53	0.42
B6	2.769	LC2	0.27	0.18	0.54	1.51	0.06	0.06
B6	6.000	LC2	0.27	0.18	0.54	1.51	1.77	0.60
B7	1.500-	LC2	0.04	0.24	3.25	1.40	0.01	0.05
B7	3.000	LC2	0.04	0.24	3.25	1.40	4.88	0.38

Diese Werte entsprechen den Schnittgrößen für den Erdbebenlastfall im Projekt.

Das Gleiche kann für die Reaktionen getan werden:

Name	Case	R _x [kN]	R _y [kN]	R _z [kN]	M _x [kNm]	M _y [kNm]	M _z [kNm]
Sn1/N1	LC3	-0.36	-1.35	-4.38	3.44	-0.49	0.01
Sn6/N6	LC3	0.78	-4.32	-0.62	18.85	6.54	0.28
Sn3/N3	LC3	0.04	-1.35	3.73	3.44	0.12	0.01

Name	Case	R _x [kN]	R _y [kN]	R _z [kN]	M _x [kNm]	M _y [kNm]	M _z [kNm]
Sn1/N1	LC4	-0.36	0.46	0.27	-1.17	-0.88	-0.15
Sn6/N6	LC4	-0.49	-0.77	0.08	3.07	-1.52	-2.26
Sn3/N3	LC4	-0.01	0.46	-0.59	-1.17	-0.03	-0.16

Berechnung der Reaktion für N1:

$$R_x = \sqrt{(-0,36\text{kN})^2 + (-0,36\text{kN})^2} = 0,51\text{kN}$$

Nom	Cas	R _x [kN]	R _y [kN]	R _z [kN]	M _x [kNm]	M _y [kNm]	M _z [kNm]
Sn1/N1	LC2	0.51	1.43	4.39	3.63	1.00	0.15
Sn2/N6	LC2	0.91	4.38	0.63	19.08	6.65	2.27
Sn3/N3	LC2	0.04	1.43	3.78	3.63	0.13	0.16

Nach der Überprüfung der Ergebnisse für den Erdbeben-Lastfall können wir schließen, dass die Werte der manuellen Berechnung den von SCIA Engineer berechneten Werten entsprechen.

9.2 Beispiel der Spektralanalyse mit « Residualform »

Beispiel D-2.esa: Spektralanalyse mit Residualform

Wenn mit dem Standardverfahren zu wenig Masse berücksichtigt wird, wird eine größere Masse hinzugefügt, um die Vorschriften der EC zu erfüllen.

Ziel dieses Verfahrens ist es, die fehlende Masse als Extra-Modus, der als äquivalenter statischer Lastfall berechnet wird, auszuwerten. Der statische Lastfall stellt das Gewicht der fehlenden Masse unter der Absperrbeschleunigung dar. Anschließend wird die Summe entsprechend der ausgewählten Regel SRSS, CQC, MAX gebildet.

Diese fehlende Masse wird in der Erdbebenanalyse als zusätzlicher Modus übernommen, der das Gewicht der fehlenden Masse darstellt. Das Modalergebnis dieses Modus wird durch einen statischen äquivalenten Lastfall berechnet.

Die wirksamen Massen werden für jeden anderen Knoten berechnet. Bei dem anderen Verfahren wurde für jede Richtung in jeder Form die wirksame Masse ermittelt. Jetzt wird dieser Parameter für jeden anderen Knoten in Richtung X, Y und Z für jeden Modus berechnet. Diese fehlende Masse wird später mittels eines Zusatzlastfalls berücksichtigt.

Wirksame Knotenmasse :

$$M_{\text{eff},k,(j),i} = \frac{M_{k,i} * \varphi_{k,(j),i} * M_{\text{eff},k,(j)}}{1000 * \gamma_{k,j}}$$

Berechnung der wirksamen Masse in Richtung X für Modus 1 und N2:

$$M_{\text{eff},N2,x,(1)} = \frac{646,875\text{kg} * (-12,67) * 12,346}{10000 * (-3,514)} = 2,9$$

Wirksame Masse in Knoten (k-Richtung, Modus j):

Modus 1

Knoten	Mx (kg)	Mein (kg)	Mz (kg)
N2	2,9	548,5	0,3
N4	1,8	548,5	-0,2
N5	3,5	689,1	103,1
N7	4,2	1345,3	0
Gesamt	12,346	3131,374	103,182

Modus 2

Knoten	Mx (kg)	Mein (kg)	Mz (kg)
N2	174,0	48,6	0
N4	5,6	48,6	0,1
N5	211,7	-28,0	31,5
N7	13,3	-54,6	0
Gesamt	404,60	14,53	31,52

Modus 1 und 2

Knoten	Mx (kg)	Mein (kg)	Mz (kg)
N2	176,8	597,1	0,2
N4	7,4	597,1	-0,2
N5	215,2	661,1	134,6
N7	17,5	1290,7	0
Gesamt	416,9494	3145,9065	134,6994

Die **fehlende Masse** ist die Differenz zwischen der Gesamtmasse für jeden Knoten minus der wirksamen Masse:

$$M_{\text{missing},N2x} = 646,9 - 176,8 = 470\text{kg}$$

Knoten	Mx (kg)	Mein (kg)	Mz (kg)
N2	470,0	49,8	646,6
N4	639,5	49,8	647,0
N5	572,3	126,4	652,9
N7	1520,0	246,8	1537,5

Aus diesen fehlenden Massen werden **Lastfälle** generiert. Dies mittels Formel:

$$\text{Load case}_{i,k} = M_{\text{missing},i,k} * S_{k,\text{cutoff}}$$

Knoten	Fx (kN)	Fy (kN)	Fz (kN)
N2	0,940	0,100	1,293
N4	1,279	0,100	1,294
N5	1,145	0,253	1,306
N7	3,040	0,494	3,075
Gesamt	6,4036	0,9457	6,9681

Hinweis: Die Abschnappbeschleunigung ist die Beschleunigung der Abschnappungsfrequenz, dies die zuletzt berechnete Frequenz.

Berechnung des **Eigenformbeiwerts**:

$$G_{k,(j)} = \frac{S_{a,k,(j)} * \gamma_{k,(j)}}{\omega_{(j)}}$$

$$G_{x,(1)} = \frac{\frac{2m}{s^2} * (-3,514\text{kg}^{\frac{1}{2}})}{166,4/s^2} = -0,042\text{m} \cdot \text{kg}^{\frac{1}{2}}$$

(j) Einheiten	Gx (m*kg ^{1/2})	Gy (m*kg ^{1/2})	Gz (m*kg ^{1/2})	G (m*kg ^{1/2})
1	-0,042	0,673	0,122	0,752
2	0,178	-0,034	0,050	0,194

Ermittlung der **Seitenkräfte**:

$$F_{i,k,(j)} = m_{i,k,(j)} * \ddot{u}_{i,k,(j)} = m_{i,k,(j)} * G_{(j)} * \phi_{i,k,(j)} * \omega_{(j)}^2$$

$$F_{1,x,(1)} = \frac{646,9\text{kg} * 0,75\text{m} \cdot \text{kg}^{\frac{1}{2}} * (-12,67\text{mm}) * 166/s^2}{10000} = -102,6\text{N}$$

Modus 1

Knoten	F _{-x} (1) (N)	F _{-y} (1) (N)	F _{-z} (1) (N)
N2	-102,6	1227,3	3,4
N4	-63,0	1227,3	-2,9
N5	-124,7	1541,8	1271,1
N7	-149,6	3010,0	0,2
Gesamt	-439,9	7006,3	1271,8

Modus 2

Knoten	F _{-x} (2) (N)	F _{-y} (2) (N)	F _{-z} (2) (N)
N2	379,1	-558,3	-0,3
N4	12,2	-558,3	0,6
N5	461,4	321,6	245,8
N7	29,0	627,8	-0,1

Gesamt	881,7	-167,1	246,1
--------	-------	--------	-------

Ermittlung der **Querkraft in der Basis**:

$$F_{k,(j)} = \sum_i F_{i,k,(j)} l$$

(j) Einheiten	F _x (kN)	F _y (kN)	F _z (kN)
1	-0,4399	7,0063	1,2718
2	0,8817	-0,1671	0,2461
R	6,4036	0,9457	6,9681
Gesamt	6,5	7,1	7,1

Das **Kippmoment** in jedem Knoten wird wie folgt berechnet:

$$M_{i,k,(j)} = F_{i,k,(j)} * z_i$$

Die Höhe z_i ist gleich der Höhe des betreffenden Knotens abzüglich der Kipphöhe. In diesem Fall ist die Kipphöhe gleich null.

Modus 1

Knoten	M _x (1) (N.m)	M _y (1) (N.m)
N2	-6136,4	513,1
N4	-6136,4	315,1
N5	-7709,0	623,6
N7	-15049,9	747,9

Modus 2

Knoten	M _x (2) (N.m)	M _y (2) (N.m)
N2	2791,4	-1895,4
N4	2791,4	-60,8
N5	-1608,1	-2307,1
N7	-3139,2	-145,2

In diesem Fall wird ein zusätzliches Kippmoment für den Restlastfall berechnet:

$$M_{N2,y,(1)} = 0,94\text{kN} * (5\text{m} - 0\text{m}) = -4,7\text{kN.m}$$

Modus R

Knoten	M _x (R) [kN,m]	M _y (R) [kN,m]
N2	0	-4,7
N4	0	-6,4
N5	0	-5,7
N7	0	-15,2

Der Buchstabe R steht für Residualform.

Für jeden Modus wird die **Summe der Kippmomente** verwendet und anschließend werden die Ergebnisse mit der SRSS-Methode kombiniert:

(j) Einheiten	M _x (kN)	M _y (kN)
1	-35,0317	2,1997
2	0,8355	-4,4085
R	0,0000	-32,0180
Gesamt	35,0	32,4

Ermittlung der **Modalverschiebung**:

$$u_{i,k(j)} = G_{(j)} * \phi_{k,(j)}$$

Modus 1

Knoten	Ux (mm)	uy (mm)	uz (mm)
N2	-0,95	11,40	0,03
N4	-0,59	11,40	-0,03
N5	-0,95	11,77	9,70
N7	-0,58	11,77	0,00

Modus 2

Knoten	Ux (mm)	uy (mm)	uz (mm)
N2	2,60	-3,82	0,00
N4	0,08	-3,82	0,00
N5	2,59	1,81	1,38
N7	0,08	1,81	0,00

Zur Berechnung der Verformungen für Modus R werden die aus den fehlenden Massen generierten Lastfälle als reale Lastfälle an den Strukturknoten eingegeben. Hier ergibt sich die folgende Tabelle:

2. Deformation of nodes

Linear calculation, Extreme : Node				
Selection : All				
Load cases : LC3				
Node	Case	Ux [mm]	Uy [mm]	Uz [mm]
N1	LC3	0	0	0
N2	LC3	4,14	4,91	0,03
N3	LC3	0	0	0
N4	LC3	1,46	4,91	0
N5	LC3	4,14	8,25	6,74
N6	LC3	0	0	0
N7	LC3	1,45	8,25	0

Die Verformungen für jede Form (d. h. Modus 1, Modus 2 und R) werden mit der SRSS-Formel kombiniert:

Gesamt

Knoten	Ux (mm)	uy (mm)	uz (mm)
N2	4,98	12,99	0,04
N4	1,58	12,99	0,03
N5	4,98	14,48	11,89
N7	1,57	14,48	0,00

Das Gleiche für die **Modalbeschleunigung**:

$$\ddot{u}_{i,k,(j)} = \omega_{(j)}^2 * G_{(j)} * \phi_{k,(j)}$$

Modus 1

Knoten	Axt (mm/s ²)	ja (mm/s ²)	Az (mm/s ²)
N2	-158,6	1897,2	5,3
N4	-97,4	1897,2	-4,5
N5	-158,4	1957,8	1614,2
N7	-97,3	1957,7	0,1

Modus 2

Knoten	Axt (mm/s ²)	ja (mm/s ²)	Az (mm/s ²)
N2	586,0	-863,0	-0,4
N4	18,8	-863,0	1,0
N5	585,9	408,4	312,1
N7	18,9	408,4	0,0

Für den Modus R wird die Konstante von 2000mm/s² verwendet:

Modus R

Knoten	Axt (mm/s ²)	ja (mm/s ²)	Az (mm/s ²)
N2	2000,0	2000,0	2000,0
N4	2000,0	2000,0	2000,0
N5	2000,0	2000,0	2000,0
N7	2000,0	2000,0	2000,0

Dies ergibt sich über das SRSS-Verfahren:

Gesamt

Knoten	Axt (mm/s ²)	ja (mm/s ²)	Az (mm/s ²)
N2	2090,1	2888,7	2000,0
N4	2002,5	2888,7	2000,0
N5	2090,1	2828,4	2589,0
N7	2002,5	2828,3	2000,0

Ebenso wie beim 'fehlender Residualform' werden die berechneten Verformungen an der Struktur als reale Lastfälle gesetzt. Dadurch ergeben sich die folgenden **Schnittgrößen**:

Modus 1:

Linear calculation, Extreme : Member, System : Principal								
Selection : All								
Load cases : LC3								
Member	Case	dx [m]	N [kN]	Vy [kN]	Vz [kN]	Mx [kNm]	My [kNm]	Mz [kNm]
B1	LC3	0	4,38	-1,35	0,36	0,01	-0,49	3,44
B1	LC3	5	4,38	-1,35	0,36	0,01	1,29	-3,3
B2	LC3	0	-3,73	-1,35	-0,04	0,01	0,12	3,44
B2	LC3	5	-3,73	-1,35	-0,04	0,01	-0,06	-3,3
B3	LC3	0	0,62	-4,32	-0,78	0,28	6,54	18,85
B3	LC3	5	0,62	-4,32	-0,78	0,28	2,65	-2,73
B4	LC3	0	0	0,35	0,08	-4,43	-1,48	-0,4
B4	LC3	3	0	0,35	0,08	-4,43	-1,24	0,63
B5	LC3	0	0	-0,12	-1,19	1,48	2,69	0,35
B5	LC3	6	0	-0,12	-1,19	1,48	-4,43	-0,4
B6	LC3	0	0	-0,12	0,54	1,49	-1,46	0,33
B6	LC3	6	0	-0,12	0,54	1,49	1,78	-0,36
B7	LC3	0	0	0,23	-3,19	-1,4	4,78	-0,35
B7	LC3	3	0	0,23	-3,19	-1,4	-4,8	0,34

Modus 2:

Linear calculation, Extreme : Member, System : Principal								
Selection : All								
Load cases : LC4								
Member	Case	dx [m]	N [kN]	Vy [kN]	Vz [kN]	Mx [kNm]	My [kNm]	Mz [kNm]
B1	LC4	0	-0,27	0,46	0,36	-0,15	-0,88	-1,17
B1	LC4	5	-0,27	0,46	0,36	-0,15	0,94	1,15
B2	LC4	0	0,59	0,46	0,01	-0,16	-0,03	-1,17
B2	LC4	5	0,59	0,46	0,01	-0,16	0,04	1,15
B3	LC4	0	-0,08	-0,77	0,49	-2,26	-1,52	3,07
B3	LC4	5	-0,08	-0,77	0,49	-2,26	0,94	-0,76
B4	LC4	0	0	-0,55	-0,08	-0,91	-0,25	-0,12
B4	LC4	3	0	-0,55	-0,08	-0,91	-0,5	-1,78
B5	LC4	0	0	-0,05	-0,33	0,25	1,04	0,2
B5	LC4	6	0	-0,05	-0,33	0,25	-0,91	-0,12
B6	LC4	0	0	-0,13	0,01	0,26	-0,06	0,31
B6	LC4	6	0	-0,13	0,01	0,26	-0,03	-0,48
B7	LC4	0	0	0,06	0,6	-0,1	-0,9	-0,05
B7	LC4	3	0	0,06	0,6	-0,1	0,89	0,14

Modus R:

Linear calculation, Extreme : No, System : Principal								
Selection : All								
Load cases : LC3								
Member	Case	dx [m]	N [kN]	Vy [kN]	Vz [kN]	Mx [kNm]	My [kNm]	Mz [kNm]
B1	LC3	0	4,232	-0,575	0,824	-0,134	-1,804	1,47
B1	LC3	5	4,232	-0,575	0,824	-0,134	2,314	-1,402
B2	LC3	0	-0,061	-0,574	0,244	-0,144	-0,559	1,47
B2	LC3	5	-0,061	-0,574	0,244	-0,144	0,661	-1,401
B3	LC3	0	2,798	-3,078	5,79	-2,301	-22,431	13,299
B3	LC3	5	2,798	-3,078	5,79	-2,301	6,521	-2,093
B4	LC3	0	-1,406	-1,192	0,005	-4,714	-1,048	0,818
B4	LC3	3	-1,406	-1,192	0,005	-4,714	-1,033	-2,759
B5	LC3	0	0,159	0,242	-1,301	1,048	3,092	-0,632
B5	LC3	6	0,159	0,242	-1,301	1,048	-4,714	0,818
B6	LC3	0	-1,527	0,164	-0,282	1,061	-0,117	-0,525
B6	LC3	6	-1,527	0,164	-0,282	1,061	-1,807	0,457
B7	LC3	0	0,039	-0,478	-1,637	-0,778	2,45	0,766
B7	LC3	3	0,039	-0,478	-1,637	-0,778	-2,461	-0,669

Kombination über das SRSS-Verfahren ergibt:

Member	Case	dx [m]	N [kN]	Vy [kN]	Vz [kN]	Mx [kNm]	My [kNm]	Mz [kNm]
B1	LC2	0,00	6,10	1,54	0,97	0,20	2,07	3,92
B1	LC2	5,00	6,10	1,54	0,97	0,20	2,81	3,77
B2	LC2	0,00	3,78	1,54	0,25	0,22	0,57	3,92
B2	LC2	5,00	3,78	1,54	0,25	0,22	0,66	3,77
B3	LC2	0,00	2,87	5,36	5,86	3,24	23,41	23,27
B3	LC2	5,00	2,87	5,36	5,86	3,24	7,10	3,52
B4	LC2	0,00	1,41	1,36	0,11	6,53	1,83	0,92
B4	LC2	3,00	1,41	1,36	0,11	6,53	1,69	3,34
B5	LC2	0,00	0,16	0,27	1,79	1,83	4,23	0,75
B5	LC2	6,00	0,16	0,27	1,79	1,83	6,53	0,92
B6	LC2	0,00	1,53	0,24	0,61	1,85	1,47	0,69
B6	LC2	6,00	1,53	0,24	0,61	1,85	2,54	0,75
B7	LC2	0,00	0,04	0,53	3,64	1,60	5,45	0,84
B7	LC2	3,00	0,04	0,53	3,64	1,60	5,47	0,76

Die **Reaktionen** sind:

Modus 1

Linear calculation, Extreme : Node							
Selection : All							
Load cases : LC3							
Support	Case	Rx [kN]	Ry [kN]	Rz [kN]	Mx [kNm]	My [kNm]	Mz [kNm]
Sn1/N1	LC3	-0,36	-1,35	-4,38	3,44	-0,49	0,01
Sn2/N6	LC3	0,78	-4,32	-0,62	18,85	6,54	0,28
Sn3/N3	LC3	0,04	-1,35	3,73	3,44	0,12	0,01

Modus 2:

Linear calculation, Extreme : Node							
Selection : All							
Load cases : LC4							
Support	Case	Rx [kN]	Ry [kN]	Rz [kN]	Mx [kNm]	My [kNm]	Mz [kNm]
Sn1/N1	LC4	-0,36	0,46	0,27	-1,17	-0,88	-0,15
Sn2/N6	LC4	-0,49	-0,77	0,08	3,07	-1,52	-2,26
Sn3/N3	LC4	-0,01	0,46	-0,59	-1,17	-0,03	-0,16

Modus R:

Linear calculation, Extreme : Node							
Selection : All							
Load cases : LC3							
Support	Case	Rx [kN]	Ry [kN]	Rz [kN]	Mx [kNm]	My [kNm]	Mz [kNm]
Sn1/N1	LC3	-0,82	-0,575	-4,232	1,47	-1,804	-0,134
Sn2/N6	LC3	-5,79	-3,078	-2,798	13,299	-22,431	-2,301
Sn3/N3	LC3	-0,24	-0,574	0,061	1,47	-0,559	-0,144

SRSS:

Support	Case	Rx [kN]	Ry [kN]	Rz [kN]	Mx [kNm]	My [kNm]	Mz [kNm]
Sn1/N1	LC2	0,97	1,54	6,10	3,92	2,07	0,20
Sn2/N6	LC2	5,86	5,36	2,87	23,27	23,41	3,24
Sn3/N3	LC2	0,25	1,54	3,78	3,92	0,57	0,22

Notizen:

 Im Falle von CQC gehen wir nicht von einer Korrelation mit den anderen Modi aus (d.h. es wird ein absoluter Wert hinzugefügt)

Die Abschnappfrequenz ist die Frequenz der neuesten Modi in der Analyse. Es liegt in der Verantwortung des Benutzers, die richtige Anzahl von Modi auszuwählen. Dies kann in den Rechenkerneinstellungen erfolgen.

Kapitel 10: ZWANGSSCHWINGUNG - HARMONISCHE LAST

In diesem Kapitel wird die Berechnung der erzwungenen Schwingung untersucht. Genauer gesagt wird die Struktur nun mit einer externen harmonischen Last belastet, die zu Schwingungen der Struktur führt.

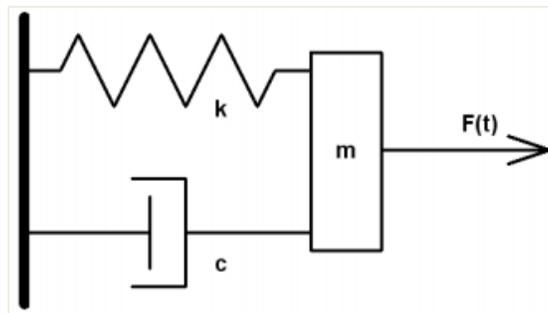
Eine Berechnung der zwangsbedingten Schwingung kann erforderlich sein, um die Antwort eines Gebäudes in der Nähe einer Eisenbahn oder eines großen Hauptverkehrsstreifens zu überprüfen, um Schwingungen infolge von Maschinen zu überprüfen, um die strukturelle Integrität einer Decke zu überprüfen, die von einer Aerobik-Klasse belastet wird,...

Wie im vorigen Kapitel wird zuerst die Theorie erörtert. Die Theorie wird dann durch Beispiele illustriert, die wiederum durch manuelle Berechnungen überprüft werden.

10.1 Theorie

Um zu verstehen, was in der dynamischen Analyse einer komplexen Struktur mit Rahmen oder finiten Elementen vor sich geht, wird die erzwungene Schwingung eines SDOF-Systems (Single Degree of Freedom) detailliert betrachtet. Eine vollständige Übersicht finden Sie im Bezug auf [1].

Betrachten Sie das folgende System:



Ein Massenkörper m kann sich in eine Richtung bewegen. Eine Feder mit konstanter Steifigkeit k , die an einem Ende fixiert ist, ist am anderen Ende am Körper angebracht. Die Masse unterliegt auch einer Dämpfung mit einer Dämpfungstragfähigkeit c . Eine externe zeitabhängige Kraft $F(t)$ wird auf die Masse angewendet.

Bewegungsgleichung kann geschrieben werden als:

$$m \cdot \ddot{y}(t) + c \cdot \dot{y}(t) + k \cdot y(t) = F(t) \quad (3.1)$$

Wenn es sich bei der wirkenden Kraft auf dieses System um eine harmonische Last handelt, kann die Gleichung (3.1) wie folgt umgerechnet werden:

$$m \cdot \ddot{y}(t) + c \cdot \dot{y}(t) + k \cdot y(t) = F \cdot \sin(v \cdot t) \quad (3.2)$$

Mit:

F : Amplitude der harmonischen Last
 v : Kreisfrequenz der harmonischen Last

Eine Lösung dieser Gleichung ist die folgende:

$$y(t) = e^{-\xi \omega t} \cdot [A \cdot \cos(\omega_D t) + B \cdot \sin(\omega_D t)] + Y_S \cdot \frac{\sin(v \cdot t - \theta)}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2r\xi)^2}} \quad (3.3)$$

Wo:

Y_S : statische Verformung

$$Y_S = \frac{F}{k} \quad (3.4)$$

ξ : das Dämpfungsverhältnis

$$\xi = \frac{c}{2 \cdot m \cdot \omega} \quad (3.5)$$

ω_D : Dämpfung, Kreisfrequenz

$$\omega_D = \omega \cdot \sqrt{1 - \xi^2}$$

(3.6)

$\tan(\theta)$:

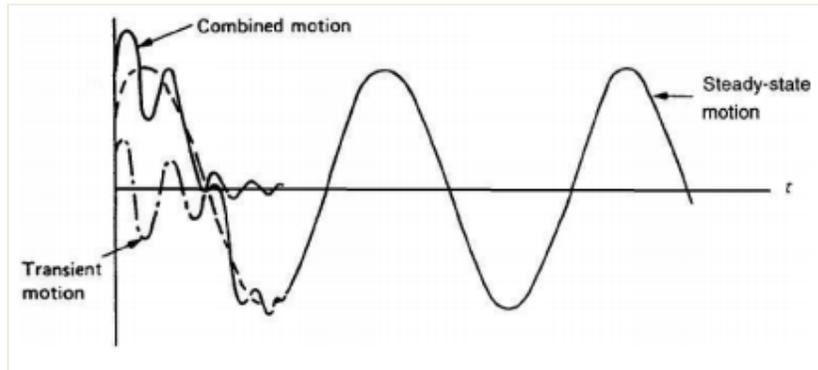
$$\tan(\theta) = \frac{2 \cdot \xi \cdot r}{1 - r^2} \quad (3.7)$$

r: das Frequenzverhältnis

$$r = \frac{v}{\omega} \quad (3.8)$$

Der Winkel θ bedeutet, dass der Verformungsvektor dem Kraftvektor hinterherhinkt, d.h. die Bewegung nach dem Anwenden der Kraft auftritt. A und B sind Konstanten, die aus anfänglicher Verschiebung und Geschwindigkeit ermittelt werden.

Die erste Bezeichnung der Gleichung (3.3) wird *Transiente Bewegung* genannt. Die zweite Bezeichnung wird *Steady-State Motion* genannt. Beide Begriffe sind in der folgenden Abbildung illustriert:



Das Druckglied der Transientenantwort nimmt exponentiell ab ($e^{-\xi\omega t}$). In den meisten praktischen Anwendungen wird daher dieser Begriff vernachlässigt und die Gesamtantwort $y(t)$ kann als gleich der Steady-State-Antwort betrachtet werden (nach einigen Perioden der angewendeten Last).

Gleichung (3.3) kann dann in einer bequemerer Form geschrieben werden:

$$\frac{Y}{Y_s} = \frac{1}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2r\xi)^2}} \quad (3.9)$$

(Y/Y_s) ist als **Dynamischer Verstärkungsbeiwert** bekannt, weil Y_s die statische Durchbiegung des Systems unter einer konstanten Kraft F und Y das dynamische Auflager ist.

Die Bedeutung der mechanischen Schwingung ergibt sich hauptsächlich aus den hohen Werten von (Y/Y_s) , die in der Praxis erfahren, wenn das Frequenzverhältnis r einen Wert nahe der Einheit hat: Dies bedeutet, dass eine kleine harmonische Kraft eine große Vibrationsschwingung erzeugen kann. Dieses Phänomen ist als *Resonanz* bekannt. In diesem Fall erreicht das dynamische Amplitude nicht einen unendlichen Wert, sondern einen Grenzwert:

$$Y_s / 2\xi$$

10.2 Harmonische Last in SCIA Engineer

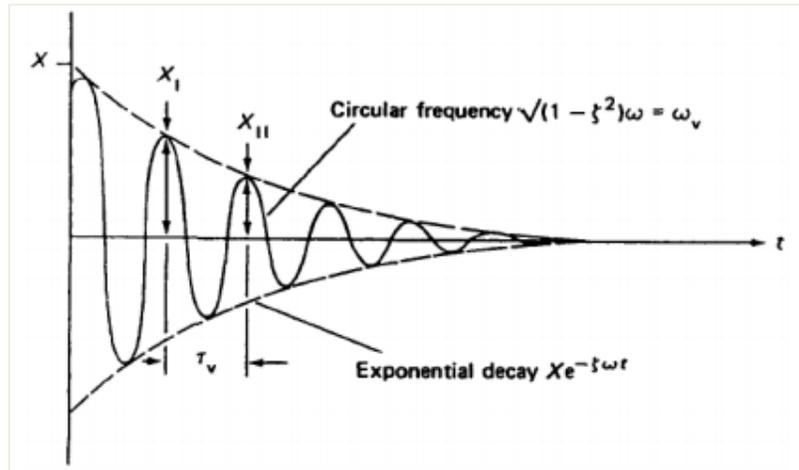
In SCIA Engineer kann nach dem Erstellen einer Massengruppen-Kombination eine harmonische Last eingegeben werden. Dies impliziert, dass die Schritte zum Ausführen einer Berechnung der freien Schwingung hier noch gelten und um die Eigenschaften der harmonischen Last erweitert werden.

Gemäß der Theorie wird eine harmonische Last durch eine Kraftfrequenz und eine Auflagerhäufigkeit definiert. Um das Dämpfungsverhältnis der Struktur festzulegen, kann das **logarithmische Dekrement** eingegeben werden. [1]

Das logarithmische Dekrement Λ ist der natürliche Logarithmus des Verhältnisses zweier aufeinanderfolgender Auflager in dieselbe Richtung. Dies ist in der folgenden Abbildung illustriert:

$$\Lambda = \ln \frac{X_1}{X_{11}}$$

(3.10)



Das **logarithmische Dekrement** Λ wird mit der folgenden Formel **mit dem** Dämpfungsverhältnis ξ verknüpft:

$$\Lambda = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}$$

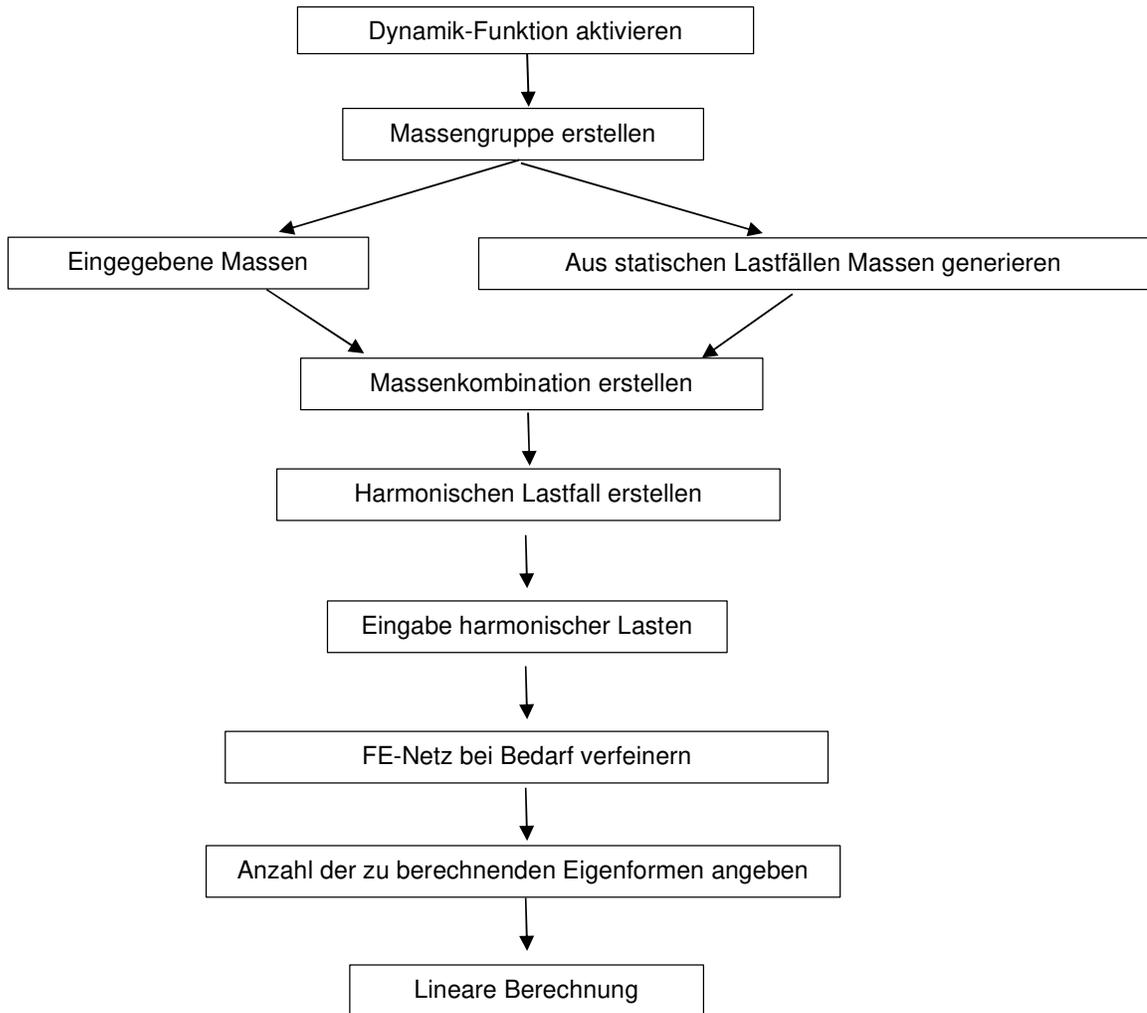
(3.11)

Das Dämpfungsverhältnis und das logarithmische Dekrement werden in Kapitel « Dämpfung » genauer betrachtet.

Harmonische Lasten in SCIA Engineer werden immer als Knotenkräfte, d.h. eine Knotenlast oder ein Knotenmoment, definiert. Mehr als ein Knoten der Struktur kann in einem Lastfall belastet werden, aber die Häufigkeit aller Anfragen ist gleich der Kraftfrequenz, die für den Lastfall spezifiziert ist.

Wie in der Theorie spezifiziert, werden die statischen Ergebnisse mit dem dynamischen Erhöhungsbeiwert multipliziert. Die dynamische Berechnung wird somit in eine äquivalente statische Berechnung transformiert. Daher muss eine lineare Berechnung ausgeführt werden. Während dieser Berechnung wird auch die Berechnung der freien Schwingung ausgeführt, weil diese Daten für das Ergebnis der harmonischen Last benötigt werden.

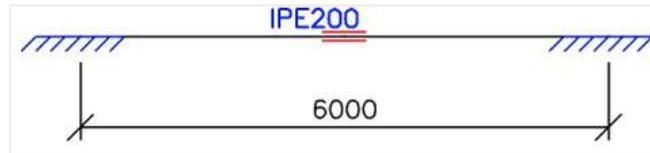
Im folgenden Diagramm werden die für die Berechnung der erzwungenen Schwingung erforderlichen Schritte angezeigt:



Dieses Diagramm wird in den folgenden Beispielen veranschaulicht.

Beispiel 10-1.esa

In diesem Beispiel wird ein Träger an zwei eingespannten Auflagern modelliert. Der Träger hat einen Querschnitt vom Typ **IPE200**, eine Länge von **6 m** und wird in **S 235** nach **EC-EN hergestellt**. Zur Mitte des Trägers wurde ein Knoten hinzugefügt, in den eine Masse von **200 kg** eingegeben wird.



Ein statischer Lastfall wird erstellt: das **Eigengewicht** des Stabs. Um das Eigengewicht jedoch nicht für die dynamische Berechnung zu berücksichtigen, kann die volumetrische Masse von **S 235** in der **Materialbibliothek** auf **1 kg/m³ festgelegt werden**. Dadurch wird es einfacher, die Ergebnisse durch eine manuelle Berechnung zu überprüfen.

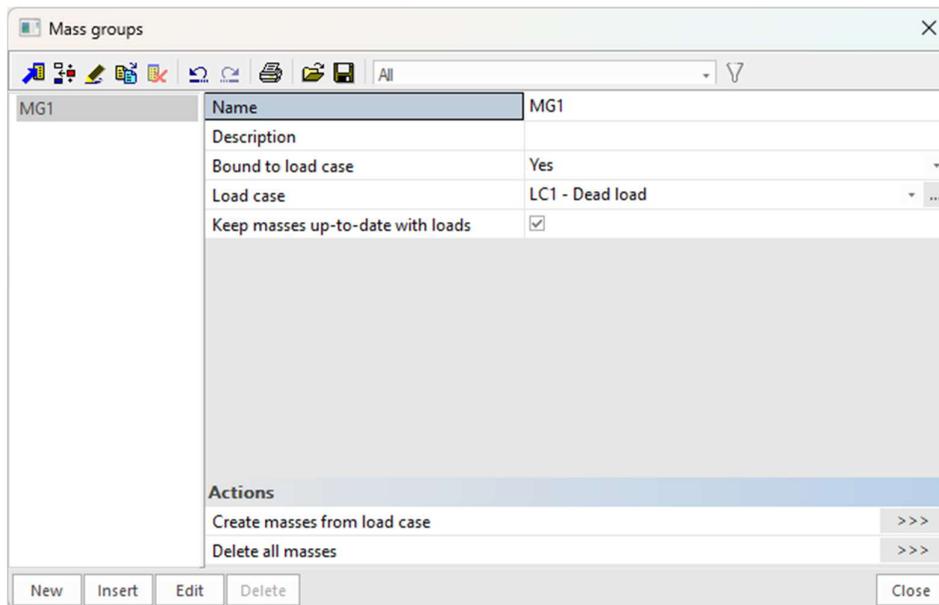
Die Masse von **200 kg** schwingt mit einer Frequenz von **5 Hz**. Der Dämpfungsgrad des Systems wird auf **5% gesetzt**.

Schritt 1: Funktionalität

Der erste Schritt in der dynamischen Berechnung besteht im Aktivieren der Funktion **Dynamik** auf der **Registerkarte Funktionalität** in den **Projektdateien**.

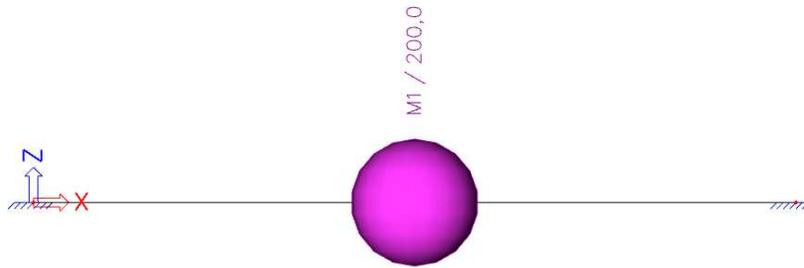
Schritt 2: Massengruppe

Der zweite Schritt ist das Erstellen einer **Massengruppe**



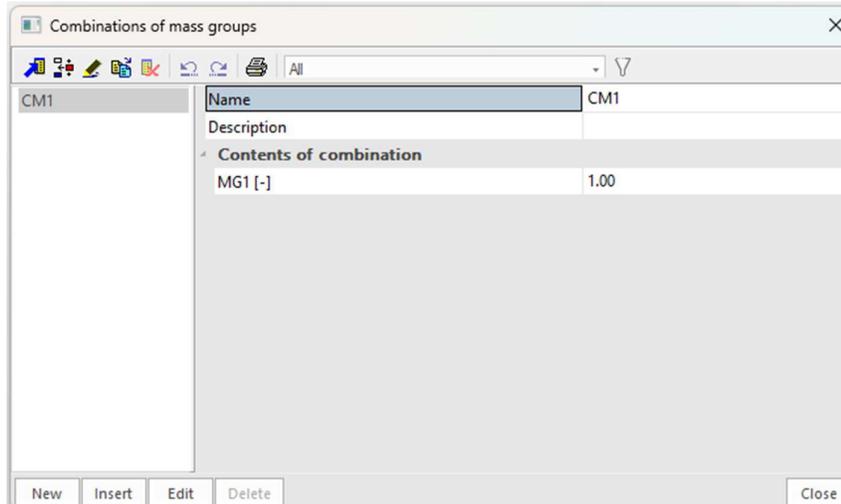
Schritt 3: Massen

Nach dem Erstellen der Massengruppe kann die Masse von **200 kg** in der Stabmitte eingegeben werden.



Schritt 4: Massenmatrix

Als nächstes wird die Massengruppe in eine **Kombination von Massengruppen gesetzt**, die zum Definieren der harmonischen Last verwendet werden kann.

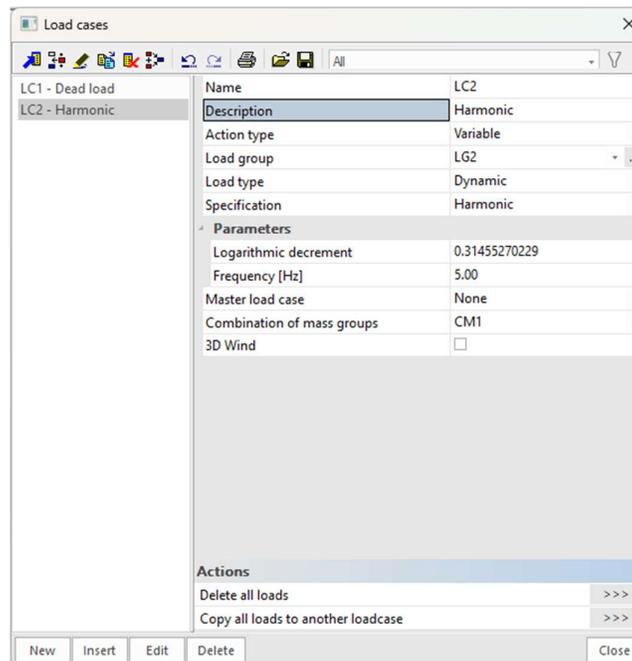


Schritt 5: Harmonischer Lastfall

Nach dem Erstellen einer Massengruppen-Kombination kann ein harmonischer Lastfall über **Lastfälle, Kombinationen > Lastfälle** definiert werden.

Der **Aktionstyp** ist auf **Variable** definiert, der **Lasttyp** ist **dynamisch**.

In der "**Spezifikation**" ist standardmäßig der Lastfalltyp « Erdbeben » definiert. Aber in diesem Fall handelt es sich um einen **harmonischen** Lastfall.



Die letzte Option **Massenkombination** zeigt an, welche Massenkombination (Massenmatrix) für die Berechnung des harmonischen Lastfalls verwendet wird.

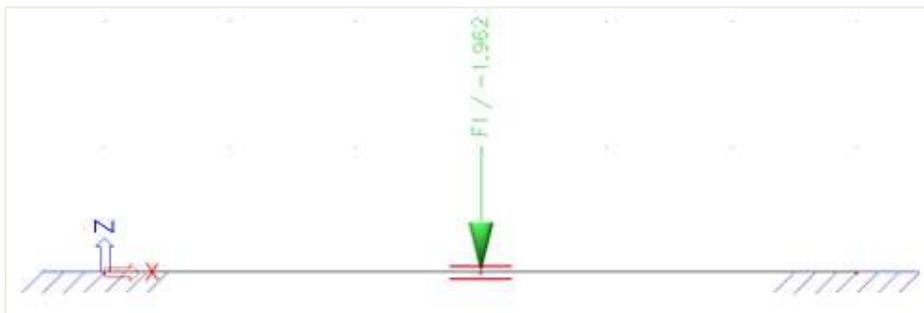
Um die Parameter des harmonischen Lastfalls festzulegen, verwenden wir das Menü « Parameter ».

Das Dämpfungsverhältnis wurde mit **5 % angegeben**. Mit Hilfe der Formel (3.11) kann das **logarithmische Dekrement** berechnet werden:

$$\Lambda = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{2 * \pi * 0,05}{\sqrt{1-(0,05)^2}} = 0,31455270229$$

6. Schritt: Einführung einer Einzellast

Die Parameter des LF wurden definiert; was übrig ist, gibt das Feld der Last ein. Die Masse betrug **200 kg**. Dies entspricht einer Last von **1.962 kN** bei Nutzung von **9,81 m/s²** für die Erdbeschleunigung. Diese Last kann über das Eingabefeld « **Einzellast auf Knoten** » eingegeben werden:

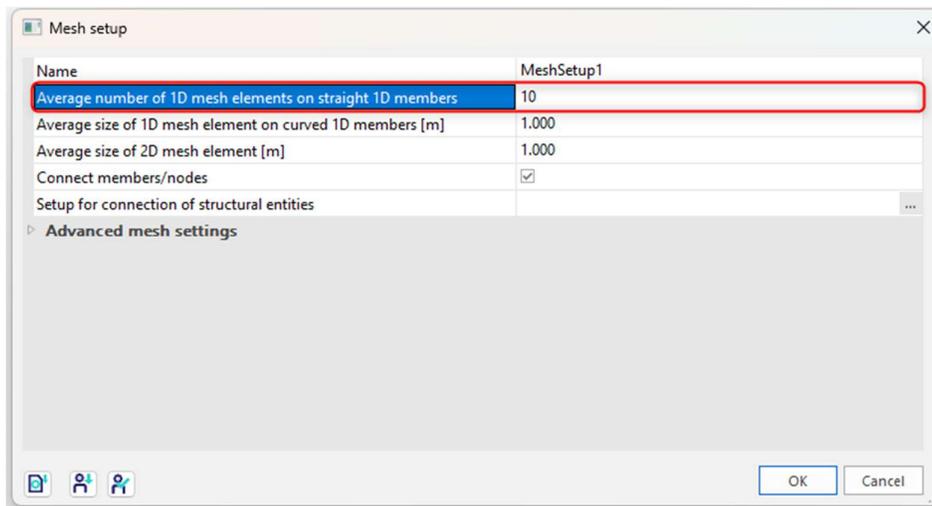


Anmerkung:

Wie in der Theorie spezifiziert, kann mehr als eine harmonische Last im gleichen harmonischen Lastfall eingegeben werden, aber die harmonischen Parameter wie Dämpfung und Kraftfrequenz sind auf der Ebene des Lastfalls definiert. Das impliziert: Beispielsweise wenn mehrere harmonische Lasten mit unterschiedlichen Frequenzen schwingen, müssen unterschiedliche Lastfälle gebildet werden.

7. Schritt 7: FE-Netz einstellen

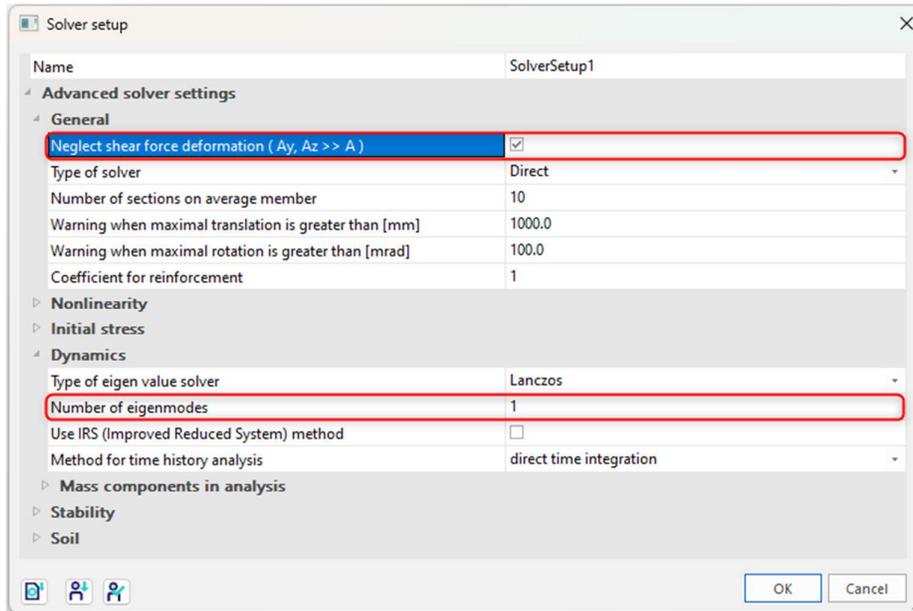
Um genaue Ergebnisse für die dynamische Berechnung zu erhalten, wurde das FE-Netz verfeinert. Dies kann über das Hauptmenü **Werkzeuge / Berechnung & Netz / Netzeinstellungen tun**.



Die **mittlere 2D-Teilanzahl eines 1D-Elements** ist auf **10** festgelegt.

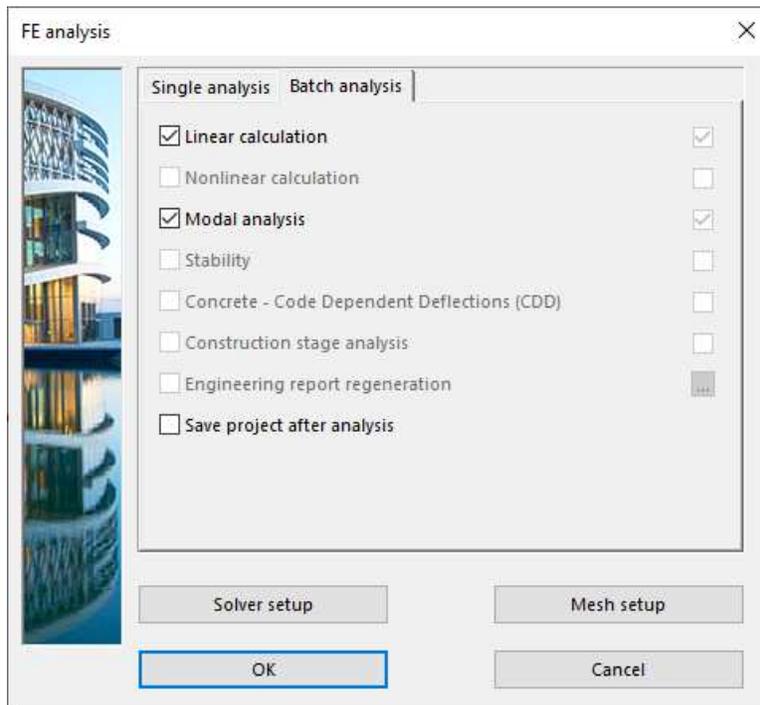
Schritt 8: Einstellung des Rechenkernes

Der letzte Schritt vor dem Starten der Berechnung ist das Festlegen der Menge der Eigenformen, die berechnet werden sollen. Für dieses Beispiel ist nur ein Eigenmodus erforderlich, daher wird in **den Einstellungen für Berechnung & Netz/Rechenkern** die Anzahl der Frequenzen auf **1 festgelegt**. Zum Vergleichen der Ergebnisse mit einer manuellen Berechnung wird die **Querkraftverformung** vernachlässigt.



9. Schritt: Modalanalyse

Alle Schritte wurden ausgeführt, damit die **lineare** Berechnung und **Modalanalyse über** Berechnung, FE-Netz > Ermitteln **gestartet werden kann**.

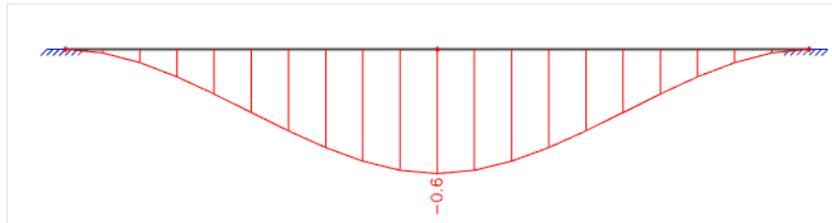


Daraus ergeben sich die folgenden Ergebnisse:

Eigen frequencies

N	f [Hz]	ω [1/s]	ω^2 [1/s ²]	T [s]
Mass combination : CM1				
1	21.43	134.66	18132.59	0.05

Die **Verformung** für die harmonische Last zeigt Folgendes:

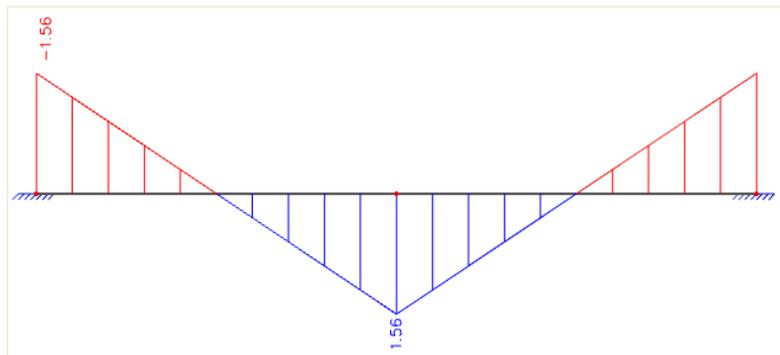


Deformed structure

Linear calculation, Extreme : Global, System : LCS
 Selection : All
 Load cases : LC2

Case	Member	dx [m]	Ux/ux [mm]	Uz/uz [mm]	Fiy/fiy [mrad]	Resultant [mm]
LC2	B1	0.000	0.0	0.0	0.0	0.0
LC2	B1	3.000	0.0	-0.6	0.0	0.6
LC2	B1	4.500	0.0	-0.3	-0.3	0.3
LC2	B1	1.500	0.0	-0.3	0.3	0.3

Es ist jedoch sehr wichtig zu bedenken, dass es sich um eine Vibration handelt: Eine halbe Periode später erfolgt die Verformung auf die Oberseite des Balkens statt auf die Unterseite.
 Das Momentendiagramm für die harmonische Last gäbe das folgende Diagramm an:



Internal forces on member

Linear calculation, Extreme : Global, System : LCS
 Selection : All
 Load cases : LC2

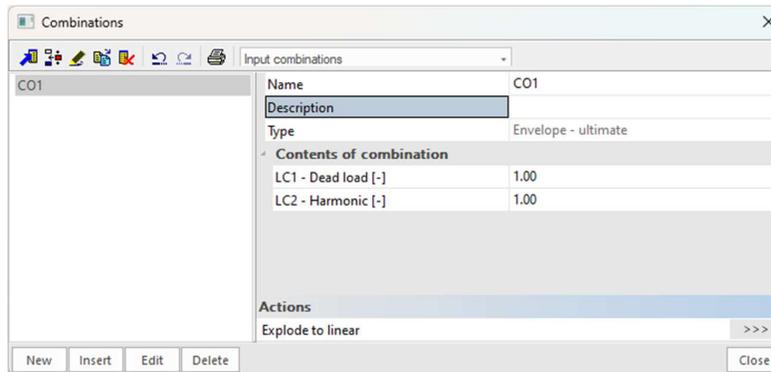
Member	css	dx [m]	Case	N [kN]	Vz [kN]	My [kNm]
B1	CS2 - IPE200	0.000	LC2	0.00	1.04	-1.56
B1	CS2 - IPE200	5.400	LC2	0.00	-1.04	-0.93
B1	CS2 - IPE200	3.000	LC2	0.00	1.04	1.56

Dieses Diagramm entspricht vollkommen dem Momentendiagramm, das man für eine einfache Einzellast findet.

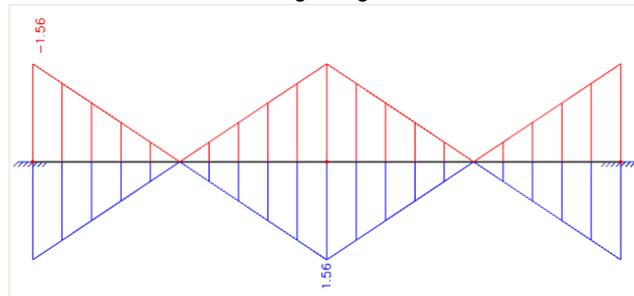
Bei dynamischen Berechnungen muss jedoch immer beide Richtungen der Last berücksichtigt werden, da die **Last in beide Richtungen vibriert**.

In SCIA Engineer kann diese zweiseitige Verformung leicht durch die Erstellung von **Kombinationen vom Typ Norm oder Umhüllende ermittelt werden**. In diesen Kombinationen werden die dynamischen Lastfälle sowohl mit einem positiven als auch einem negativen Kombinationsbeiwert berücksichtigt, wobei beide Seiten des Schwingungs-Vibrations-Beiwertes berücksichtigt werden.

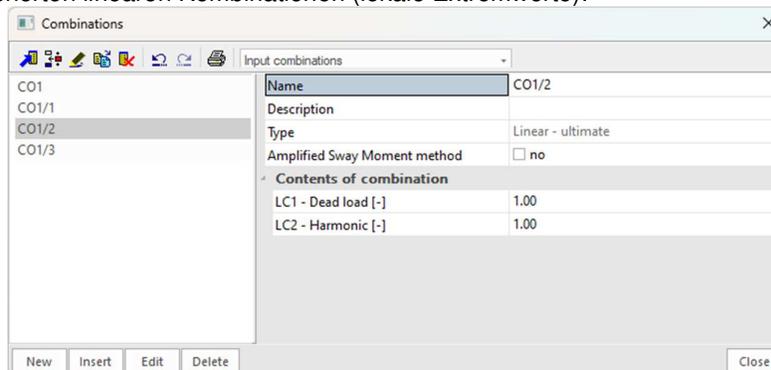
In diesem Beispiel wird eine Kombination vom Typ **"Umhüllende – GZT "** erstellt, die nur den harmonischen Lastfall enthält.

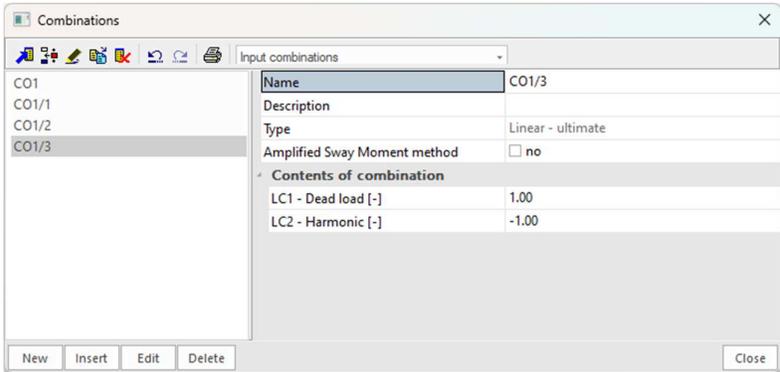


Das Momentendiagramm für diese Kombination zeigt Folgendes:



Die Schwingungswirkung wurde richtig berücksichtigt: Beide Seiten der Schwingung sind sichtbar. Dies wird auch in der **Kombinationsvorschrift des Dokuments angezeigt**; die zwei aus der Kombinationskombination Umhüllenden generierten linearen Kombinationen (lokale Extremwerte):





Manuelle Berechnung

Zur Überprüfung der Ergebnisse von SCIA Engineer wird eine manuelle Berechnung ausgeführt. Zunächst wird die berechnete Eigenfrequenz mit Formel (2.3) geprüft.

In den Standard-Berechnungstabellen [11] wird die maximale statische Verformung eines Balkens mit der Länge L, der an beiden Seiten eingespannt ist und mit der Last F in der Mitte belastet ist, als angegeben:

$$\delta_{\max} = \frac{FL^3}{129EI} \tag{3.12}$$

Wo:

- F = 1.962 kN = 1962 N
- L = 6 m = 6000 mm
- E = 210000 N/mm²
- I = 19430000 mm⁴

Also:

$$\delta_{\max} = \frac{(1962\text{N}) * (6000\text{mm})^3}{129 * 210000 \text{ N/mm}^2 * 19430000\text{mm}^4} = 0,54095\text{mm}$$

Die k-Steifigkeit dieses Systems kann dann ermittelt werden:

$$k = \frac{F}{\delta_{\max}} = \frac{1962\text{N}}{0,54095\text{mm}} = 3626,93 \text{ N/mm} = 3626933,33 \text{ N/m}$$

Anwenden der Formel (2.3):

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{3626933,33 \text{ N/m}}{200\text{kg}}} = 134,67 \text{ rad/s}$$

Also:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \mathbf{21,43\text{Hz}}$$

Dieses Ergebnis entspricht genau dem von SCIA Engineer ermittelten Ergebnis.

Jetzt ist die Eigenfrequenz bekannt, können die Ergebnisse der harmonischen Last überprüft werden. Die harmonische Last hatte eine Zwangsfrequenz von **5 Hz**, was einer Kreisfrequenz von **31.416 rad/s entspricht**.

Bei Anwendung der Formel (3.8) kann das Frequenzverhältnis berechnet werden:

$$r = \frac{v}{\omega} = \frac{31,416 \text{ rad/s}}{134,67 \text{ rad/s}} = 0,233289$$

Das Frequenzverhältnis kann dann in Formel (3.9) zur Berechnung des dynamischen Erhöhungsbeiwerts verwendet werden:

$$\frac{Y}{Y_s} = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2r\xi)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(1-0,233289^2)^2 + (2 * 0,233289 * 0,05)^2}} = \mathbf{1,0572}$$

Dies impliziert, dass die statischen Ergebnisse mit **1.0572 multipliziert werden müssen**, um diese dynamischen Ergebnisse zu erhalten.

Die Statische Verformung wurde ermittelt als $\delta_{\max} = 0,54095 \text{ mm}$.

Die dynamische Verformung ist gleich $1,0572 * 0,54095\text{mm} = \mathbf{0,5719 \text{ mm}}$.

Dieses Ergebnis entspricht genau dem von SCIA Engineer ermittelten Ergebnis.

Auf die gleiche Weise kann auch das Moment in der Mitte des Trägers berechnet werden.

In den Standard-Berechnungstabellen [11] wird das statische Höchstmoment in der Mitte eines Trägers der Länge L, der an beiden Seiten eingespannt ist und mit der Last F in der Mitte belastet ist, als angegeben:

$$M = \frac{FL}{8} = \frac{1,962\text{kN} * 6\text{m}}{8} = 1,4715\text{kNm}$$

Das Dynamikmoment ist gleich $1.0572 * 1.4715\text{kNm} = \mathbf{1.556\text{kNm}}$

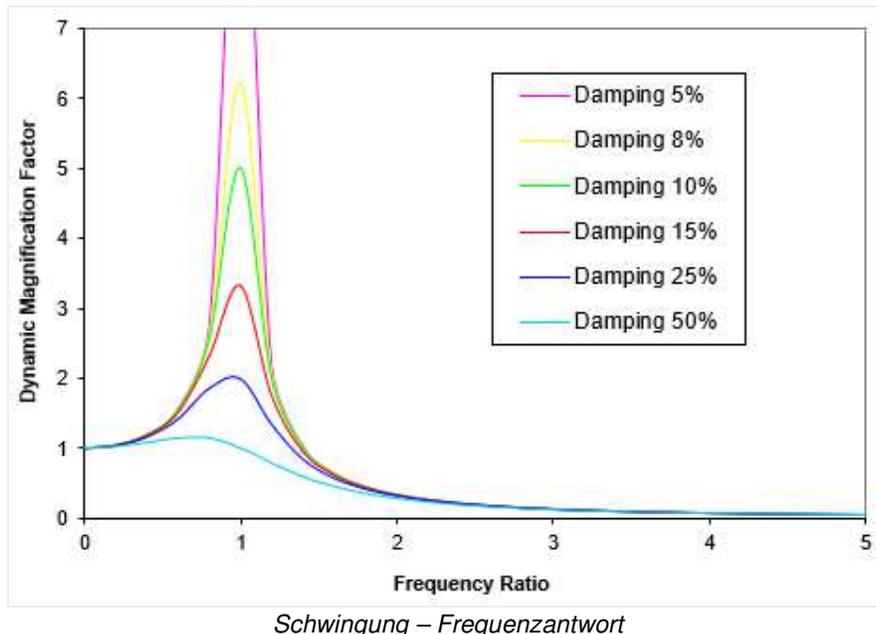
Dieses Ergebnis entspricht genau dem von SCIA Engineer ermittelten Ergebnis.

10.3 Resonanz

Wie in der Theorie spezifiziert, tritt Resonanz auf, wenn das Frequenzverhältnis r einen Wert in der Nähe der Einheit hat. In diesem Fall werden hohe Werte für den Beiwert der dynamischen Verstärkung ermittelt. Um dies zu illustrieren, wird die Berechnung des Dynamischen Verstärkungsbeiwerts für unterschiedliche Frequenzverhältnisse und verschiedene Dämpfungsprozentsätze wiederholt. Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle aufgeführt:

Frequency Ratio	Forcing Frequency [Hz]	Mag. factor Damping 5%	Mag. factor Damping 8%	Mag. factor Damping 10%	Mag. factor Damping 15%	Mag. factor Damping 25%	Mag. factor Damping 50%
0,0	0,00	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
0,2	4,29	1,0414	1,0411	1,0408	1,0398	1,0381	1,0198
0,4	8,57	1,1891	1,1870	1,1851	1,1785	1,1581	1,0748
0,6	12,86	1,5557	1,5452	1,5357	1,5041	1,4148	1,1399
0,8	17,15	2,7116	2,6173	2,5384	2,3113	1,8582	1,1399
1,0	21,43	10,0000	6,2500	5,0000	3,3333	2,0000	1,0000
1,2	25,72	2,1926	2,0830	1,9952	1,7590	1,3440	0,7824
1,4	30,01	1,0308	1,0144	1,0000	0,9543	0,8417	0,5891
1,6	34,29	0,6377	0,6326	0,6280	0,6127	0,5704	0,4475
1,8	38,58	0,4450	0,4428	0,4408	0,4340	0,4142	0,3480
2,0	42,87	0,3326	0,3315	0,3304	0,3289	0,3162	0,2774
2,2	47,15	0,2800	0,2593	0,2587	0,2567	0,2503	0,2280
2,4	51,44	0,2098	0,2094	0,2090	0,2077	0,2037	0,1876
2,6	55,73	0,1734	0,1732	0,1729	0,1720	0,1694	0,1582
2,8	60,01	0,1481	0,1459	0,1457	0,1451	0,1432	0,1353
3,0	64,30	0,1249	0,1248	0,1246	0,1242	0,1229	0,1170
3,2	68,59	0,1082	0,1081	0,1080	0,1078	0,1066	0,1023
3,4	72,87	0,0946	0,0946	0,0945	0,0943	0,0935	0,0901
3,6	77,16	0,0836	0,0835	0,0835	0,0833	0,0827	0,0801
3,8	81,45	0,0744	0,0743	0,0743	0,0741	0,0737	0,0716
4,0	85,73	0,0666	0,0666	0,0666	0,0665	0,0661	0,0644
4,2	90,02	0,0601	0,0600	0,0600	0,0599	0,0596	0,0583
4,4	94,31	0,0545	0,0544	0,0544	0,0543	0,0541	0,0530
4,6	98,59	0,0496	0,0496	0,0496	0,0495	0,0493	0,0484
4,8	102,88	0,0454	0,0453	0,0453	0,0453	0,0451	0,0443
5,0	107,17	0,0417	0,0416	0,0416	0,0416	0,0414	0,0408

Um Schlussfolgerungen zu ziehen, wurden die numerischen Ergebnisse grafisch dargestellt:



Zuallererst ist die Resonanz-Erscheinung deutlich sichtbar. Wenn das Frequenzverhältnis der Einheit gleicht, wird der Beiwert der dynamischen Verstärkung sehr groß, was darauf hinweist, dass eine kleine harmonische Last eine große Vibration erzeugen kann.

Zweitens ist der Einfluss des Dämpfungsgrades auf die Systemantwort bei Resonanz signifikant. Bei einem Dämpfungsgrad von **5%** beträgt der Verstärkungsbeiwert etwa **10**; bei einem Dämpfungsgrad von **50%** wird der Verstärkungsbeiwert auf **1 reduziert**.

Aus dieser Grafik [1] lässt sich generell Folgendes schließen:

Die Systemantwort bei tiefen Frequenzen ist **steifigkeitsabhängig**. Im Resonanzbereich ist die Antwort **dämpfungsabhängig**, bei hohen Frequenzen wird die Antwort von der Systemmasse bestimmt: **massenabhängig**.

Dies sollte man unbedingt im Hinterkopf behalten, wenn man versucht, Schwingungen einer Struktur zu reduzieren. Beispielsweise hat die Anwendung einer erhöhten Dämpfung geringe Auswirkungen, wenn sich die Anregungs- und Antwortfrequenzen in einer Region befinden, die weit von der Resonanz entfernt ist, wie dies etwa durch die Strukturmasse gesteuert wird.

Die Wirkung der Resonanz kann auch in SCIA Engineer veranschaulicht werden.

Im Projekt "Harmonic_Load_1" beträgt die Anregungsfrequenz 5 Hz. Die Eigenfrequenz beträgt 21,43 Hz. Das ist also nicht im Resonanzbereich.

Um die Antwort in Funktion der Frequenz zu sehen, können wir mehrere Lastfälle mit anderer Anregungshäufigkeit erstellen. Dies kann ganz einfach durch Kopieren des vorhandenen Lastfalls und Ändern der Anregungshäufigkeit durchgeführt werden. Dies wird im nächsten Beispiel gezeigt.

Beispiel 10-2.esa

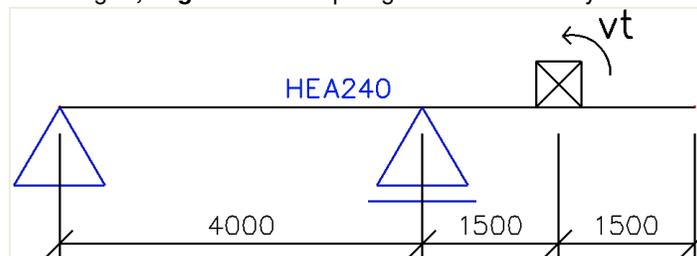
Eine andere häufige Anwendung einer harmonischen Last ist eine Struktur, die mit einem allgemeinen System oder einem Motor belastet ist. Sowohl die biegeschlanke Wirkung des Aussteifers als auch das rotierende Eigengewicht des Motors erzeugen eine anregende Kraft des Typs des Systemträgheitstyps. Für einen unbalancierten Körper der Massen **m** im wirksamen Radius **e**, mit Winkelgeschwindigkeit **v** verdreht, kann die Spannungskraft **F** als [1] geschrieben werden:

$$F = m_r \cdot e \cdot v^2 \tag{3.13}$$

Dies ist im folgenden Beispiel veranschaulicht.

Ein E-Motor mit einer Masse von **500 kg** ist auf einem einfach gestützten Balken mit Überhang montiert. Der Stab ist vom Querschnittstyp **HE240A** und wird in **S 235** gemäß **EC-EN hergestellt**. Der Balken hat eine Länge von **4 m**, der Überhang eine Länge **von 3 m**.

Das Motor-Eigengewicht beträgt **0,6 kgm**. Das Dämpfungsverhältnis des Systems wird auf **10 % gesetzt**.



Der Motor kann mit Geschwindigkeiten von **800, 1000 und 1200 U/min** arbeiten. Für jede dieser Geschwindigkeiten muss die Mittschwingung berechnet werden, um z.B. zu überprüfen, ob die vom Motor erzeugten Schwingungen zulässig sind.

Ein statischer Lastfall wird erstellt: das **Eigengewicht** des Stabs. Um das Eigengewicht jedoch nicht für die dynamische Berechnung zu berücksichtigen, kann die volumetrische Masse von **S235** in der **Materialbibliothek** auf **1 kg/m³ festgelegt werden**. Dadurch wird es einfacher, die Ergebnisse durch eine manuelle Berechnung zu überprüfen.

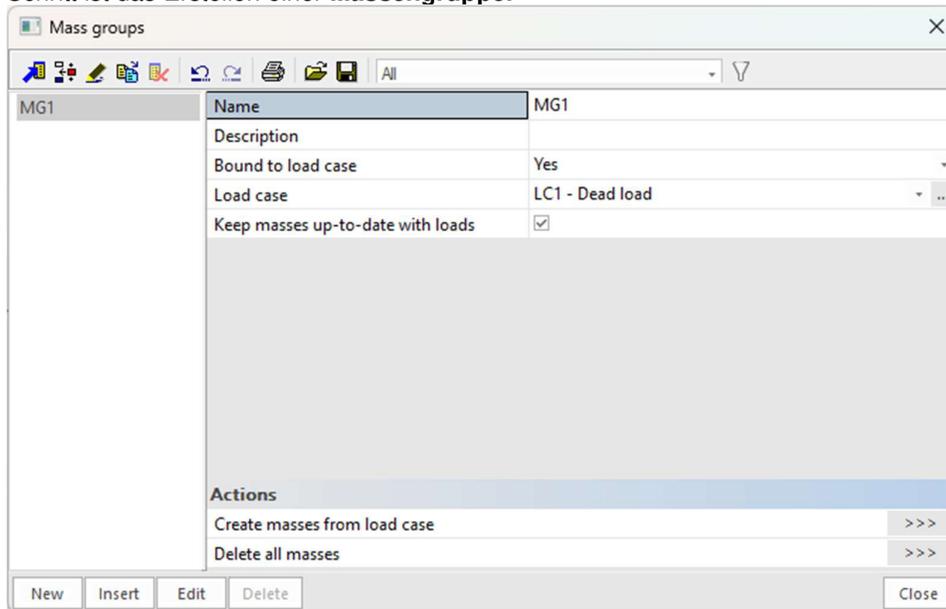
Ein Knoten wurde zur Mitte des Überhangs hinzugefügt, um die Position des Motors festzulegen.

Schritt 1: Funktionalität

Der erste Schritt in der dynamischen Berechnung besteht im Aktivieren der Funktion **Dynamik** auf der **Registerkarte Funktionalität** in den **Projektdateien**.

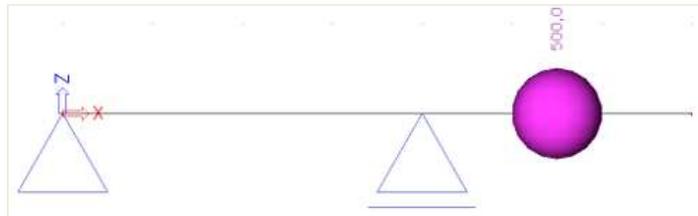
Schritt 2: Massengruppe

Der zweite Schritt ist das Erstellen einer **Massengruppe**.



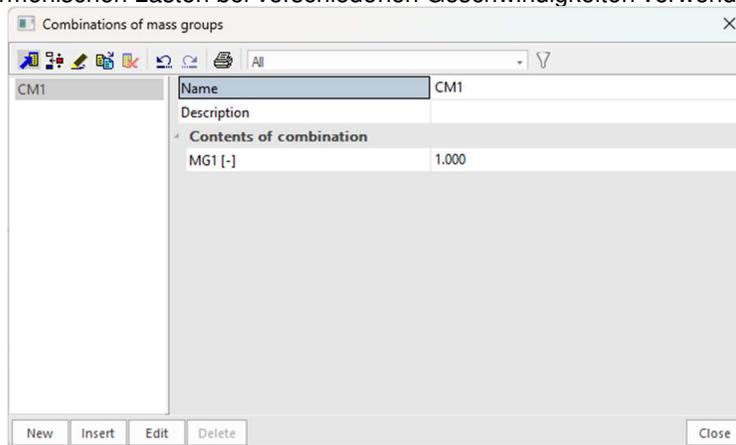
Schritt 3: Massen

Nach Erstellung der Massengruppe kann die **500 kg** Masse des Motors in der Mitte des Überhangs eingegeben werden:



Schritt 4: Massenmatrix

Als nächstes wird die Massengruppe in eine **Kombination von Massengruppen zusammengefasst**, die für die Definition der harmonischen Lasten bei verschiedenen Geschwindigkeiten verwendet werden kann:



Schritt 5: Lastfalldefinition

Nach Erstellung der Massenkombination können drei **harmonische** Lastfälle definiert werden, einen für jede Geschwindigkeit.

Jeder Lastfall verwendet die gleiche Massenkombination und die gleichen Dämpfungsspezifikationen.

Das Dämpfungsverhältnis wurde mit **10 % angegeben**. Mit Hilfe der Formel (3.11) kann das **logarithmische Dekrement** berechnet werden:

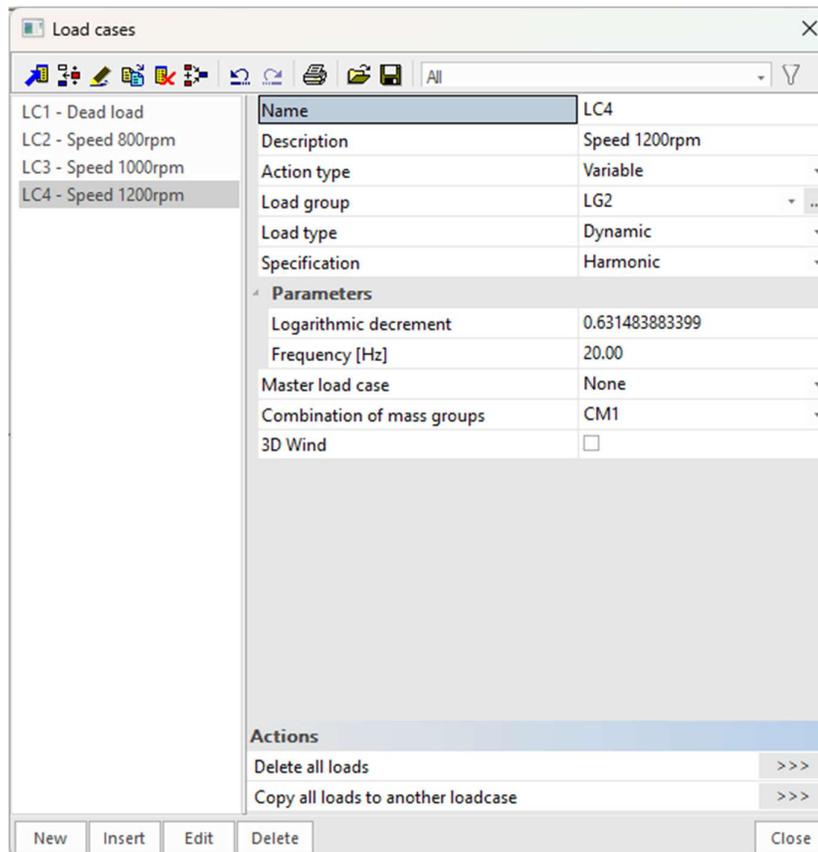
$$\Lambda = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{2 * \pi * 0,10}{\sqrt{1-(0,10)^2}} = 0,631483883399$$

Die Frequenz ist für jeden Lastfall unterschiedlich und kann von den angegebenen Geschwindigkeiten berechnet werden:

$$v_{800} = 800\text{rpm} * \frac{2\pi\text{rad}}{1\text{rev}} * \frac{1\text{min}}{60\text{s}} = 83,78 \text{ rad/s} \quad \Rightarrow \quad f_{800} = 13,33\text{Hz}$$

$$v_{1000} = 1000\text{rpm} * \frac{2\pi\text{rad}}{1\text{rev}} * \frac{1\text{min}}{60\text{s}} = 104,72 \text{ rad/s} \quad \Rightarrow \quad f_{1000} = 16,67\text{Hz}$$

$$v_{1200} = 1200\text{rpm} * \frac{2\pi\text{rad}}{1\text{rev}} * \frac{1\text{min}}{60\text{s}} = 125,66 \text{ rad/s} \quad \Rightarrow \quad f_{1200} = 20,00\text{Hz}$$



Schritt 6: Harmonische Kräfte

Die Parameter der harmonischen Lasten wurden definiert. Was übrig ist, ist die Eingabe der drei spannenden Kräfte.

Mit Hilfe der Formel (3.13) können diese Kräfte aus der Kreisfrequenz und der Massen-Unwucht berechnet werden.

$$F_{800} = m_r \cdot e \cdot v_{800}^2 = 0,6\text{kgm} \cdot (83,78 \text{ rad/s})^2 = 4211,03\text{N} = 4,21\text{kN}$$

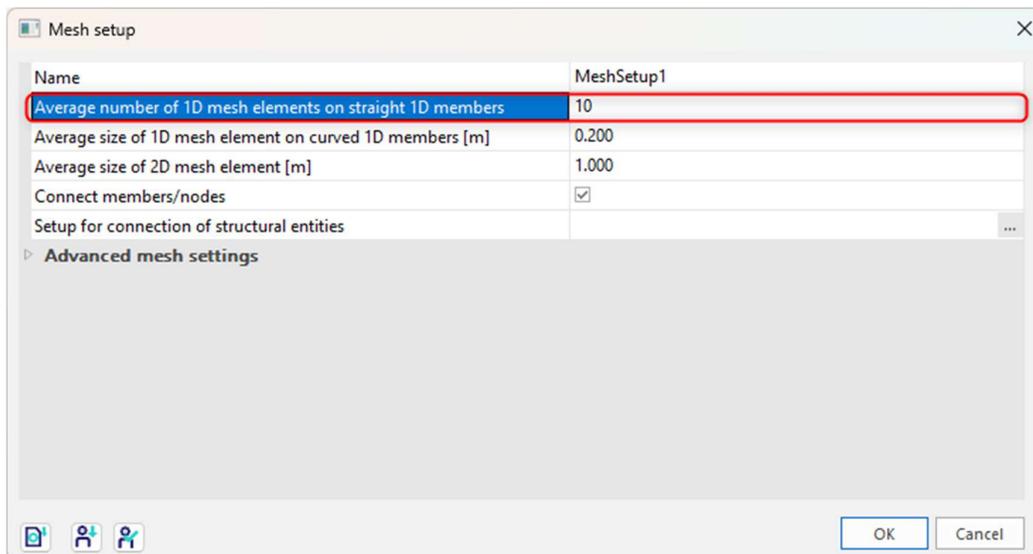
$$F_{1000} = m_r \cdot e \cdot v_{1000}^2 = 0,6\text{kgm} \cdot (104,72 \text{ rad/s})^2 = 6579,74\text{N} = 6,58\text{kN}$$

$$F_{1200} = m_r \cdot e \cdot v_{1200}^2 = 0,6\text{kgm} \cdot (125,66 \text{ rad/s})^2 = 9474,82\text{N} = 9,47\text{kN}$$

Die Lasten werden durch **Last > Einzelkraft > In Knoten eingegeben:**

**7. Schritt 7: FE-Netz einstellen**

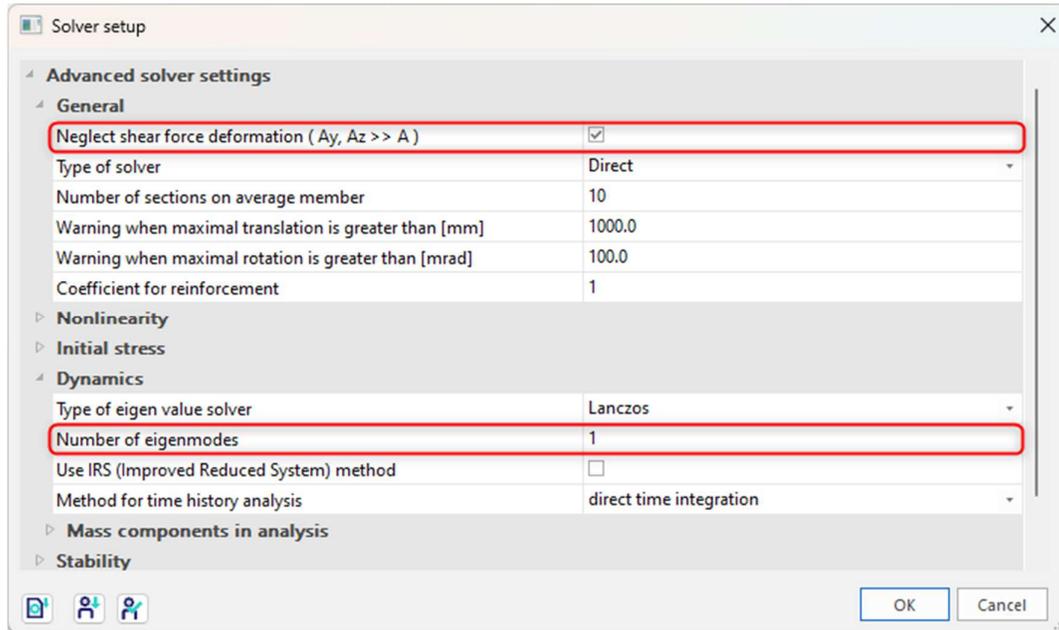
Um genaue Ergebnisse für die dynamische Berechnung zu erhalten, wurde das FE-Netz verfeinert. Dies kann über **Berechnung & FE-Netz- / Netzeinstellungen erreicht werden.**



Die **mittlere 2D-Teilanzahl eines 1D-Elements** ist auf **10 festgelegt.**

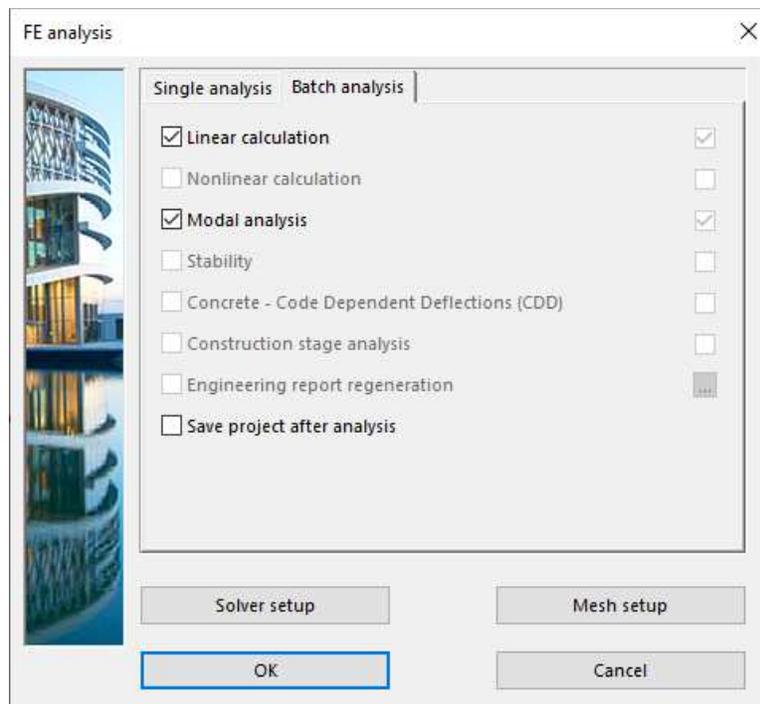
Schritt 8: Einstellung des Rechenkernes

Der letzte Schritt vor dem Starten der Berechnung ist das Festlegen der Menge der Eigenformen, die berechnet werden sollen. Für dieses Beispiel ist nur ein Eigenmodus erforderlich, daher wird in **den Einstellungen für Berechnung & Netz/Rechenkern** die Anzahl der Frequenzen auf **1 festgelegt**. Zum Vergleichen der Ergebnisse mit einer manuellen Berechnung wird die **Querkräftverformung** vernachlässigt.



9. Schritt: Modalanalyse

Alle Schritte wurden ausgeführt, damit die **lineare** Berechnung und **Modalanalyse über** Berechnung, FE-netz > Ermitteln **gestartet werden kann**.

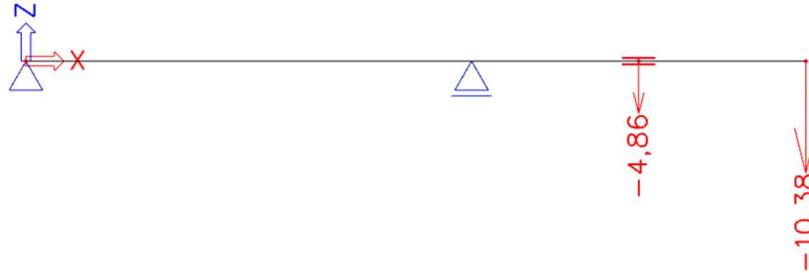


Daraus ergeben sich die folgenden Ergebnisse:

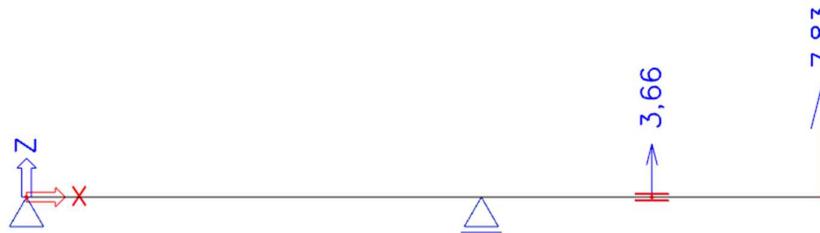
Eigen frequencies				
N	f [Hz]	ω [1/s]	ω^2 [1/s ²]	T [s]
Mass combination : CM1				
1	14.15	88.88	7899.96	0.07

Knotenverformungen für harmonische Lasten an der Position des Motors sind die folgenden:

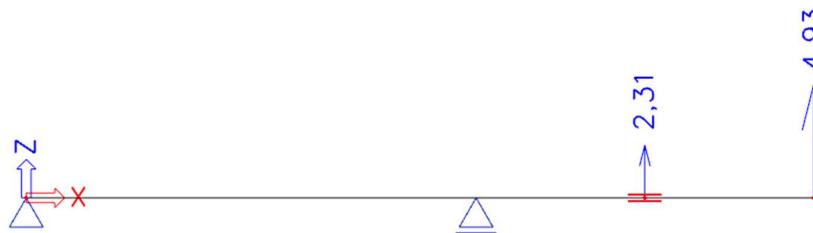
- Bei 800 U/min:



- Bei 1000 U/min:



- Bei 1200 U/min:



Wie im vorigen Beispiel dargelegt, sollte man beachten, dass die Vorzeichen nicht relevant sind, da eine Vibration auf beiden Seiten der Gleichgewichtsposition auftritt.

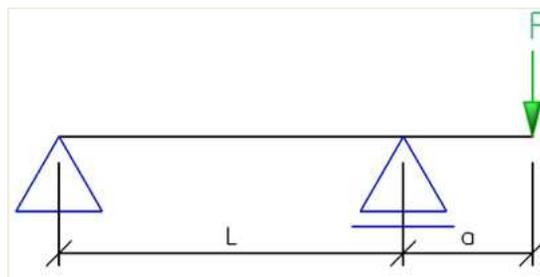
Manuelle Berechnung

Zur Kontrolle der Ergebnisse von SCIA Engineer wird eine manuelle Berechnung ausgeführt [15].

Zunächst wird die berechnete Eigenfrequenz nach Formel (2.3) kontrolliert.

In den Standard-Berechnungstabellen [11] wird die höchstzulängliche Verformung eines einfach gestützten Trägers mit der Länge L , eines Überhanges mit der Länge a und der Last F am Ende des Überhangs als angegeben:

$$\delta_{\max} = \frac{Fa^2(L + a)}{3EI} \quad (3.14)$$



Die Steifigkeit k dieses Systems kann dann ermittelt werden:

$$k = \frac{F}{\delta_{\max}} = \frac{3EI}{a^2(L + a)}$$

Wo:

$$\begin{aligned} L &= 4 \text{ m} = 4000 \text{ mm} \\ a &= 1,5 \text{ m} = 1500 \text{ mm} \\ E &= 210000 \text{ N/mm}^2 \\ I &= 77600000 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

Also:

$$k = \frac{3 * (210000 \text{ N/mm}^2) * (77600000 \text{ mm}^4)}{(1500 \text{ mm})^2 * (4000 \text{ mm} + 1500 \text{ mm})} = 3950,55 \text{ N/mm} = 3950545,45 \text{ N/m}$$

Anwenden der Formel (2.3):

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{3950545,45 \text{ N/m}}{500 \text{ kg}}} = 88,89 \text{ rad/s}$$

Also:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \mathbf{14,15 \text{ Hz}}$$

Dieses Ergebnis entspricht genau dem von SCIA Engineer ermittelten Ergebnis.

Durch Anwendung der Formel (3.8) können die Frequenzverhältnisse für jede Motorgeschwindigkeit berechnet werden:

$$r_{800} = \frac{v_{800}}{\omega} = \frac{83,78 \text{ rad/s}}{88,89 \text{ rad/s}} = 0,9425$$

$$r_{1000} = \frac{v_{1000}}{\omega} = \frac{104,72 \text{ rad/s}}{88,89 \text{ rad/s}} = 1,1781$$

$$r_{1200} = \frac{v_{1200}}{\omega} = \frac{125,66 \text{ rad/s}}{88,89 \text{ rad/s}} = 1,4137$$

Die Frequenzverhältnisse können dann in Formel (3.9) zur Berechnung der dynamischen Erhöhungsbeiwerte verwendet werden. Bei gleichzeitiger Anwendung von Formel (3.4) kann die dynamische Amplitude für jede Geschwindigkeit berechnet werden:

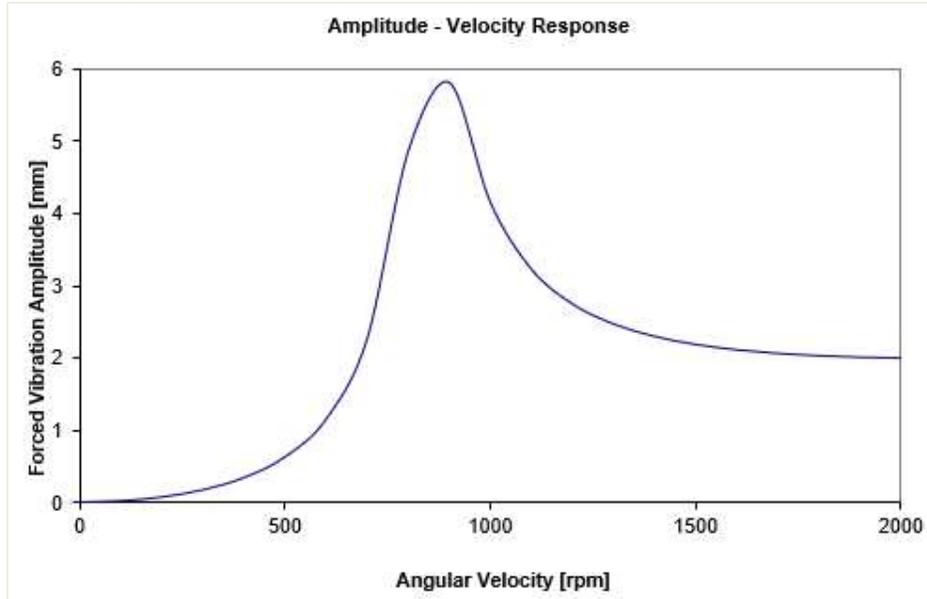
$$Y_{800} = \frac{F_{800}/k}{\sqrt{(1 - r_{800}^2)^2 + (2r_{800}\xi)^2}} = \frac{4211,03 \text{ N} / 3950545,45 \text{ N/m}}{\sqrt{(1 - 0,9425^2)^2 + (2 * 0,9425 * 0,10)^2}} = 4,86 \text{ mm}$$

$$Y_{1000} = \frac{F_{1000}/k}{\sqrt{(1 - r_{1000}^2)^2 + (2r_{1000}\xi)^2}} = \frac{6579,74 \text{ N} / 3950545,45 \text{ N/m}}{\sqrt{(1 - 1,1781^2)^2 + (2 * 1,1781 * 0,10)^2}} = 3,67 \text{ mm}$$

$$Y_{1200} = \frac{F_{1200}/k}{\sqrt{(1 - r_{1200}^2)^2 + (2r_{1200}\xi)^2}} = \frac{9474,82 \text{ N} / 3950545,45 \text{ N/m}}{\sqrt{(1 - 1,4137^2)^2 + (2 * 1,4137 * 0,10)^2}} = 2,31 \text{ mm}$$

Diese Ergebnisse entsprechen genau den von SCIA Engineer ermittelten Ergebnissen.

Wie im vorigen Beispiel kann die Berechnung für mehrere Winkelgeschwindigkeiten wiederholt werden. Das Ergebnis wird in der folgenden Abbildung grafisch dargestellt:



Amplitude – Geschwindigkeitsantwort

Anmerkung:

Das wichtigste zu bemerkende Merkmal ist die Abnahme der Schwingungsamplitude, wenn die Zwangsfrequenz infolge der Abkehr von der Resonanz zunimmt [15].

Kapitel 11: DÄMPFUNG

In den vorigen Kapiteln wurde der Einfluss der Dämpfung auf die dynamische Antwort einer Struktur gezeigt. Vor allem im Umfeld der Resonanz war der Einfluss der Dämpfung signifikant.

In diesem Kapitel wird die Dämpfung genauer betrachtet. Zuerst wird die Theorie erklärt, nach der die Eingabe der ungleichförmigen Dämpfung in SCIA Engineer betrachtet wird.

An den Beispielen des vorigen Kapitels wird der Einfluss der Dämpfung auf die Erdbebenantwort dargestellt. Das Kapitel wird mit einer 3D-Struktur abgeschlossen, die die Materialdämpfung der verschiedenen Elemente berücksichtigt.

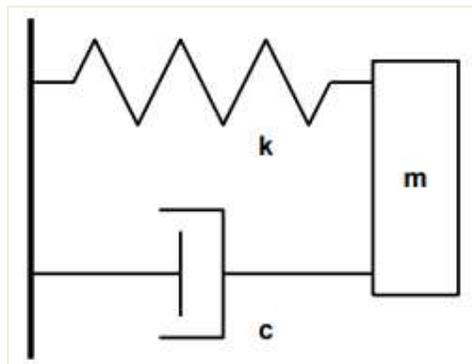
11.1 Theorie

Dämpfung kann unterschiedliche Ursachen haben. Die immer vorhandene Komponente ist die Strukturdämpfung. Die strukturelle Dämpfung wird durch Verzögerung im Material verursacht: Die Übertragung kleiner Mengen Energie in Wärme für jeden Schwingungszyklus wird möglicherweise durch Reibung zwischen den Innenteilen erhöht.

Weitere Ursachen können der Baugrund des Gebäudes und aerodynamische Dämpfungen durch Umlenkung durch die Luft sein [22]. In vielen Fällen wird die Dämpfung durch Hinzufügen von künstlichen Dämpfern in die Struktur erhöht.

Wie für die vorigen Kapitel wird zuerst die Theorie untersucht. Eine vollständige Übersicht finden Sie im Bezug auf [1].

Betrachten Sie das folgende dämpfungsreihe Vibrationssystem:



Eine Körpermasse m kann sich in eine Richtung bewegen. Eine Feder mit konstanter Steifigkeit k , die an einem Ende fixiert ist, ist am anderen Ende am Körper angebracht. Die Masse unterliegt auch einer Dämpfung mit einer Dämpfungstragfähigkeit c .

Bewegungsgleichung mit Matrixschrift kann geschrieben werden als:

$$M \cdot \ddot{x}(t) + C \cdot \dot{x}(t) + K \cdot x(t) = 0$$

(5.1)

Eine **mögliche Lösung** dieser Gleichung ist eine vom Typ:

$$x = A \cdot e^{st} \quad (5.2)$$

Ersetzen (5.2) in (5.1) ergibt:

$$M \cdot s^2 \cdot A \cdot e^{st} + C \cdot s \cdot A \cdot e^{st} + K \cdot A \cdot e^{st} = 0 \quad (5.3)$$

Diese Gleichung kann umgerechnet werden als:

$$s^2 + 2 \cdot n \cdot s + \omega_n^2 = 0 \quad (5.4)$$

Mit:

$$n = \frac{C}{2M} \quad (5.5)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (5.6)$$

Mögliche Lösungen für Gleichung (5.4) sind:

$$s = -n \pm \sqrt{n^2 - \omega_n^2} \quad (5.7)$$

Es liegt auf der Hand, dass die Antwort des Systems vom numerischen Wert des Radikalen abhängt. Daher sind folgende drei Möglichkeiten zu prüfen:

$$\begin{aligned} n &= \omega_n \\ n &< \omega_n \\ n &> \omega_n \end{aligned} \quad (5.8)$$

Diese können umgeformt werden als:

$$\begin{aligned} C &= 2 \cdot \sqrt{K \cdot M} \\ C &< 2 \cdot \sqrt{K \cdot M} \\ C &> 2 \cdot \sqrt{K \cdot M} \end{aligned} \quad (5.9)$$

Die Bedingung wird als $C = 2 \cdot \sqrt{K \cdot M} = C_c$ *kritische Dämpfung bezeichnet*. In diesem Fall wird der Körper in kürzester Zeit ohne Mitschwingen ins Gleichgewicht zurückgerufen.

Das Verhältnis ξ wird als **Dämpfungsverhältnis** oder Relativdämpfung **bezeichnet**:

$$\xi = \frac{C}{C_c}$$

Wenn sie daher annehmen $n = \xi \cdot \omega_n$, kann Gleichung (5.5) geschrieben werden als:

$$C = 2 \cdot \xi \cdot \omega_n \cdot M \quad (5.10)$$

Die drei Möglichkeiten der Gleichung (5.8) können umgerechnet werden als:

$$\xi = 1$$

$$\xi < 1$$

$$\xi > 1$$

(5.11)

Betrachtet man die Bedingungen $\xi = 1$ und $\xi > 1$, kann gezeigt werden, dass es keine harmonische Lösung gibt.

Nur die Bedingung gibt eine harmonische Lösung: $\xi < 1$

Einführung der **Dämpfungs-Kreisfrequenz**:

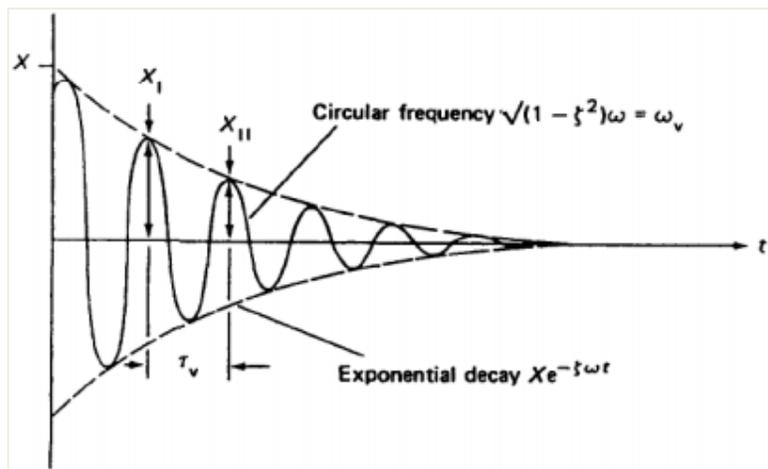
$$\omega_D = \omega_n \cdot \sqrt{1 - \xi^2}$$

die Lösung der Gleichung (5.1) kann geschrieben werden als:

$$x = e^{-\xi\omega_n t} \cdot \{A \cdot \cos(\omega_D t) + B \cdot \sin(\omega_D t)\}$$

(5.12)

In Kapitel 2 wurde diese Schwingungsgleichung durch die folgende Abbildung illustriert:



Eine praktische Methode, die Dämpfung in einem System zu bestimmen, wurde durch das **logarithmische Dekrement Λ** , d.h. den natürlichen Logarithmus des Verhältnisses von zwei beliebigen aufeinanderfolgenden Aufslagern in dieselbe Richtung, gezeigt.

$$\Lambda = \ln \frac{X_1}{X_{11}} = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}$$

(5.13)

Anmerkung:

Wie oben gezeigt, wird die Kreisfrequenz durch die Dämpfungssaktion reduziert, um die dämpfungsgeminderte Kreisfrequenz zu erhalten. In vielen Systemen dürfte diese Reduktion jedoch klein sein, weil sehr kleine Werte von ξ üblich sind; so ist z. B. in den meisten Tragwerken ξ selten größer als 0,02. Auch wenn $\xi = 0,2$; $\omega_D = 0,98\omega_n$.

Anhang B enthält Verweise für numerische Werte des Dämpfungsgrades.

11.2 Dämpfung in SCIA Engineer

In SCIA Engineer kann die Dämpfung an 1D-Elementen, 2D-Elementen und Auflagern spezifiziert werden. Die Dämpfung für jedes dieser Elemente (oder Unterkonstruktionen) wird verwendet, um einen Modaldämpfungsgrad für die gesamte Struktur für jede Eigenform zu berechnen. In der Literatur wird dies als **Verbunddämpfung beschrieben**.

Verbunddämpfung wird genutzt in teils geschraubten, teils geschweißten Stahlkonstruktionen, Stahl-Verbundstrukturen, Konstruktionen auf Baugrund, ...

Für Struktursysteme, die aus Unterkonstruktionen mit unterschiedlichen Dämpfungs-Eigenschaften bestehen, kann die Verbunddämpfungsmatrix C durch eine geeignete Überlagerung der Dämpfungsmatrizen für die einzelnen Unterkonstruktionen C_i erhalten werden:

$$C = \sum_{i=1}^N C_i \quad (5.14)$$

Mit:

C_i : die Dämpfungsmatrix für die i-Teilstruktur im globalen Koordinatensystem.
N: Anzahl der zusammengetragenen Unterkonstruktionen

✚ **Proportionaldämpfung (Rayleigh'sche Dämpfung)**

Zur Beschreibung der Dämpfung geht man davon aus, dass die Dämpfungsmatrix aus einer linearen Kombination aus Masse und Steifigkeitmatrizen besteht.

$$C_i = \alpha_i \cdot M_i + \beta_i \cdot K_i \quad (5.15)$$

Mit:

α_i und β_i : Proportionaldämpfung für i^{ten} Teil der Struktur.
M_i: Massenmatrix für den i^{ten} Teil der Struktur im globalen Koordinatensystem.
K_i: Steifigkeitsmatrix für den i^{ten} Teil der Struktur im globalen Koordinatensystem.

Formeln für diese proportionalen Dämpfungsbeiwerte finden Sie im Verweis [19].
Beispiele finden Sie im Verweis [20].

✚ **Steifigkeit gewichtete Dämpfung**

Für Strukturen oder Struktursysteme, die aus großen Unterkonstruktionen oder Komponenten mit unterschiedlichen Dämpfungscharakteristiken bestehen, können die Werte für modale Verbunddämpfung aus der elastischen Energie der Struktur ermittelt werden [8], [21]:

$$\xi_j = \frac{\sum_{i=1}^N \xi_i \cdot E_i}{E} \quad (5.16)$$

Mit:

ξ_j : Dämpfungsverhältnis der betrachteten Eigenform
E: elastische Energie der Struktur, verbunden mit der modalen Verschiebung der betrachteten Eigenform.
N: Anzahl aller Unterkonstruktionen.
 ξ_i : Dämpfungsverhältnis für den i^{ten} Unterbau
E_i: elastische Energie für den i^{ten} Teilbau, verbunden mit der modalen Verschiebung der betrachteten Eigenform.

Gleichung (5.16) kann wie folgt umgerechnet werden [19]:

$$\xi_j = \frac{\Phi_j^T \cdot \left[\sum_{i=1}^N [\xi_i K]_i \right] \cdot \Phi_j}{\omega_j^2} \quad (5.17)$$

Mit:

$[\xi_i K]_i$: Steifigkeitsmatrix für die i^{ten} Unterbaus im globalen Koordinatensystem, maßstabiert anhand des Modale Dämpfungsgrades des i^{ten} Unterbaus.

Anmerkung:

Diese Formel kann verwendet werden, solange die resultierenden Dämpfungswerte kleiner als 20 % der kritischen sind. Werden Werte von mehr als 20 % ermittelt, ist eine zusätzliche Begründung erforderlich.

Wie spezifiziert, kann in SCIA Engineer für jedes Element ein Dämpfungsverhältnis eingegeben werden. Für dieses Verhältnis kann auch die Dämpfung des Materials verwendet werden, aus dem das Element hergestellt wird.

Wenn einem Element kein Dämpfungsverhältnis zugeordnet wird, wird ein Standardwert verwendet, weil alle Elemente ein Dämpfungsverhältnis benötigen, bevor die oben genannten Formeln angewendet werden können. Die Eingabe dieses Standardwerts wird in den Beispielen angezeigt.

Analog zur Eingabe anderer Objekte in SCIA Engineer wird die **Dämpfung** für Elemente in einer **Dämpfungsgruppe** gruppiert. Diese Gruppe kann wiederum einer **Kombination von Massengruppen** zugeordnet werden.

Auflagerdämpfung

Zusätzlich zu der Dämpfung von 1D- und 2D-Elementen lässt SCIA Engineer die Eingabe einer Dämpfung an einem flexiblen Knotenaufleger zu. Das Verhältnis der Modaldämpfung ξ_j wird mit der folgenden Formel berechnet:

$$\xi_j = \alpha \cdot \frac{\Phi_{s,j}^T \cdot [\sum_s C_s] \cdot \Phi_{s,j}}{4 \cdot \omega_j} \quad (5.18)$$

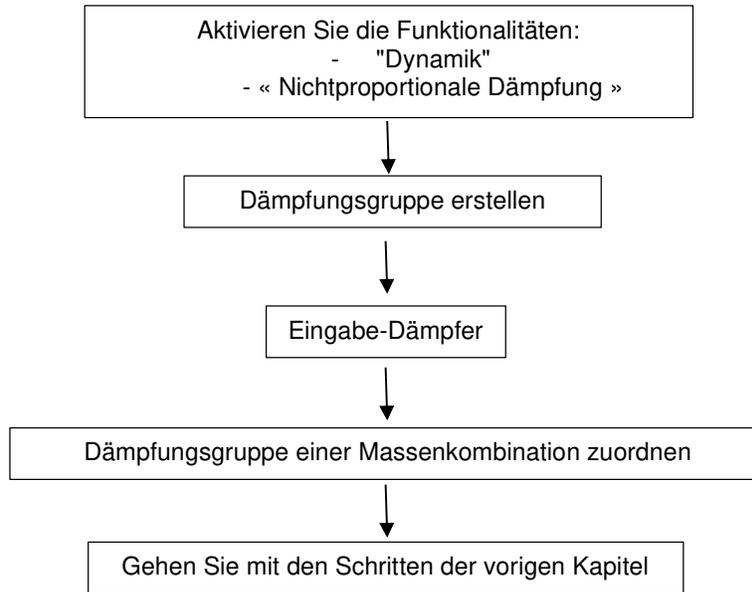
Mit:

- ω_j : Kreisfrequenz des Modus j
- $\Phi_{s,j}$: Modale Verschiebung im Auflagerknoten s für Modus j
- C_s : Dämpfungskonstante des Auflagers
- α : benutzerdefinierter Parameter (> 0)

Der Gesamt-Modaldämpfungsfaktor kann dann als Summe aus den Gleichungen (5.17) und (5.18) berechnet werden.

Wie spezifiziert, muss für alle 1D- und 2D-Elemente ein Dämpfungsverhältnis definiert werden. Bei Auflagern ist dies nicht der Fall: nicht jedes Auflager muss einen Dämpfungswert haben.

Im folgenden Diagramm wird angezeigt, wie die nichtproportionale Dämpfung in SCIA Engineer eingegeben wird:



Der Einsatz von Dämpfern und die Berechnung des Verbunddämpfungsgrades werden in den folgenden Beispielen veranschaulicht.

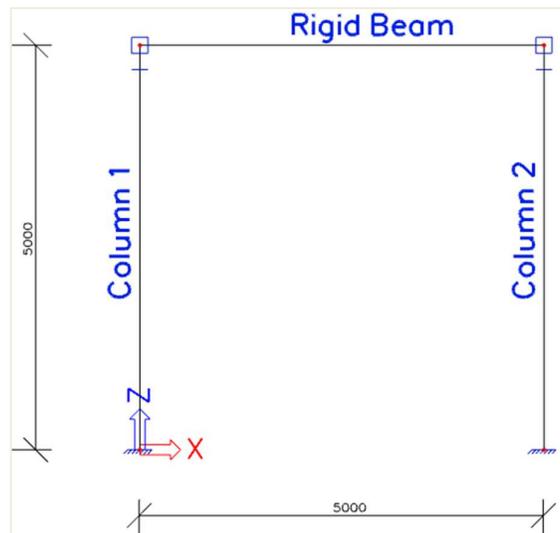
Hinweis: Die Dämpfungsfunktionalität ist nur in der 32-Bit-Version von SCIA Engineer verfügbar.

Beispiel 11-1.esa

In diesem Beispiel ist das Prinzip der gewichteten Steifigkeitsdämpfung dargestellt.

Ein Betonrahmen wird modelliert, in dem der Balken als steif angenommen wird. In diesem Fall sind nur die Stützen an der horizontalen Steifigkeit des Rahmens beteiligt.

Die linke Stütze hat einen **rechteckigen Querschnitt 500 x 500**, die rechte Stütze eine **rechteckige 350 x 350**. Die Stützenfüße sind als starr modelliert. Zum Modell des starren Trägers wird ein **rechteckiger Querschnitt von 500000 x 500000** verwendet. Damit dieser Stab als starr wirkt, werden in den Knoten zwischen den Stützen und dem Träger Auflager eingegeben, die eine starre **Verschiebung Z** und **Verdrehung Ry** haben. Die Höhe der Stützen und die Länge des Balkens werden auf **5 m** gesetzt. Alle Teile sind in **C30/37** gemäß **EC-EN** hergestellt.



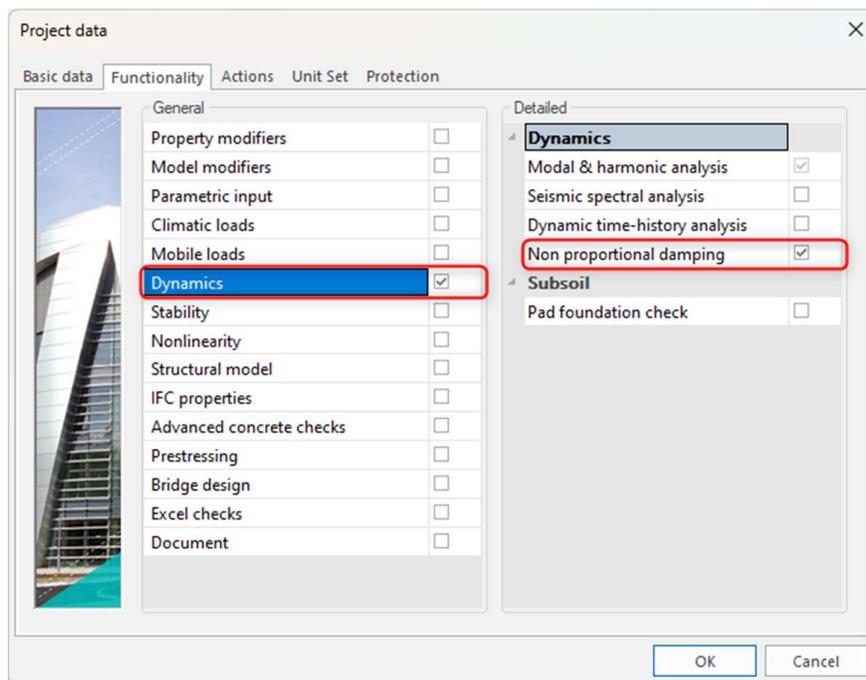
Der Träger wird mit einer Linienmasse von **500 kg/m belastet**. Die linke Stütze hat ein Dämpfungsverhältnis von **12 %**, die rechte Stütze ein Dämpfungsverhältnis von **3 %**.

Ein statischer Lastfall wird erstellt: das **Eigengewicht** des Stabs. Um das Eigengewicht jedoch nicht für die dynamische Berechnung zu berücksichtigen, kann die volumetrische Masse von **C30/37** in der **Materialbibliothek** auf $1e-10 \text{ kg/m}^3$ **festgelegt werden**. Dieser niedrige Wert wird gewählt, um Einwirkungen durch den starren Träger zu vermeiden.

Die Schritte der Berechnung für freie Schwingung werden folgen und um die Eingabe der Dämpfung erweitert.

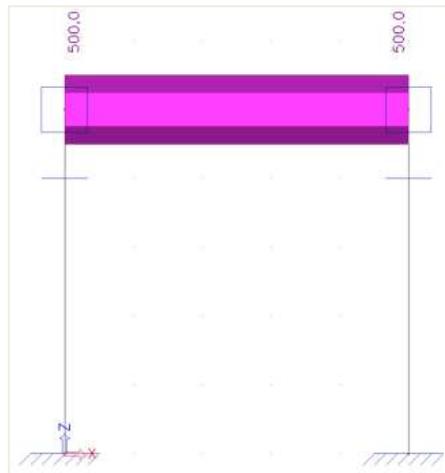
Schritt 1: Funktionalität

Der erste Schritt in der dynamischen Berechnung besteht im Aktivieren der Funktionen **Dynamik** und **nichtproportionale Dämpfung** auf der **Registerkarte Funktionalität** in den **Projektdateien**.



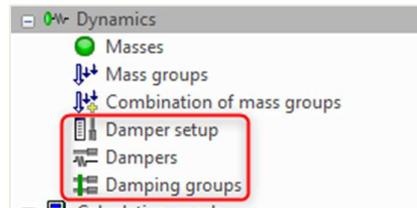
2. Schritt 2: Massengruppe und Massen

Eine **Massengruppe** wird erstellt, nach der die Linienmasse von **500 kg/m** am starren Träger eingegeben werden kann.

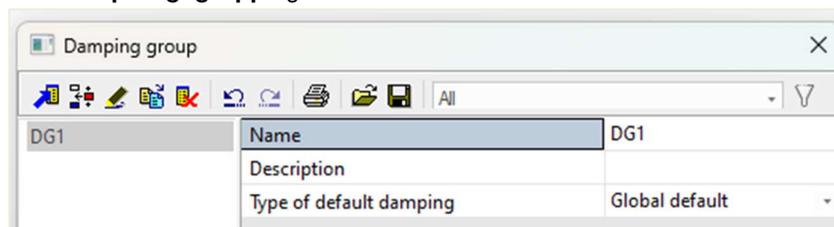


Schritt 3: Dämpfung

Vor dem Erstellen einer **Massengruppen-Kombination** werden die Dämpfer eingegeben.



Zuallererst wird eine **Dämpfungsgruppe** gebildet.

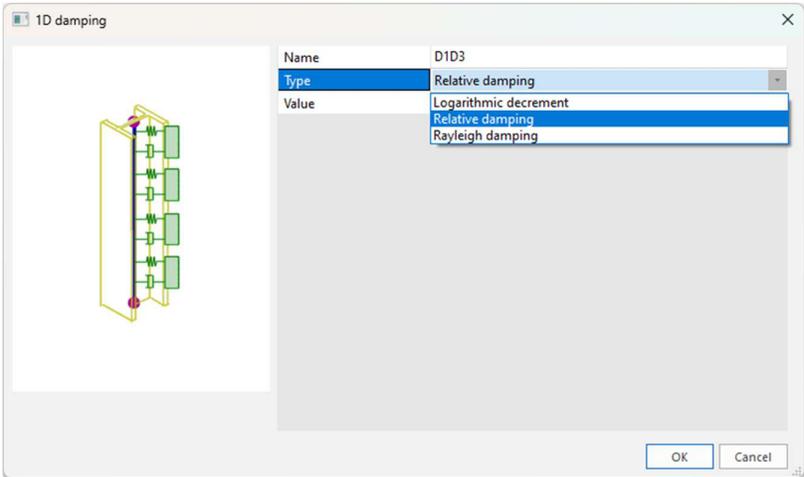


Wie in der Theorie spezifiziert, muss für jedes Element ein Dämpfungsverhältnis eingegeben werden. Wenn keine Dämpfung angegeben ist, wird ein Standardwert verwendet. In den Eigenschaften der **Dämpfungsgruppe** kann dieser Standardwert wie:

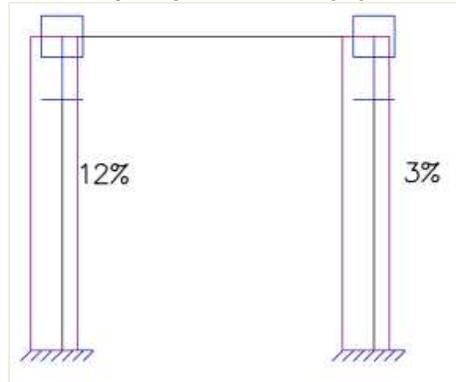
- «Globales Standard»: Das logarithmische Dekrement, das in den Dämpfungseinstellungen festgelegt ist, wird verwendet.
- «Materialstandard »: Die logarithmische Dekrement des Materials wird verwendet.

In diesem Beispiel wird der *globale Standardwert* gewählt.

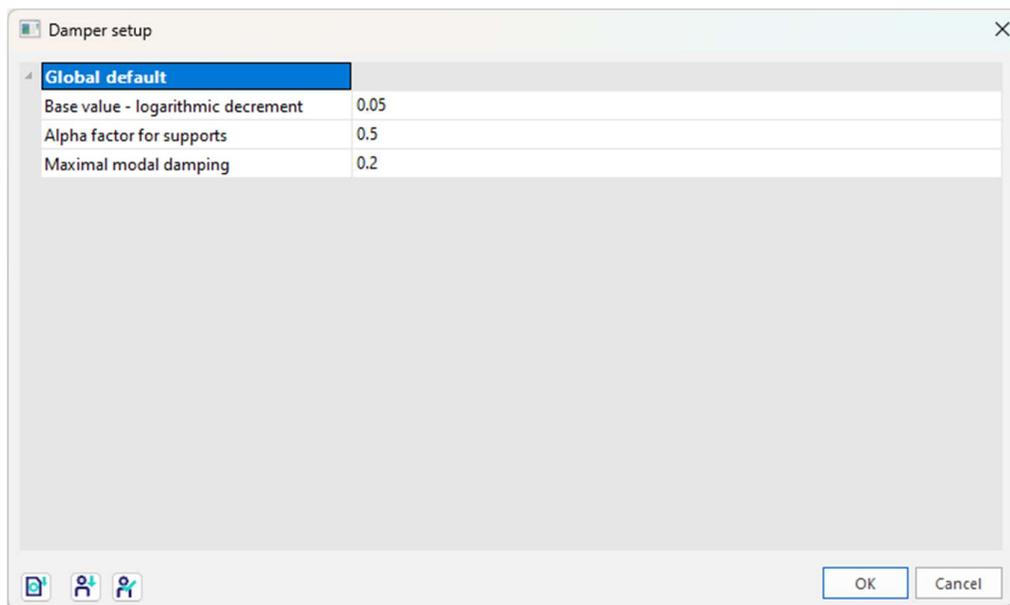
Nach der Erstellung einer **Dämpfungsgruppe** können **Dämpfer** eingegeben werden. In diesem Beispiel ist die **Eingabe der 1D-Dämpfung** an den Stützen erforderlich. Die Dämpfung kann auf die folgende Weise eingegeben werden, die in der Theorie erläutert wurden:



In der linken Stütze wird eine **Relativdämpfung** von **0,12** eingegeben.
 In der rechten Stütze wird eine **Relativdämpfung** von **0,03** eingegeben.



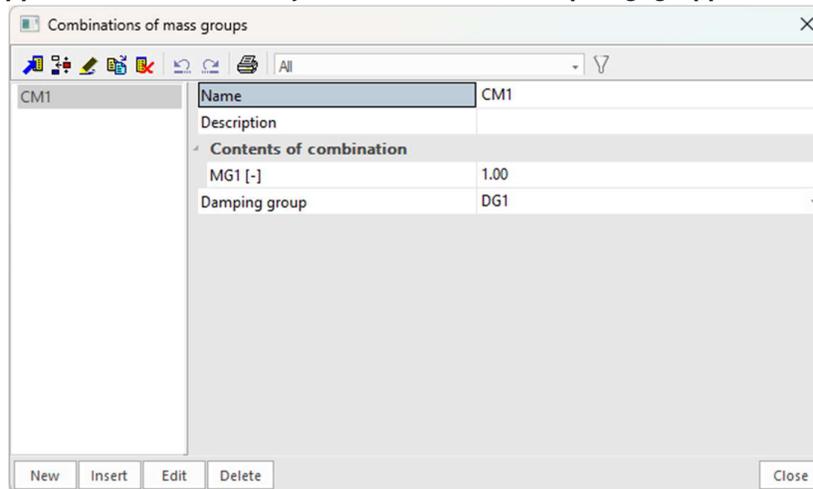
Als endgültigen Schritt können die allgemeinen Parameter durch **die Dämpfungseinstellungen** überprüft werden:



Der *Basiswert* legt den Standardwert fest, wenn eine Dämpfungsgruppe vom Typ "Globaler Standard" ausgewählt wird und wenn einem Element keine Dämpfung zugeordnet wird.
 Der *Beiwert Alpha* wird in der Dämpfungsberechnung für Auflager, wie in der Theorie spezifiziert, verwendet.
 Wenn das Verhältnis der Modaldämpfung für Verbund ermittelt wird, wird der Wert mit dem hier *einggegebenen Wert für höchstzulängliche Modaldämpfung* überprüft. Wenn der berechnete Wert größer als der Höchstwert ist, wird der Höchstwert verwendet. In diesem Beispiel wird der Höchstwert gemäß **der Bemerkung für Formel (5.17)** auf 0,2 festgelegt.

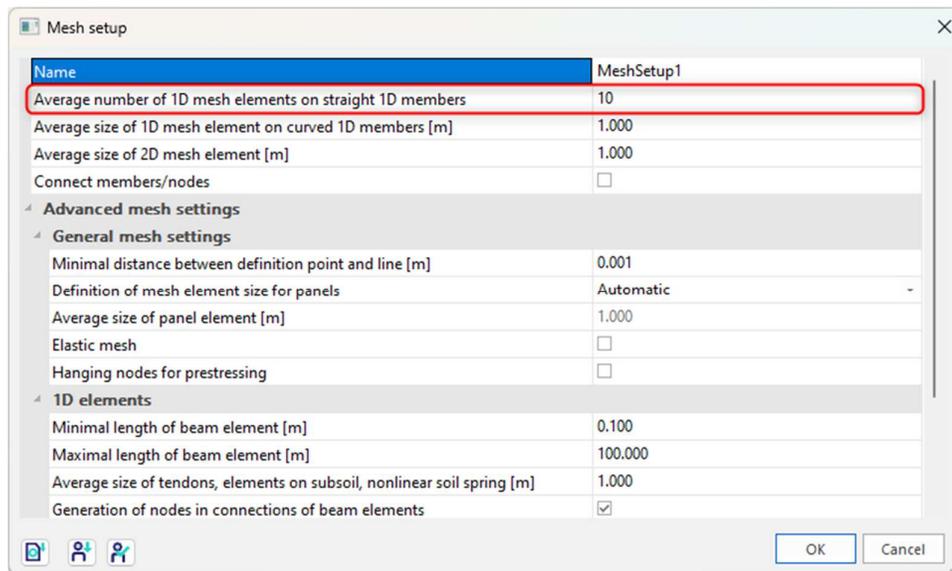
Schritt 4: Massenmatrix

Eine **Massengruppen-Kombination** kann jetzt erstellt und die **Dämpfungsgruppe** kann spezifiziert werden:



5. Schritt 5: FE-Netz einstellen

Um genaue Ergebnisse für die dynamische Berechnung zu erhalten, wurde das FE-Netz verfeinert. Dies kann über das Hauptmenü **Werkzeuge / Berechnung & FE-Netz- / Netzeinstellungen** vorgenommen werden:

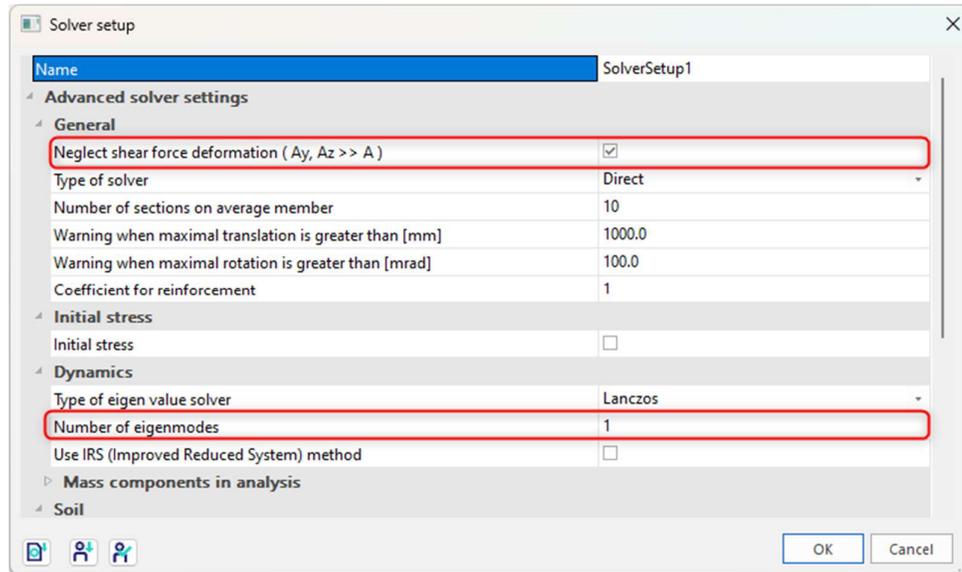


Die **mittlere 2D-Teilanzahl eines 1D-Elements** ist auf **10 festgelegt**.

Schritt 6: Einstellung des Rechenkernes

Der letzte Schritt vor dem Starten der Berechnung ist das Festlegen der Menge der Eigenformen, die berechnet werden sollen. Für dieses Beispiel ist nur ein Eigenmodus erforderlich, daher im Hauptmenü **Werkzeuge / Berechnung & Netz / Rechenkerneinstellungen** die Anzahl der Frequenzen auf **1 festgelegt**.

Zum Vergleichen der Ergebnisse mit einer manuellen Berechnung wird die **Querkraftverformung** vernachlässigt.



7. Schritt 7: Lineare Berechnung und Rechenprotokoll

Alle Schritte wurden ausgeführt, damit die Berechnung der **freien Schwingung** über das Hauptmenü **Werkzeuge / Berechnung & Netz / Ermitteln** gestartet werden kann.

Die folgenden Ergebnisse erhalten wir durch das Berechnungsprotokoll für die Berechnung der **Eigenfrequenzen**:

Sum of masses			
[kg]	X	Y	Z
Combination of mass groups 1	2500.00	0.00	2250.00

Relative modal masses										
Mode	Omega [rad/s]	Period [s]	Freq. [Hz]	Wxi / Wxtot	Wyi / Wytot	Wzi / Wztot	Wxi_R / Wxtot_R	Wyi_R / Wytot_R	Wzi_R / Wztot_R	Damp ratio
1	89.0864	0.0705	14.1785	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.1026
				1.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	

Der berechnete Modaldämpfungsgrad wird mit **0,1026** oder **10,26% angegeben**.

Schritt 8: manuelle Berechnung

Zur Überprüfung der Ergebnisse von SCIA Engineer wird eine manuelle Berechnung ausgeführt. Zunächst wird die berechnete Eigenfrequenz nach Formel (2.3) kontrolliert. In diesem Beispiel können die beiden Stützen als starre Träger behandelt werden. Mithilfe der Standard-Berechnungstabellen [12] trägt jede Stütze die folgende Steifigkeit zum Rahmen bei:

$$k = \frac{12 \cdot EI}{L^3} \tag{5.19}$$

Mit für Stütze 1:

$$E = 32000\text{N/mm}^2$$

$$I = 520830000\text{mm}^4$$

$$L = 5000\text{mm}$$

Und für Stütze 2:

$$E = 32000\text{N/mm}^2$$

$$I = 1250500000\text{mm}^4$$

$$L = 5000\text{mm}$$

Also:

$$k_1 = \frac{12 * \frac{32000\text{N}}{\text{mm}^2} * 520830000\text{mm}^4}{(5000\text{mm})^3} = 15999,8976\text{N/mm}$$

$$k_2 = \frac{12 * \frac{32000\text{N}}{\text{mm}^2} * 1250500000\text{mm}^4}{(5000\text{mm})^3} = 3841,536\text{N/mm}$$

Beide Stützen wirken parallel, da jede Stütze den gleichen Betrag verdrängt, weil der Träger starr ist. Der Träger biegt sich nicht und trägt daher nicht zur Steifigkeit bei.

$$k_{\text{tot}} = k_1 + k_2 = \frac{15999,8976\text{N}}{\text{mm}} + \frac{3841,536\text{N}}{\text{mm}} = \frac{19841,4336\text{N}}{\text{mm}}$$

Die schwingende Masse wird berechnet als:

$$\frac{500\text{kg}}{\text{m}} * 5\text{m} = 2500\text{kg}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{19841433,6\text{N/m}}{2500\text{kg}}} = 89,087\text{rad/s}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 14,1787\text{Hz}$$

Diese Ergebnisse entsprechen genau den Ergebnissen von SCIA Engineer.

Im nächsten Schritt wird das Verhältnis der gewichteten Steifigkeit ermittelt. Die erste Stütze hat ein Dämpfungsverhältnis von **12%**, die zweite Stütze ein Dämpfungsverhältnis von **3%**.

Mit dem elastischen Energieprinzip der Formel (5.16) kann der Modaldämpfungsgrad wie folgt ermittelt werden:

$$\xi = \frac{\xi_1 \cdot k_1 + \xi_2 \cdot k_2}{k_{\text{tot}}}$$

$$\xi = \frac{(0,12 * 15999,8976\text{N/mm}) + (0,03 * 3841,536\text{N/mm})}{19841,4336\text{N/mm}}$$

$$\xi = 0,1026 = 10,26\%$$

Dieses Ergebnis entspricht genau dem Ergebnis von SCIA Engineer.

Das Verhältnis der Modaldämpfung kann jetzt zur Berechnung des Dämpfungsbeiwerts in einer Erdbebenberechnung verwendet werden. Dies wird in den folgenden Beispielen illustriert.

Beispiel 11-2.esa

In diesem Beispiel wird die nichtproportionale Dämpfung in einer Erdbebenberechnung unter Verwendung der modale Kombinationsmethode im GZT berücksichtigt. Hierzu wird das Beispiel (04-2) aus dem vorigen Kapitel um Dämpfer erweitert.

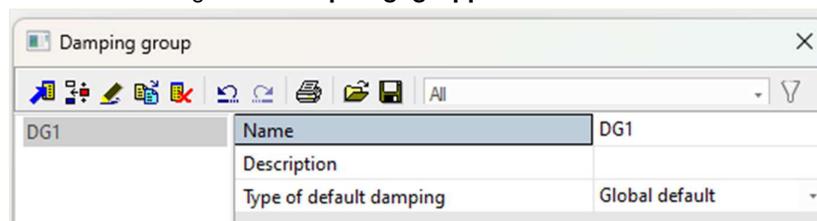
Genauer gesagt, an den drei Stützen wird beginnend bei der Basis **der Struktur eine relative Dämpfung** von 12 %, 3 % und 8 % eingegeben.

Schritt 1: Funktionalität

Der erste Schritt zur Berücksichtigung der Dämpfung besteht im Aktivieren der Funktion **nichtproportionalen Dämpfung** auf der **Registerkarte Funktionalität** in den **Projektdatei**.

2. Schritt: Dämpfungsgruppe

Der zweite Schritt ist die Schaffung einer **Dämpfungsgruppe**.



Da auf alle Elemente eine Dämpfung eingegeben wird, ist die Wahl des standardmäßigen Dämpfungstyps nicht relevant.

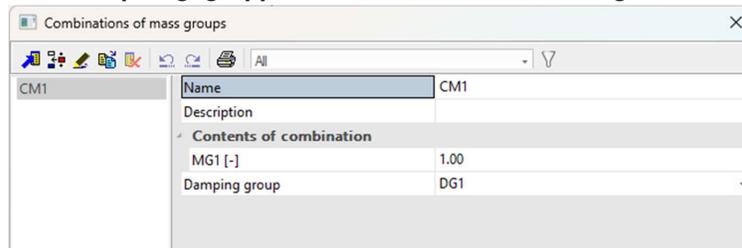
Schritt 3: Dämpfer

Nach der Erstellung einer **Dämpfungsgruppe** können **Dämpfer** eingegeben werden. Eine relative Dämpfung von 12 %, 3 % und 8 % wird an den drei Stützen eingegeben, beginnend bei der Basis des Tragwerks:



Schritt 4: Massenmatrix

Als letzter Schritt wird die **Dämpfungsgruppe** der **Massenkombination** zugeordnet:



5. Schritt: Lineare Berechnung und Rechenprotokoll

Die nichtproportionale Dämpfung wurde jetzt eingegeben, damit die **lineare Berechnung** neu ausgeführt werden kann, um die Erdbebenergebnisse anzuzeigen.

Die folgenden Ergebnisse erhalten wir durch das **Berechnungsprotokoll** der **linearen Berechnung**:

Dynamic loadcase: 2 : LC2

Mode	Freq. [Hz]	Damp ratio	Damp coe	Sax [m/s ²]	Say [m/s ²]	Saz [m/s ²]	G(j)	Fx [kN]	Fy [kN]	Mx [kNm]	My [kNm]
1	0.5253	0.0996	0.8176	0.1650	0.0000	0.0000	0.5001	0.1799	0.0000	0.0000	-1.7990
2	3.4262	0.0711	0.9086	0.3980	0.0000	0.0000	0.0154	0.1287	0.0000	0.0000	-0.3717
Level=	0.00							0.22	0.00	0.00	1.84

Für beide Eigenformen wird das Verhältnis der modalen **Dämpfung für Verbund** anhand der Gleichung (5.17) berechnet.

Wie im vorigen Kapitel spezifiziert, wird dieses Dämpfungsverhältnis zur Berechnung des **Dämpfungsbeiwerts verwendet**, der die spektralen Beschleunigungen beeinflusst. Mittels Gleichung (4.13):

$$\eta_1 = \sqrt{\frac{10}{(5 + 9,96)}} = 0,8176$$

$$\eta_2 = \sqrt{\frac{10}{(5 + 7,11)}} = 0,9087$$

Da die Modaldämpfungsverhältnisse größer als die im Beschleunigungsspektrum verwendeten Standardwerte 5 % sind, werden sie sich erwartungsgemäß positiv auswirken und somit die Antwort der Struktur verringern.

Genauer gesagt, für die erste Eigenform werden nur **81,7%** der Spektralbeschleunigung und für den zweiten Eigenmodus **90,8% berücksichtigt**.

Die Spektralbeschleunigungen des Originalbeispiels ohne Dämpfung können also multipliziert werden mit η :

$$\begin{aligned} S_{ax}(1) &= 0,2019 \text{ m/s}^2 * 0,8176 = 0,1651 \text{ m/s}^2 \\ S_{ax}(2) &= 0,4380 \text{ m/s}^2 * 0,9087 = 0,3980 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

Diese angepassten Spektralbeschleunigungen beeinflussen somit die Eigenformenbeiwerte, den Basisschub, das Kippmoment, die Knotenverschiebungen und Beschleunigungen,...

Beispiel 11-3.esa:

In diesem Beispiel wird die nichtproportionale Dämpfung in einer Erdbebenberechnung unter Verwendung der CQC-Methode für modale Kombinationen berücksichtigt. Hierzu ist das Beispiel **Spectral_Analysis_3.esa** aus dem vorigen Kapitel um Dämpfer erweitert.

Genauer gesagt, an den drei Stützen wird beginnend bei der Basis **der Struktur eine relative Dämpfung** von 2 %, 5 % und 2 % eingegeben.

Wie aus der Theorie und dem ursprünglichen Beispiel gezeigt wurde, erforderte die CQC-Methode die Definition eines **Dämpfungsspektrums**. Dieses Dämpfungsspektrum wurde für die Berechnung der **Modalen Kreuzkorrelationsbeiwerte** und für die Berechnung des **Dämpfungsbeiwerts** für jede Form verwendet.

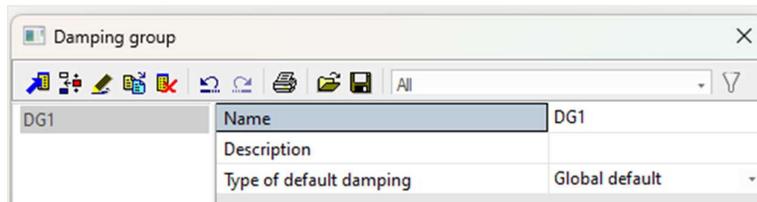
Wenn jedoch nichtproportionale Dämpfung verwendet wird, werden die berechneten Verbund-Modaldämpfungsverhältnisse *anstelle* der Daten des Dämpfungsspektrums verwendet. Dies ist in diesem Beispiel illustriert.

Schritt 1: Funktionalität

Der erste Schritt zur Berücksichtigung der Dämpfung besteht im Aktivieren der Funktion **nichtproportionalen Dämpfung** auf der **Registerkarte Funktionalität** in den **Projektdateien**.

2. Schritt: Dämpfungsgruppe

Der zweite Schritt ist die Schaffung einer **Dämpfungsgruppe**:



Da auf alle Elemente eine Dämpfung eingegeben wird, ist die Wahl des standardmäßigen Dämpfungstyps nicht relevant.

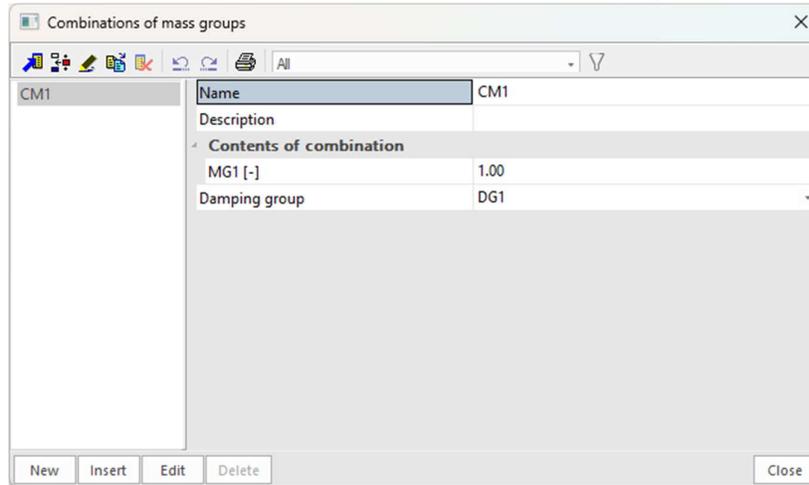
Schritt 3: Dämpfer

Nach der Erstellung einer **Dämpfungsgruppe** können **Dämpfer** eingegeben werden. Eine relative Dämpfung von 2 %, 5 % und 2 % wird an den drei Stützen eingegeben, beginnend bei der Basis der Struktur:



Schritt 4: Massenmatrix

Als letzter Schritt wird die **Dämpfungsgruppe** der **Massenkombination** zugeordnet:



5. Schritt: Lineare Berechnung und Rechenprotokoll

Die nichtproportionale Dämpfung wurde jetzt eingegeben, damit die **lineare Berechnung** neu ausgeführt werden kann, um die Erdbebenergebnisse anzuzeigen.

Die folgenden Ergebnisse erhalten wir durch das **Berechnungsprotokoll** der **linearen Berechnung**:

Dynamic loadcase: 2 : LC2

Mode	Freq. [Hz]	Damp ratio	Damp coe	Sax [m/s ²]	Say [m/s ²]	Saz [m/s ²]	G(j)	Fx [kN]	Fy [kN]	Mx [kNm]	My [kNm]
1	0.5253	0.0265	1.1432	0.2307	0.0000	0.0000	0.6993	0.2516	0.0000	0.0000	-2.5154
2	3.4262	0.0330	1.0979	0.4809	0.0000	0.0000	0.0187	0.1556	0.0000	0.0000	-0.4491
Level=	0.00							0.30	0.00	0.00	2.56

Im originalen Beispiel wurde ein Dämpfungsspektrum mit einem konstanten Dämpfungsverhältnis von **2 %** verwendet. Aufgrund der eingegebenen Dämpfer werden nun die berechneten Verbund-Modaldämpfungsverhältnisse von **2,64%** und **3,30%** verwendet.

Mit Gleichung (4.13) können die **Dämpfungsbeiwerte** ermittelt werden:

$$\eta_1 = \sqrt{\frac{10}{(5 + 2,65)}} = 1,1432$$

$$\eta_2 = \sqrt{\frac{10}{(5 + 3,30)}} = 1,0976$$

Wie im originalen Beispiel sind die Dämpfungsverhältnisse kleiner als die standardmäßigen 5%, die im Beschleunigungsspektrum verwendet werden, was sich negativ auf die Antwort der Struktur auswirkt.

Da die berechneten Dämpfungsverhältnisse größer als die ursprünglichen 2% sind, wird die Antwort im Vergleich zum originalen Beispiel weniger.

Zweitens werden die berechneten Verbund-Modaldämpfungsverhältnisse für die Berechnung der **Modal-Kreuzkorrelationsbeiwerte** des **CQC-Verfahrens** verwendet.

Dies wird in einer manuellen Berechnung illustriert.

Schritt 6: manuelle Berechnung

In diesem Absatz wird die Anwendung des **CQC-Verfahrens** unter Verwendung der berechneten Verbund-Modale Dämpfungsverhältnisse für die globale Antwort des Basisschubs veranschaulicht.

Modus 1:

$$\begin{aligned}\omega_{(1)} &= 3,3007\text{rad/s} \\ F_{(1)} &= 0,2701\text{kN}\end{aligned}$$

Modus 2:

$$\begin{aligned}\omega_{(2)} &= 21,5192\text{rad/s} \\ F_{(2)} &= 0,1629\text{kN}\end{aligned}$$

Unter Verwendung einer Tabelle werden die Beiwerte für die Modale Kreuzkorrelation $\rho_{i,j}$ mit einem Dämpfungsverhältnis von $\xi_{i,j}$ **2,64%** für den ersten Eigenmodus und **von 3,30%** für den zweiten Eigenmodus berechnet.

Modus	1	2
1	1	0,00055202
2	0,00055202	1

$$R_{\text{tot}} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N R_{(i)} \cdot \rho_{i,j} \cdot R_{(j)}}$$

$$R_{\text{tot}} = \sqrt{(0,2701\text{kN} * 1 * 0,2701\text{kN}) + (0,2701\text{kN} * 0,00055202 * 0,1629\text{kN}) + (0,1629\text{kN} * 0,00055202 * 0,2701\text{kN}) + (0,1629\text{kN} * 1 * 0,1629\text{kN})}$$

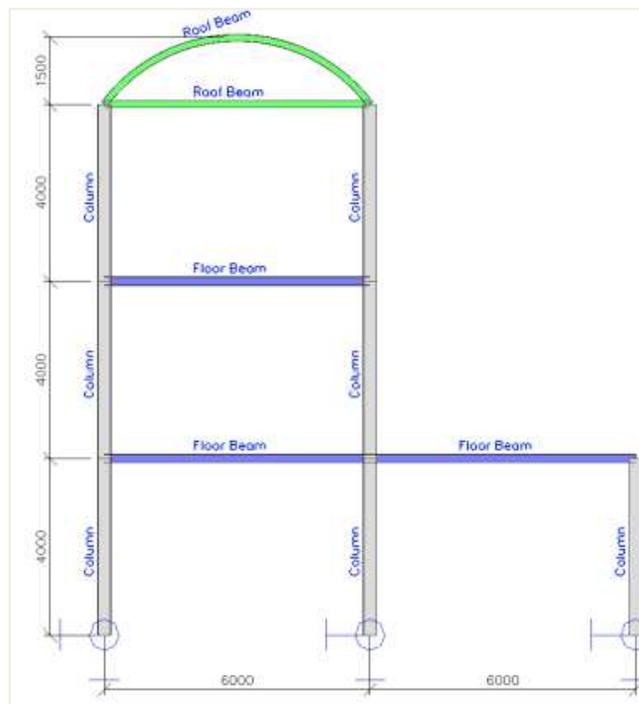
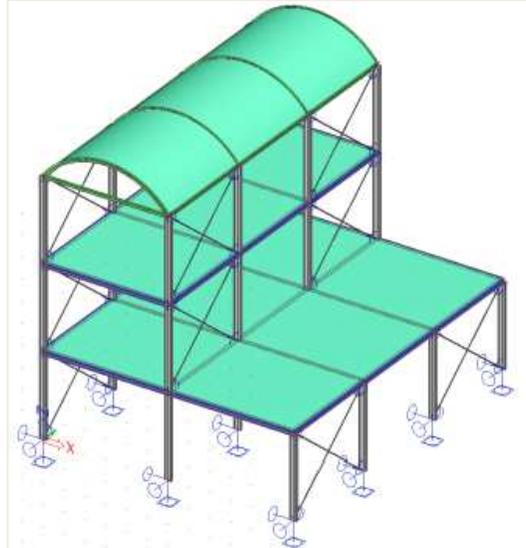
$$R_{\text{tot}} = 0,315\text{kN}$$

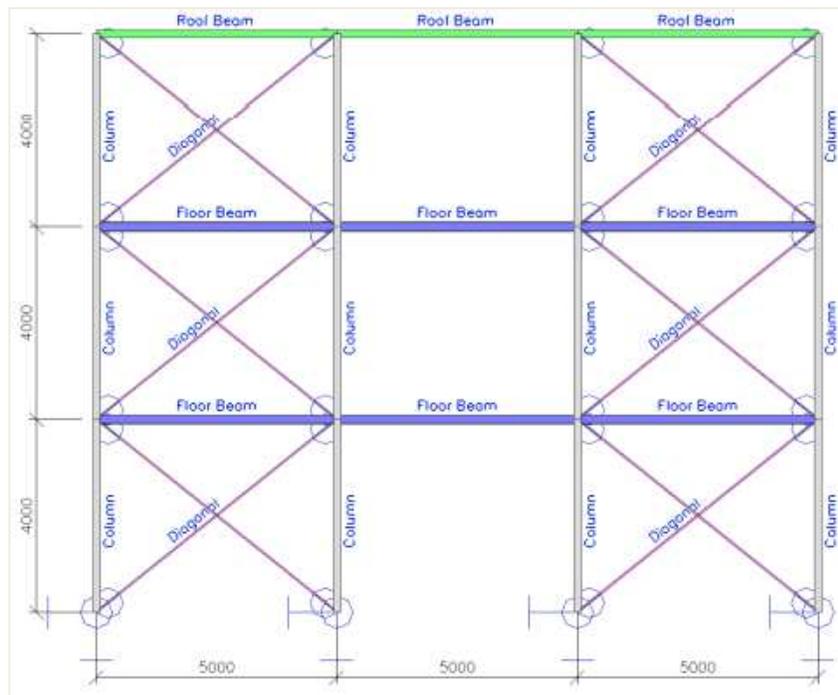
Die Differenz zwischen diesen Korrelationsbeiwerten und dem Original ist sehr klein, was zu erwarten war, da die berechneten Dämpfungsverhältnisse nahe an den ursprünglichen 2 % liegen.

Beispiel 11-4.esa

In diesem Beispiel wird eine Erdbebenanalyse auf einem Lagerdepot ausgeführt. Das Layout der Struktur ist in den Bildern unten angegeben. Das Depot ist mit Stahlbauteilen aus **S235** gemäß **EC-EN** gebaut. Auf dem oberen Dach wird eine Stahlschale mit einer Dicke **von 20 mm** verwendet.

In jeder Deckenebene werden Betonplatten mit einer Dicke **von 200 mm** verwendet. Die Platten sind in **C25/30** nach **EC-EN** hergestellt.





Die Diagonalen sind in beide Richtungen gelenkig. Die Stützenfüße sind ebenfalls **gelenkig**, obwohl die Anker so angeordnet sind, dass die Verdrehung um die **z-Achse** als starr angenommen wird.

Die Stahlteile des Depots haben folgende Querschnitte:

- Stützen: **IPE300**
- Deckenbalken: **HE200A**
- Dachbalken: **IPE160**
- Diagonalen: **L(ARC) 40x40x4**

Die vertikalen Lasten, die auf die Struktur wirken, sind:

- Lastfall 1: **Eigengewicht** des Depots
- Lastfall 2: Zwängungslast der Kategorie E (Lager) von **5 kN/m²** auf allen Deckenplatten

Die Struktur wird einer Erdbebenlast in **X**-, **Y**- und **Z**-Richtung ausgesetzt sein, wobei ein Bemessungs-Antwortspektrum nach dem Eurocode 8 für Bodentyp **A** mit einem Verhaltensbeiwert von **1,5 verwendet wird**. Das bedeutet, dass das Spektrum für die Schnittgrößen durch diesen Wert geteilt wird. Der Beschleunigungsbeiwert ist **0,50**.

Für die dynamische Berechnung wird die Strukturdämpfung des Depots berücksichtigt. Genauer gesagt wird ein **logarithmisches Dekrement** von **0,025** für Stahl und **0,056** für Beton verwendet [22].

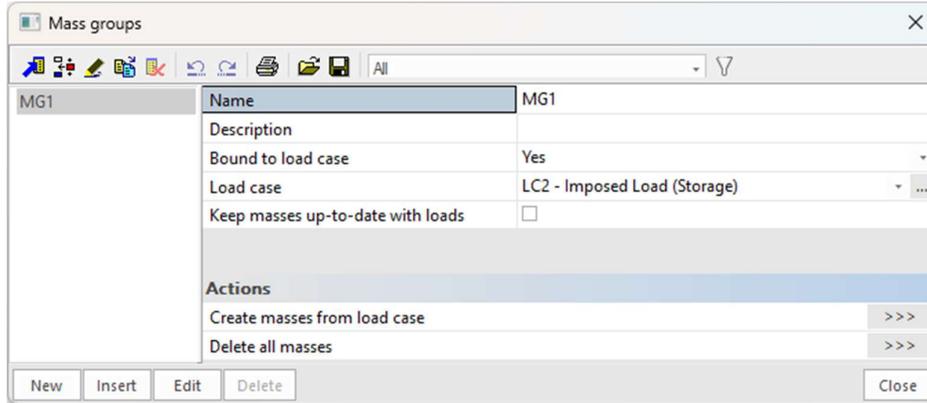
Schritt 1: Funktionalität

Der erste Schritt zur Berücksichtigung der Dämpfung besteht im Aktivieren der Funktion **nichtproportionalen Dämpfung** auf der **Registerkarte Funktionalität** in den **Projektdaten**.

2. Schritt 2: Massengruppe und Massen

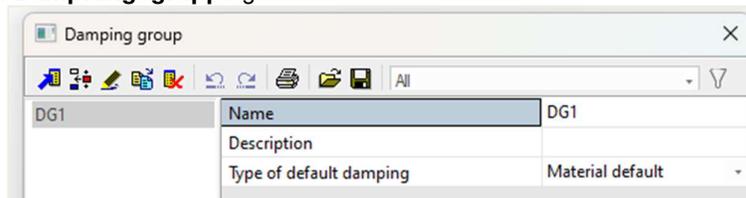
Der zweite Schritt ist das Erstellen **von Massengruppen** und dann die Schaffung von **Massen**. Da das Eigengewicht automatisch in einer **Kombination von Massengruppen** berücksichtigt wird, wird hier nur eine **Massengruppe** erstellt, eine Gruppe zur Berücksichtigung der Masse der Zwangslast.

Mit der Aktion "Massen aus Lastfall bilden" werden automatisch Massen aus den bereits eingegebenen Lasten generiert.



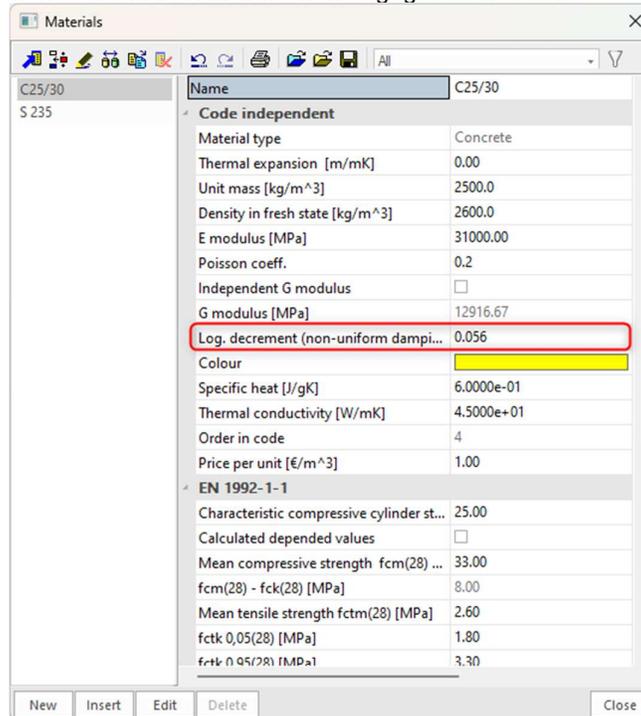
3. Schritt 3: Dämpfungsgruppen

Vor dem Erstellen einer **Massengruppen-Kombination** wird die Dämpfung angegeben. Zuerst wird eine **Dämpfungsgruppe** gebildet.



Da in diesem Beispiel die Strukturdämpfung von Stahl und Beton berücksichtigt wird, wird der *Typ der Standarddämpfung* auf **Materialstandard** gesetzt. Auf diese Weise wird, wenn einem Element keine Dämpfung eingegeben wird, der standardmäßige Dämpfungswert des Materials verwendet.

Die Dämpfungswerte können in der **Materialbibliothek** angegeben werden:



Für den Beton wird eine logarithmische Dekrement von **0,056** eingegeben, für den Stahl ein Wert von **0,025**.

Schritt 4: Massenmatrix

Die Massengruppe und die Dämpfungsgruppe können jetzt in einer Kombination von Massengruppen kombiniert werden.

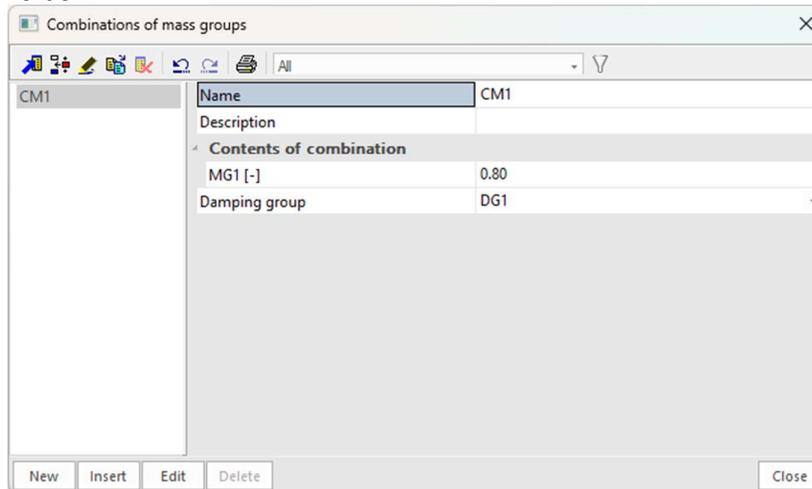
Wie in Formel (2.9) spezifiziert, müssen alle Schwerlasten, die in der folgenden Einwirkungskombination auftreten, für die Berechnung de Eigenform berücksichtigt werden:

$$\sum G_k + \sum \psi_{E,i} \cdot Q_{k,i}$$

Für dieses Beispiel mit einer **Last** der Kategorie E φ als **1,0** und $\psi_{2,i}$ als **0,8**.

Dies ergibt einen Wert von **0,8** für $\psi_{E,i}$

Da das Eigengewicht automatisch berücksichtigt wird, kann die Massengruppen-Kombination **CM1** als 0,80 MG1 **formuliert werden:**

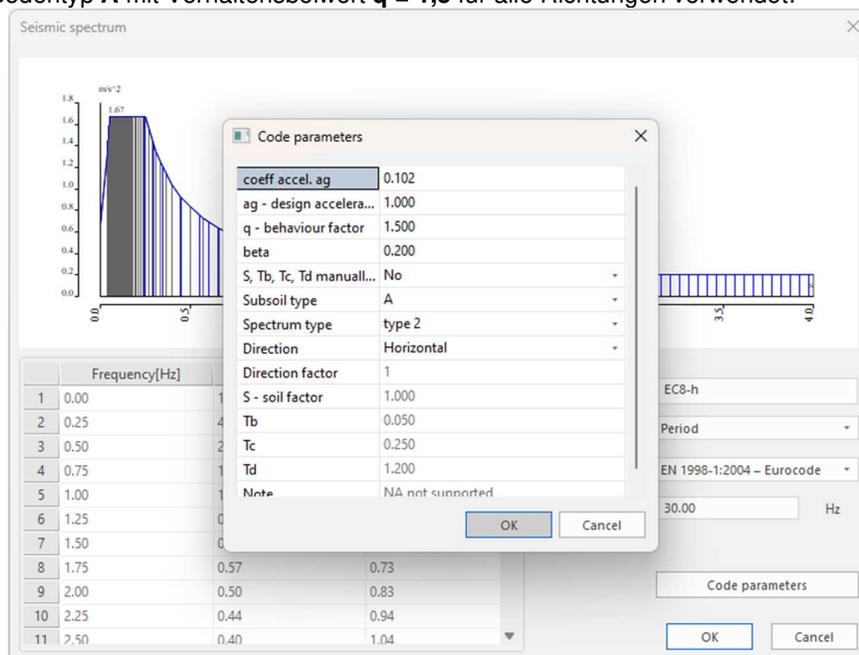


Als letzter Schritt wird die **Dämpfungsgruppe** den **Massengruppen-Kombinationen** zugeordnet.

Schritt 5: Erdbebenspektrum

Vor dem Erstellen von Erdbeben-Lastfällen muss das Erdbebenspektrum über die Hauptmenübibliothek **Erdbebenspektren** definiert werden.

Statt ein Spektrum manuell einzugeben, wird das Spektrum gemäß EC8 gewählt. In diesem Beispiel wird das Spektrum für Bodentyp **A** mit Verhaltensbeiwert **q = 1,5** für alle Richtungen verwendet:



Schritt 6: Erdbeben-Lastfall

Die Erdbebenlastfälle können jetzt über die Arbeitsstation "**Lastfälle**" und "**Lastfälle**" definiert werden. Für den Erdbebenlastfall in **Richtung X** werden die folgenden Parameter verwendet:

Name	LC3
Description	Seismic X
Action type	Variable
Load group	LG3
Load type	Dynamic
Specification	Seismicity
Parameters	
Direction X	
Direction X	<input checked="" type="checkbox"/>
Response spectrum X	EC8-h
Factor X	1
Direction Y	
Direction Y	<input type="checkbox"/>
Direction Z	
Direction Z	<input type="checkbox"/>
Acceleration factor	0.5
Overtuning reference level [m]	0.000
Equivalent lateral forces	
ELF method	Disabled
Accidental eccentricity	
Method	Disabled
Modal superposition	
Type of superposition	CQC
Damping spectrum	CQC1
Multiple eigenshapes	
Unify eigenshapes	<input type="checkbox"/>
Mode filtering	
Mode filtering	Disabled
Mass in analysis	Participating mass only
Signed results	
Predominant mode	<input type="checkbox"/>
Master load case	None
Combination of mass groups	CM1
Stage for composite analysis model	Final stage, short term

Der **Beschleunigungsbeiwert** ist auf **0,5** festgelegt. Als Auswertungstyp wird das **CQC-Verfahren** verwendet.

Genau auf die gleiche Weise werden die Erdbeben-Lastfälle in **Y- und Z-Richtung** definiert:

Name	LC4
Description	Seismic Y
Action type	Variable
Load group	LG3
Load type	Dynamic
Specification	Seismicity
Parameters	
Direction X	
Direction X	<input type="checkbox"/>
Direction Y	
Direction Y	<input checked="" type="checkbox"/>
Response spectrum Y	EC8-h
Factor Y	1
Direction Z	
Direction Z	<input type="checkbox"/>
Acceleration factor	0.5
Overturning reference level [m]	0.000
Equivalent lateral forces	
ELF method	Disabled
Accidental eccentricity	
Method	Disabled
Modal superposition	
Type of superposition	CQC
Damping spectrum	CQC1
Multiple eigenshapes	
Unify eigenshapes	<input type="checkbox"/>
Mode filtering	
Mode filtering	Disabled
Mass in analysis	Participating mass only
Signed results	
Predominant mode	<input type="checkbox"/>
Master load case	None
Combination of mass groups	CM1
Stage for composite analysis model	Final stage, short term

Name	LC5
Description	Seismic Z
Action type	Variable
Load group	LG3
Load type	Dynamic
Specification	Seismicity
Parameters	
Direction X	
Direction X	<input type="checkbox"/>
Direction Y	
Direction Y	<input type="checkbox"/>
Direction Z	
Direction Z	<input checked="" type="checkbox"/>
Response spectrum Z	EC8-v
Factor Z	1
Acceleration factor	0.5
Overturning reference level [m]	0.000
Equivalent lateral forces	
ELF method	Disabled
Accidental eccentricity	
Method	Disabled
Modal superposition	
Type of superposition	CQC
Damping spectrum	CQC1
Multiple eigenshapes	
Unify eigenshapes	<input type="checkbox"/>
Mode filtering	
Mode filtering	Disabled
Mass in analysis	Participating mass only
Signed results	
Predominant mode	<input type="checkbox"/>
Master load case	None
Combination of mass groups	CM1
Stage for composite analysis model	Final stage, short term

Diese Schritte müssen für Lastfälle wiederholt werden, die die Verformungen definieren (Verhaltensbeiwert q ist unterschiedlich).

Notizen:

Für den Lastfall Erdbeben Z muss ein neues Spektrum mit Typ vertikal definiert werden.

Drei weitere EN-Erdbeben-Lastfälle müssen definiert werden: die ersten 3 sind für Schnittgrößen und 3 neue (mit q-Verhaltensbeiwert 1) für die Verformung. Jede Lastfallgruppe muss eine Lastgruppe mit Typ "Erdbeben" & "additiv" erhalten und sie muss in separate Kombinationen platziert werden.

Gemäß Eurocode 8 [7] können die Einwirkungen infolge der Kombination der horizontalen Komponenten der Erdbebeneinwirkung mit den folgenden Kombinationen berechnet werden:

$$\begin{aligned}
 & E_{Edx} + "0,3. E_{Edy} + "0,3. E_{Edz} \\
 & 0,3. E_{Edx} + "E_{Edy} + "0,3. E_{Edz} \\
 & 0,3. E_{Edx} + "0,3. E_{Edy} + "E_{Edz}
 \end{aligned}$$

Wo:

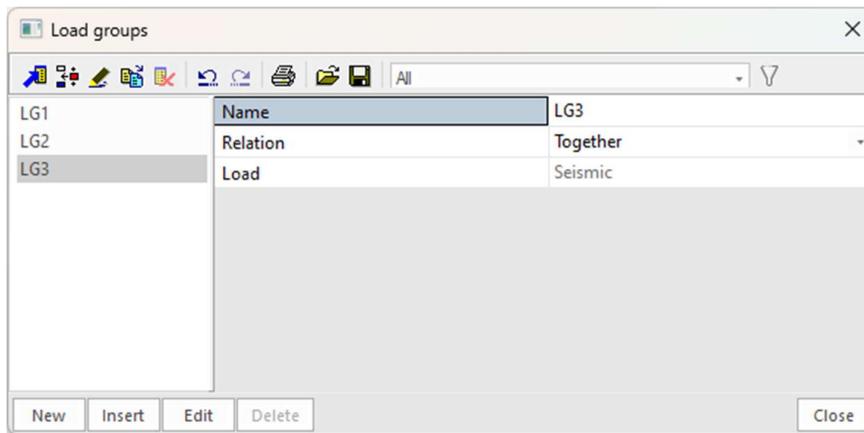
« + » impliziert « zu kombinieren mit ».

EEdx repräsentiert die Einwirkungen infolge der Anwendung der Erdbebenaktion entlang der gewählten horizontalen Achse x der Struktur.

EEdy repräsentiert die Einwirkungen infolge der Anwendung der Erdbebenaktion entlang der gewählten horizontalen Achse y der Struktur.

EEdz repräsentiert die Einwirkungen infolge der Anwendung der Erdbebenaktion entlang der gewählten horizontalen Achse z der Struktur.

Zuallererst impliziert dies, dass alle Lastfälle immer zusammen in einer Kombination berücksichtigt werden müssen. Dies kann in SCIA Engineer dadurch erreicht werden, dass beide Erdbeben-Lastfälle in eine **Lastgruppe** mit gleichzeitiger Beziehung gesetzt werden.

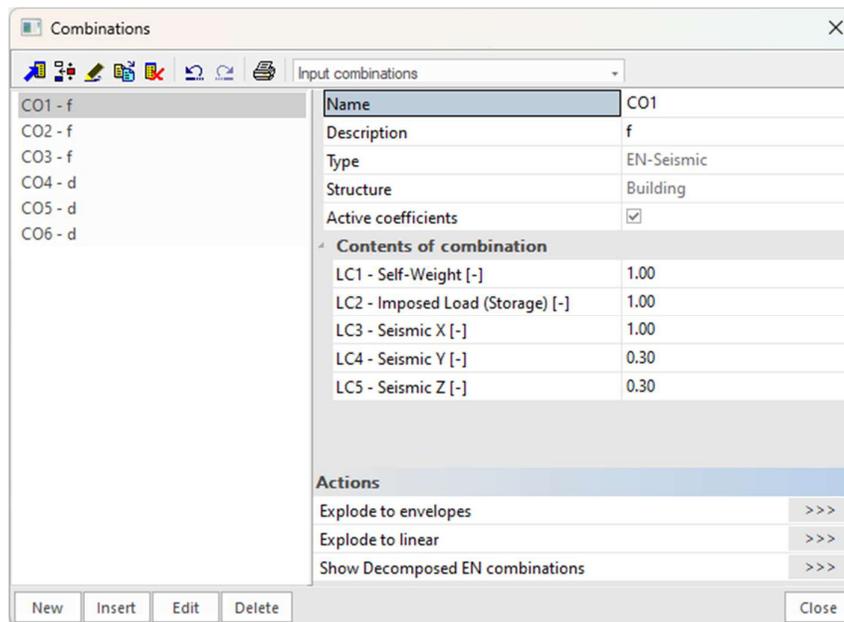


Als nächstes kann die Kombination für die Erdbebenberechnung eingegeben werden. Gemäß Eurocode 8 [7] ist diese Kombination die folgende:

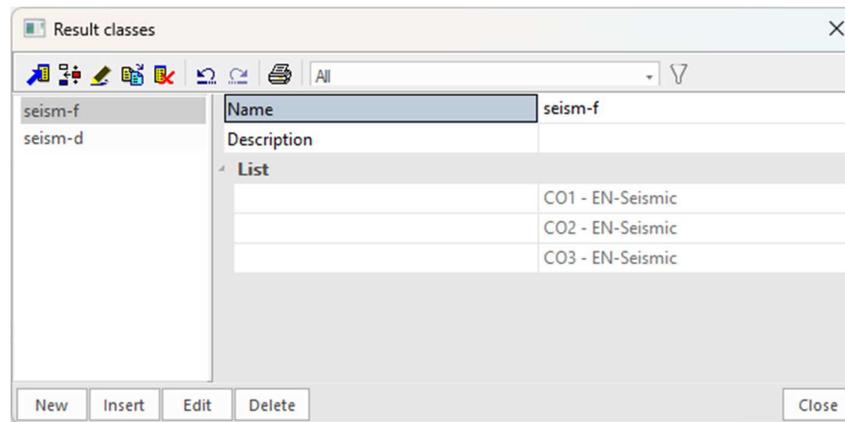
$$\sum G_k + P + A_{Ed} + \sum \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \quad (5.22)$$

Wobei A_{ed} die zufällige Einwirkung darstellt, in diesem Fall die kombinierte Erdbebeneinwirkung.

In SCIA Engineer kann der EN-Erdbebenartyp für diese Zwecke verwendet werden. Um die Bedingungen der Euronorm zu erfüllen, wurden 6 LF-Kombinationen dieses Typs erstellt:

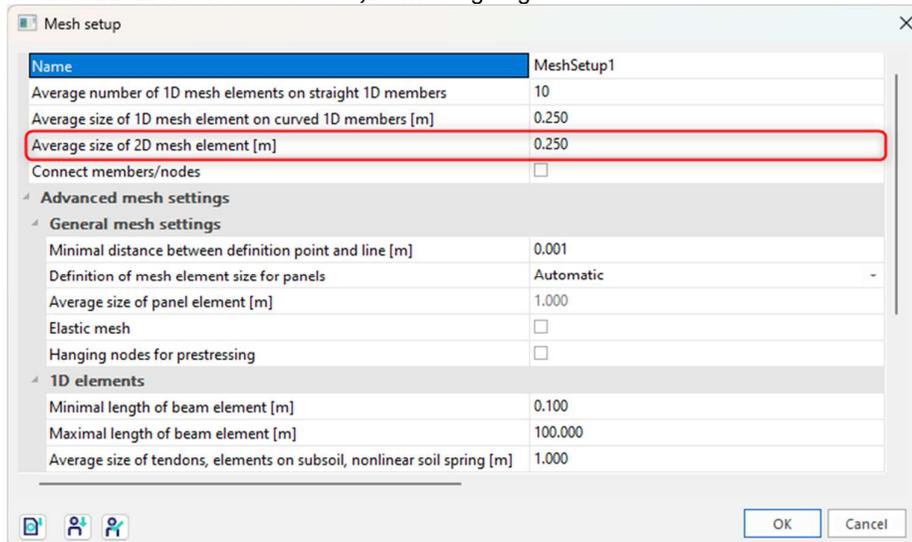


Um das globale Extremum für die beiden Kombinationen einzusehen, können zwei **Ergebnisklassen** verwendet werden:



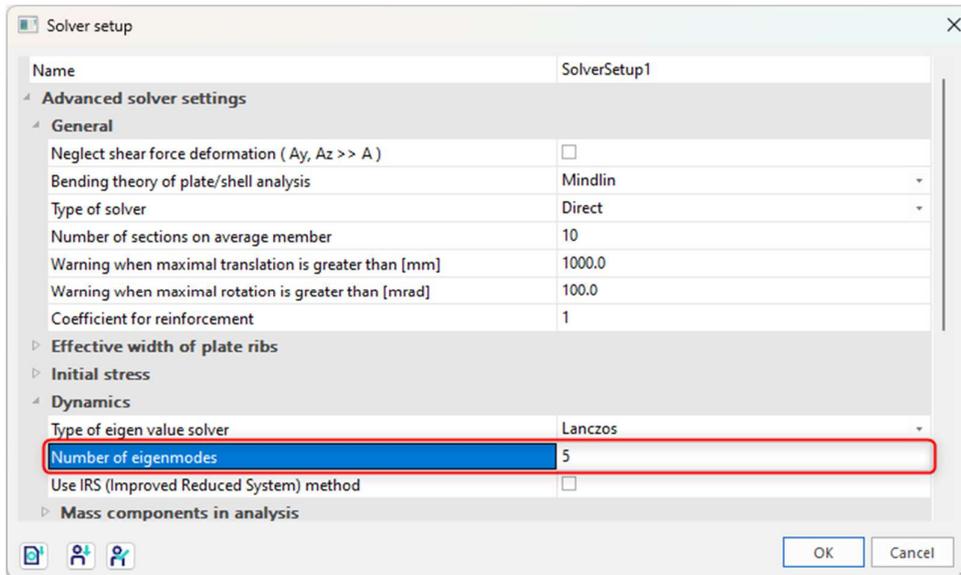
7. Schritt 7: FE-Netz einstellen

Um genaue Ergebnisse zu erhalten, wird das FE-Netz über das Hauptmenü **Werkzeuge / Berechnung & Netz-/Netzeinstellungen** verfeinert. Die **mittlere 2D-Anzahl des 1D-Elements** ist auf **10 festgelegt**; die **mittlere Größe des 2D-Elements** wird auf **0,25 m** festgelegt.



Schritt 8: Einstellung des Rechenkernes

Der letzte Schritt vor dem Starten der Berechnung ist das Festlegen der Menge der Eigenformen, die berechnet werden sollen. Für dieses Beispiel werden fünf Eigenformen ausgewählt. Im Hauptmenü **Werkzeuge / Berechnung & Netz / Rechenkerneinstellungen** wird die Anzahl der Frequenzen auf **5 festgelegt**.



9. Schritt 9: Lineare Berechnung und Rechenprotokoll

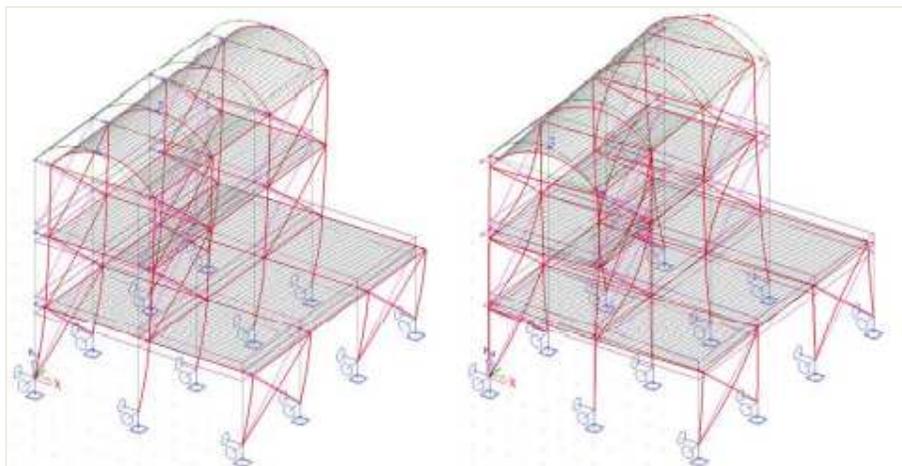
Alle Schritte wurden ausgeführt, damit die **lineare Berechnung** über das Hauptmenü **Werkzeuge / Berechnung & Netz / Ermitteln** gestartet werden kann.

Das **Berechnungsprotokoll** für die Berechnung der **Eigenfrequenz** zeigt das Folgende:

Mode	Omega [rad/s]	Period [s]	Freq. [Hz]	Wxi / Wxtot	Wyi / Wytot	Wzi / Wztot	Wxi_R / Wxtot_R	Wyi_R / Wytot_R	Wzi_R / Wztot_R	Damp ratio
1	4.5955	1.3672	0.7314	0.9686	0.0000	0.0000	0.0000	0.0103	0.0000	0.0081
2	11.4189	0.5502	1.8174	0.0000	0.6682	0.0000	0.0190	0.0000	0.2860	0.0080
3	13.6430	0.4605	2.1713	0.0271	0.0000	0.0002	0.0000	0.3694	0.0000	0.0081
4	13.8204	0.4546	2.1996	0.0000	0.2709	0.0000	0.0003	0.0000	0.5272	0.0080
5	14.9368	0.4207	2.3773	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0004	0.0080
				0.9957	0.9391	0.0002	0.0193	0.3797	0.8136	

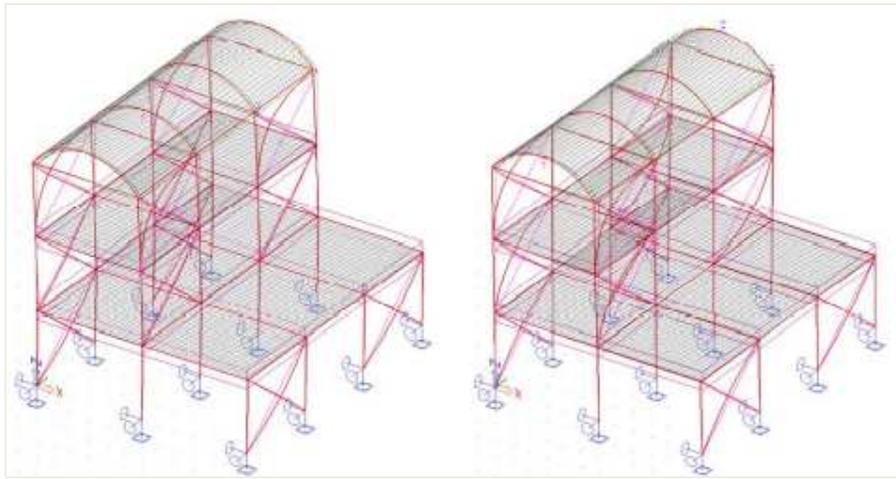
Es kann gesehen werden, dass für beide horizontalen Richtungen in diesen fünf Modi mehr als **90 %** der Gesamtmasse berücksichtigt wird, so dass daraus geschlossen wird, dass ausreichende Eigenformen berechnet wurden.

Durch **Verformung von Knoten** unter **2D-Teilen können** mit dem **verformten Netz** die ersten vier Eigenformen visualisiert werden:



Eigenwert 1: $f = 0,73\text{Hz}$

Eigenwert 2: $f = 1,82\text{Hz}$



Eigenwert 3: $f = 2,17\text{Hz}$

Eigenwert 4: $f = 2,20\text{Hz}$

Das **Berechnungsprotokoll** für die **lineare** Berechnung zeigt die Ergebnisse der Erdbebenberechnung:

Dynamic loadcase: 3 : LC3

Mode	Freq. [Hz]	Damp ratio	Damp coe	Sax [m/s ²]	Say [m/s ²]	Saz [m/s ²]	G(j)	Fx [kN]	Fy [kN]	Mx [kNm]	My [kNm]
1	0.7314	0.0081	1.3114	0.1809	0.0000	0.0000	4.4128	48.0082	0.0000	-0.0000	-302.1145
2	1.8174	0.0080	1.3134	0.4978	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	-0.0000
3	2.1713	0.0081	1.3123	0.5940	0.0000	0.0000	-0.2748	4.4051	0.0000	-0.0000	42.6000
4	2.1996	0.0080	1.3131	0.6021	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000
5	2.3773	0.0080	1.3135	0.6508	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000
Level=	0.00							48.21	0.00	0.00	305.10

Dynamic loadcase: 4 : LC4

Mode	Freq. [Hz]	Damp ratio	Damp coe	Sax [m/s ²]	Say [m/s ²]	Saz [m/s ²]	G(j)	Fx [kN]	Fy [kN]	Mx [kNm]	My [kNm]
1	0.7314	0.0081	1.3114	0.0000	0.1809	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000
2	1.8174	0.0080	1.3134	0.0000	0.4978	0.0000	-1.6335	-0.0000	91.1291	-609.0984	0.0000
3	2.1713	0.0081	1.3123	0.0000	0.5940	0.0000	-0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000
4	2.1996	0.0080	1.3131	0.0000	0.6021	0.0000	0.8587	0.0000	44.6772	-254.8292	-0.0000
5	2.3773	0.0080	1.3135	0.0000	0.6508	0.0000	0.0100	0.0000	0.0076	-0.0387	-0.0000
Level=	0.00							0.00	101.77	661.88	0.00

Für jede Eigenform wurde der **Verbunddämpfungsgrad** mithilfe der Strukturdämpfung von Stahl und Beton berechnet.

Die Kombinationen können jetzt zur Überprüfung der Strukturelemente verwendet werden.

Kapitel 12: DIREKTE ZEITINTEGRATION

12.1 Theorie

Der Titel mag in die Irre führen, denn normalerweise wird in der Literatur dieser Name für eine dynamische Berechnung ohne modale Überlagerung verwendet. In SCIA Engineer werden die Eigenformen zuerst ermittelt und dazu verwendet, die Gleichgewichtsgleichungen in einen Satz von m entkoppelten Differentialgleichungen zweiter Ordnung zu entkoppeln, die einer nach dem anderen durch direkte Zeitintegration gelöst werden. Die Entkopplung basiert auf den durch Gleichungen gegebenen Eigenschaften

$$\Phi_j^T \cdot M \cdot \Phi_i = 0 \quad \text{si } i \neq j$$

$$\Phi_j^T \cdot M \cdot \Phi_i = 1 \quad \text{si } i = j$$

$$\Phi_j^T \cdot M \cdot \Phi_i = \omega_i^2$$

In Gleichung (3.1) wird eine Lösung für y als in der Form angenommen:

$$y = \Phi \cdot Q \tag{7.1}$$

Wobei die Matrix der Eigenformen ($n \times n$) und Q ein zeitabhängiger Vektor ist. Φ

Die Substitution in Gleichung (3.1) ergibt:

$$M \cdot \Phi \cdot \ddot{Q} + C \cdot \Phi \cdot \dot{Q} + K \cdot \Phi \cdot Q = F \tag{7.2}$$

Φ^T Wenn die Gleichung vorher multipliziert ist und die oben genannten Gleichungen berücksichtigt werden, erhält man:

$$\ddot{Q} + \Phi^T \cdot C \cdot \Phi \cdot \dot{Q} + \Omega^2 \cdot Q = \Phi^T \cdot F \tag{7.3}$$

Dieser Gleichungssatz ist wegen des Dämpfungsbegriffs noch gekoppelt. Wenn jedoch C-Orthogonalität angenommen wird (d. h. $\Phi^T \cdot C \cdot \Phi$ nur diagonale Bezeichnungen), werden die Gleichungen nicht getrennt und können separat gelöst werden. Die globalen Ergebnisse werden durch Überlagerung der Einzelergebnisse erhalten (7.1); dies ist auch die genaue Lösung, wenn die Annahme der C-Orthogonalität gilt. Wenn jedoch nur wenige Eigenformen ($m < n$) anstelle aller Eigenformen verwendet werden Φ , ergibt das Gleichungssystem und die Überlagerung der Lösungen eine Lösung y , die eine Annäherung der genauen Lösung darstellt.

In SCIA Engineer wird C-Orthogonalität angenommen, und es wird auch angenommen, dass alle Beiwerte der modalen Dämpfung konstant sind. Das bedeutet:

$$\phi^T \cdot C \cdot \phi = 2 \cdot \omega_i \cdot \xi \cdot \delta_{ij} \quad (7.4)$$

Der Wert von ξ ist eine der Eingabedaten und wird als Dämpfungsbeiwert bezeichnet.

Die Anzahl der berücksichtigten Eigenformen wird ebenfalls vom Benutzer angegeben. Dieser Wert entspricht der Anzahl der Eigenformen, die in der Eigenwertberechnung berechnet werden.

Das Verfahren zur Lösung jeder nicht gekoppelten Differentialgleichung nach Theorie II. Ordnung ist das *Newmark-Verfahren*. Dieses Verfahren ist bedingungslos stabil, aber die Genauigkeit hängt vom Zeitschritt ab. Diesen Zeitschritt muss der Benutzer angeben. Um ihm jedoch bei seiner Wahl zu helfen, wird ein vom Programm ermittelter Wert verwendet, wenn der Benutzer keinen Wert angibt. Dieser vorgeschlagene Wert wird berechnet als: $0,01 T$

Dabei ist T kleinste Periode aller Eigenformen, die zu berücksichtigen sind

Dieser vorgeschlagene Wert gewährleistet eine Genauigkeit von besser als 1 % über jeden Integrationszeitraum dieses höchsten Modus. In den meisten Fällen kann ein größerer Zeitschritt verwendet werden, weil der Beitrag dieses letzten Modus klein ist.

Damit sind wir bei der Frage nach der Anzahl der Modi, die verwendet werden sollten. Wenn die zeitabhängigen Begriffe auf der linken Seite der Gleichung (7.3) vernachlässigt werden, ist die Lösung für q_j (ein Begriff von Q) folgende:

$$q_j = \frac{1}{\omega_j^2} \cdot \phi_j^T \cdot F \quad (7.5)$$

Dies bedeutet, dass die niedrigsten Eigenformen (ω_j klein) mehr beitragen als die höchsten Eigenformen (ω_j groß), wenn dynamische Begriffe vernachlässigt werden. Dies kann eine erste Idee geben, wie viele Modi zu verwenden sind.

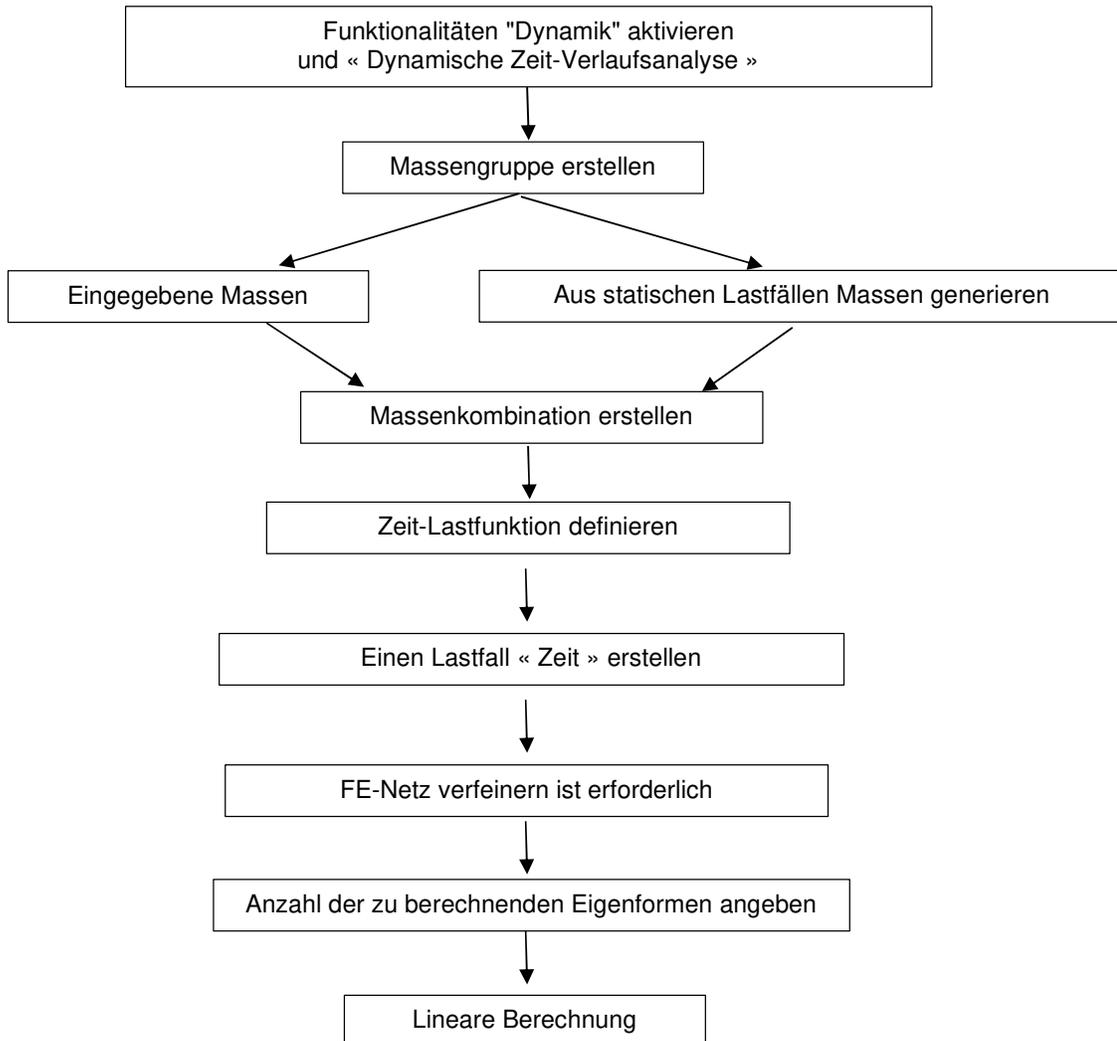
Ein zweites Kriterium ist die Periodizität von F . Jeder Modus, der mit der Belastungshäufigkeit übereinstimmt, sollte berücksichtigt werden.

Das modale Gewicht ist ein drittes Kriterium, das verwendet werden kann. Wenn Sie alle Modalgewichte in einer bestimmten Richtung addieren und dieses Ergebnis durch $9,81 \cdot$ Summe der Knotenmassen in derselben Richtung teilen, erhalten Sie einen Wert kleiner als 1. Liegt dieser Wert nahe bei 1, bedeutet dies, dass die höheren Modi keinen Beitrag mehr leisten. Ist der Wert im Gegenteil kleiner als 0,9, kann man dem Wert einer folgenden modalen Überlagerung in Zweifel treten.

12.2 Direkte Zeitintegration in SCIA Engineer

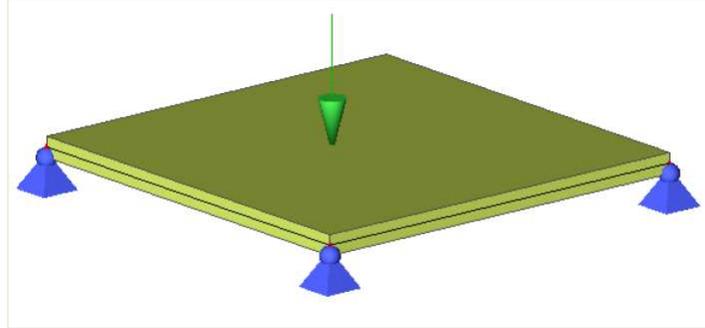
In SCIA Engineer kann eine dynamische Funktion eingegeben werden. Dieser kann für verschiedene Zwecke verwendet werden, zum Beispiel: harmonische Lasten, Explosionen, ... In diesem Fall hat der Benutzer eine dynamische Funktion einzugeben, welche die Frequenz in Funktion der Zeit darstellt.

Im folgenden Diagramm werden die verschiedenen Schritte angezeigt, die für die Berechnung des Zeitverlaufs ausgeführt werden müssen:



Beispiel 12-1.esa

In diesem Beispiel wird eine Explosion auf einer Betonplatte simuliert.



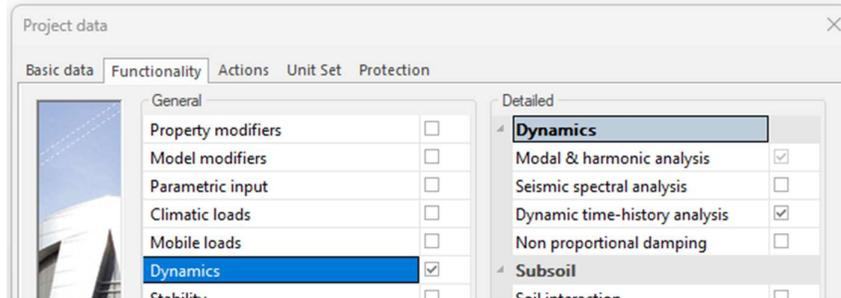
Die Platte hat eine Abmessung von 6x6 m und die Dicke ist 300 mm. Die Platte wird nach EC-EN berechnet und ist aus Betongüte C30/37. Die vier Ecken werden von Gelenkauflagern gestützt.

Es werden drei Lastfälle vorgestellt:

- Eigengewicht
- Ständige Flächenlast: -4 kN/m²
- Variable Einzellast: Explosion von -11 kN

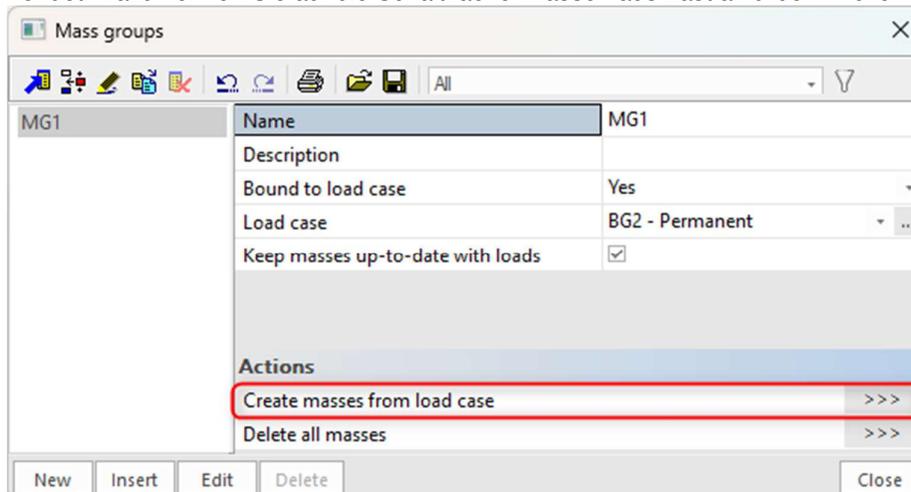
Schritt 1: Funktionalität

Aktivieren Sie in den "Projekteinstellungen" die Optionen « Dynamik » und « Dynamische Verlaufsanalyse »:



2. Schritt 2: Massengruppen und Massen

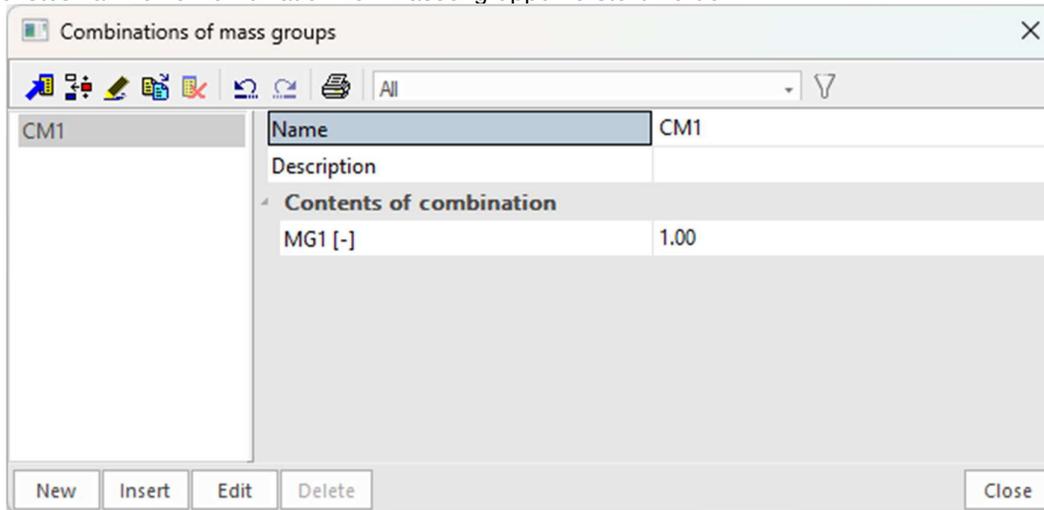
Öffnen Sie das Menü 'Dynamik' und eine Massengruppe wird hier erstellt. Dafür wird die ständige Flächenlast von -4 kN/m² verwendet. Dazu können Sie auf die Schaltfläche 'Massen aus Lastfall bilden' klicken.



Es entsteht eine Flächenmasse von 407,7 kg/m².

Schritt 3: Massenmatrix

Als nächstes kann eine Kombination von Massengruppen erstellt werden:



Schritt 4: Dynamische Lastfunktion

Nach der Massenbildung kann die Explosion mittels einer **dynamischen Lastfunktion** simuliert werden.

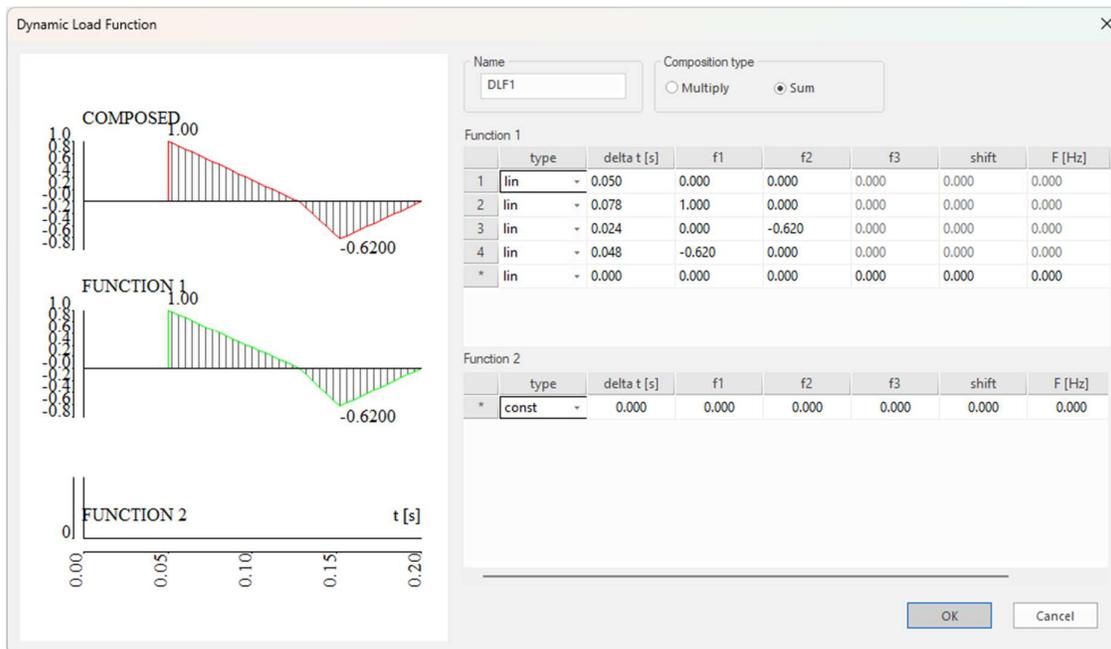
Wechseln Sie zu 'Bibliotheken > Lasten > Dynamische Lastfunktionen'.

Hier können Sie die Zeiteingabe der Lastbeiwerte in Funktion eingeben.

Es können zwei Arten von Funktionen eingegeben werden, die eine Basisfunktion und/oder eine modale Funktion. Werden beide eingeführt, kann der Benutzer wählen, ob diese Funktionen multipliziert oder zusammengefasst werden sollen.

4 Arten von Funktionen können ausgewählt werden: konstant, linear, parabolisch oder sinusförmig.

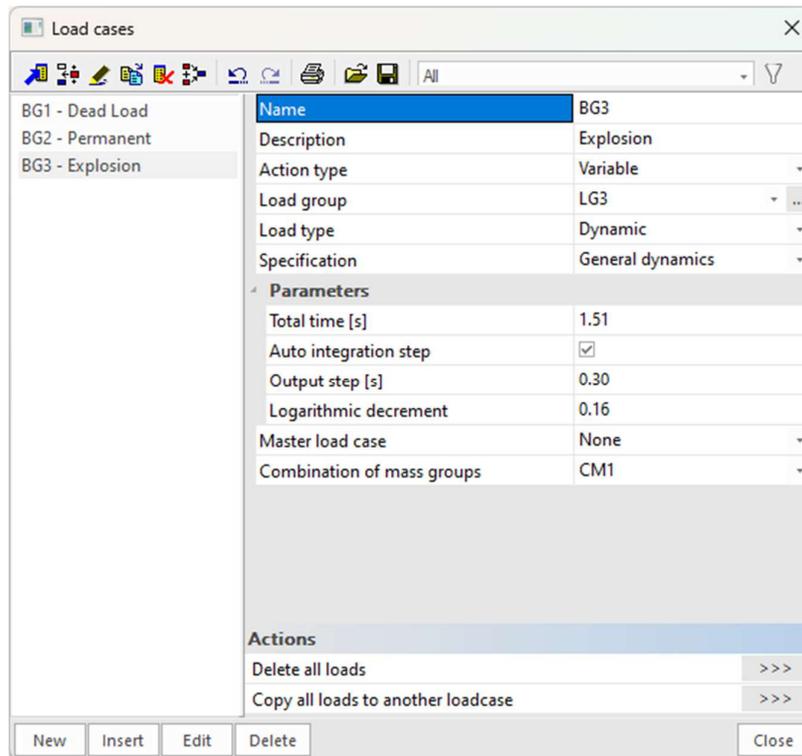
In unserem Beispiel wird eine Modalfunktion mit Linearlinien erstellt:



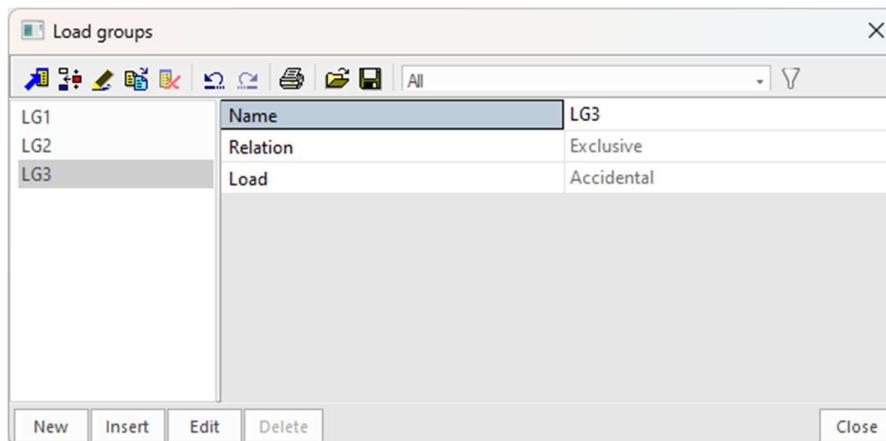
Diese Funktion ist einer Einzellast zuzurechnen. Wir werden dies in Schritt 6 tun.

Schritt 5: Ein Lastfall "allgemeine Dynamik"

Zur Simulation dieser Explosion wird ein Lastfall eingeführt.
 Der Einwirkungstyp ist « variabel » und der Lasttyp « Dynamisch ».



Für die Lastgruppe kann der Benutzer einen Spezialfall auswählen, nämlich « Außergewöhnlich »:



Als nächstes müssen für die Zeitverlaufsberechnung die Spezifikation und der Typ **"Allgemeine Dynamik"** ausgewählt werden.

Dazu benötigen wir einige zusätzliche Parameter:

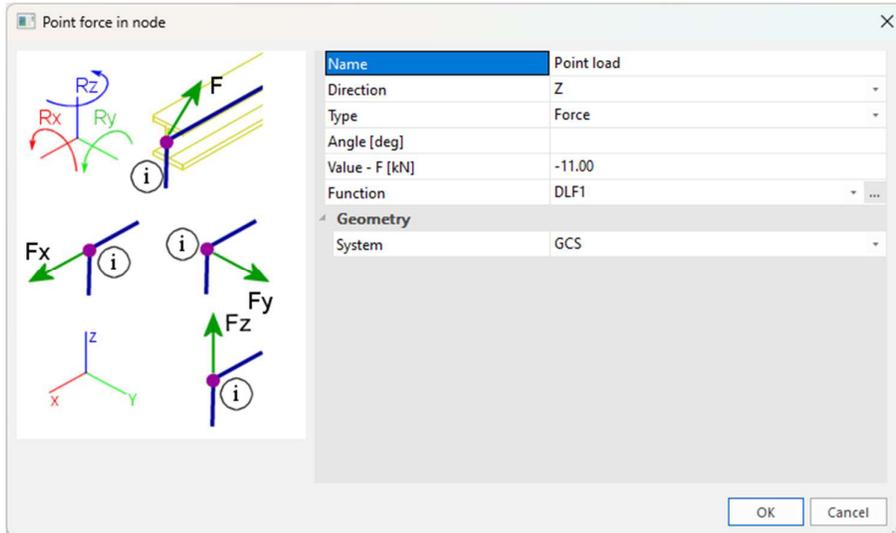
- « Gesamtzeit »: Die Gesamtzeit der dynamischen Analyse.
- « Integrationsschritt »: Wenn "Auto" geprüft wird, wird 1/100 der kleinsten Periode verwendet. Wenn der Nachweis für "Automatisch" nicht erfolgt ist, kann der Benutzer einen Wert für den Integrationschritt auswählen.
- « Ausgabeschritt »: Schritt zur Generierung der Lastfälle. Der Wert muss im Integrationschritt größer oder gleich sein.
- « Log Dekrement »: Dämpfung als logarithmisches Dekrement definiert

6. Schritt 6: Eingabe von Lasten, die der LF-Kombination folgen

In diesem Schritt werden Sie eine Knotenkraft erstellen. Nur Knotenkräfte können mit einer dynamischen Funktion verknüpft werden.

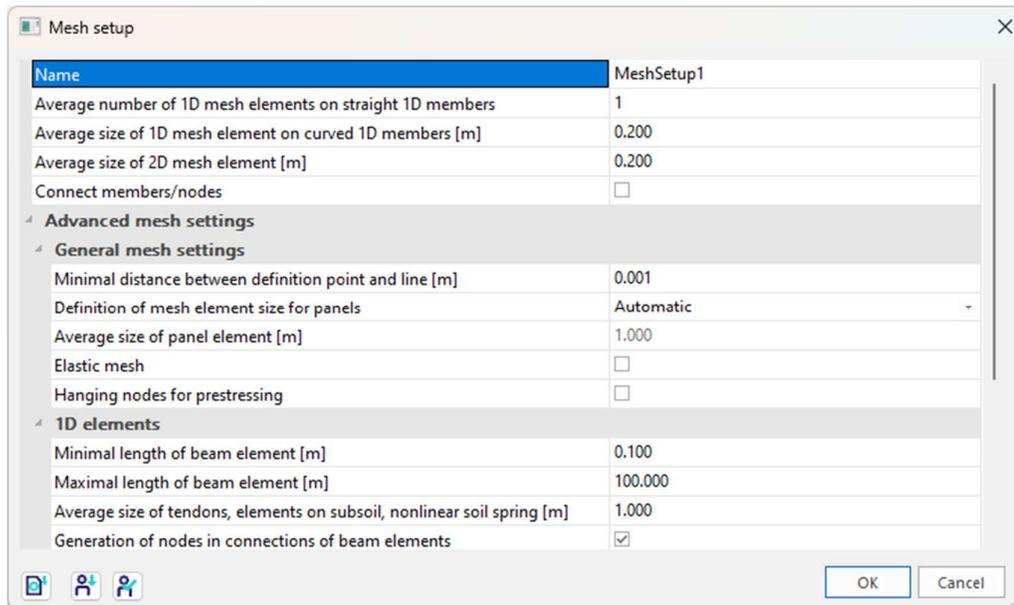
Der Wert der Knotenkraft, wird mit den Beiwerten in der Funktion multipliziert, um die Endkraft in Funktion der Zeit zu erreichen.

In der Mitte der Platte wird eine Einzellast von -11 kN eingegeben. Der Benutzer hat die Möglichkeit, dieser Last die dynamische Funktion DLF1 zuzuordnen.



7. Schritt 7: FE-Netz einstellen

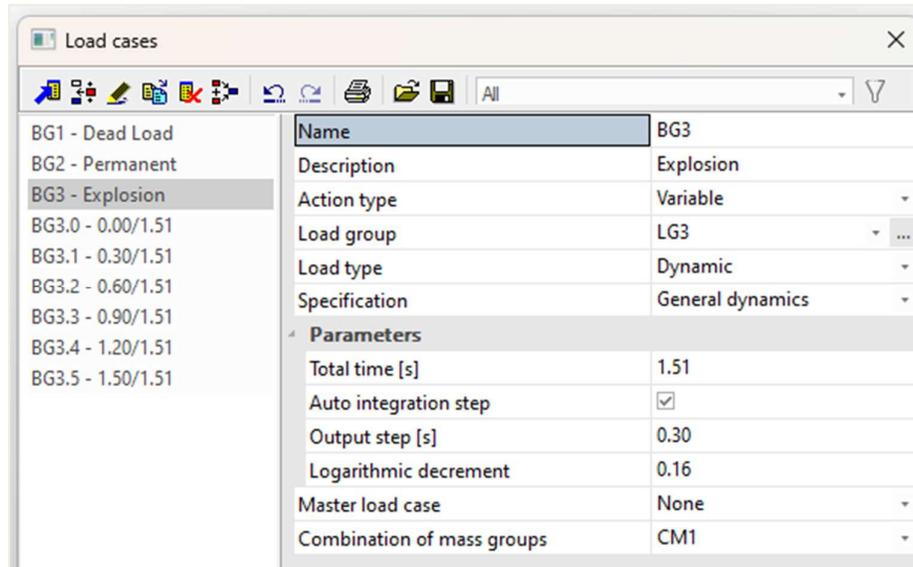
Vor der Berechnung wird das Netz verfeinert, um präzise Ergebnisse zu erhalten.



Schritt 8: Lineare Berechnung

Jetzt kann die lineare Berechnung ausgeführt werden.

Nach Abschluss der Berechnung werden neue Lastfälle erstellt, die den Einfluss der Explosion auf die Struktur bei jedem Ausgabeschritt darstellen (die Ausgabezeit muss immer kleiner als 'Gesamtzeit' sein. In diesem Beispiel haben wir 1,51s als Gesamtzeit verwendet, um eine Ausgabe bei 1,50 s zu erhalten):



Um das extremste Ergebnis zu ermitteln, können dort Lastfälle in einer Ergebnisklasse eingegeben werden.

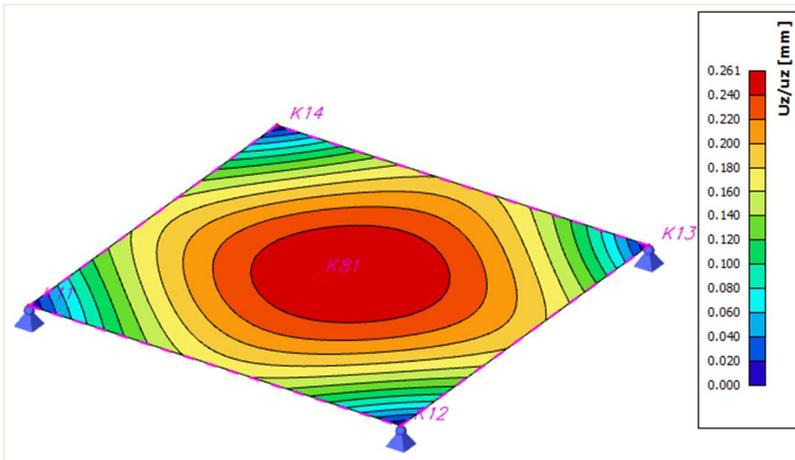
Schritt 9: Ergebnisse

Die Eigenfrequenzen werden im "Ergebnisse" Menü angezeigt:

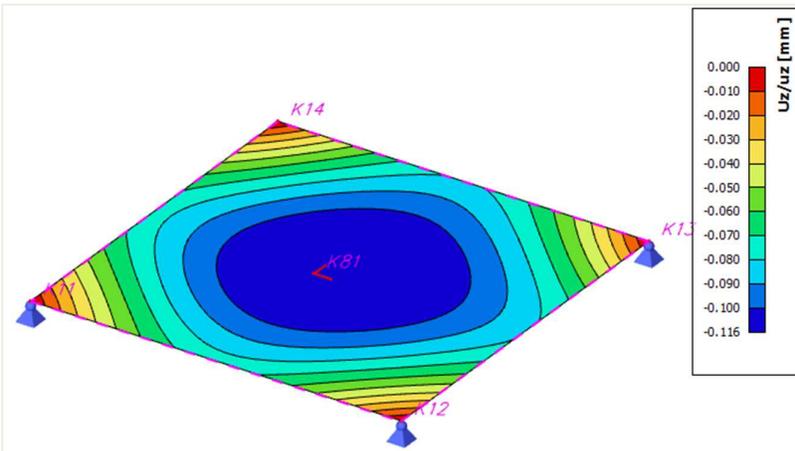
Eigen frequencies				
N	f [Hz]	ω [1/s]	ω^2 [1/s ²]	T [s]
Mass combination : CM1				
1	7.96	50.00	2500.06	0.13
2	17.98	112.95	12757.03	0.06
3	17.98	112.95	12757.07	0.06

Andere Ergebnisse, wie z.B. Verformungen, können für die verschiedenen Ausgabeschritte berücksichtigt werden:

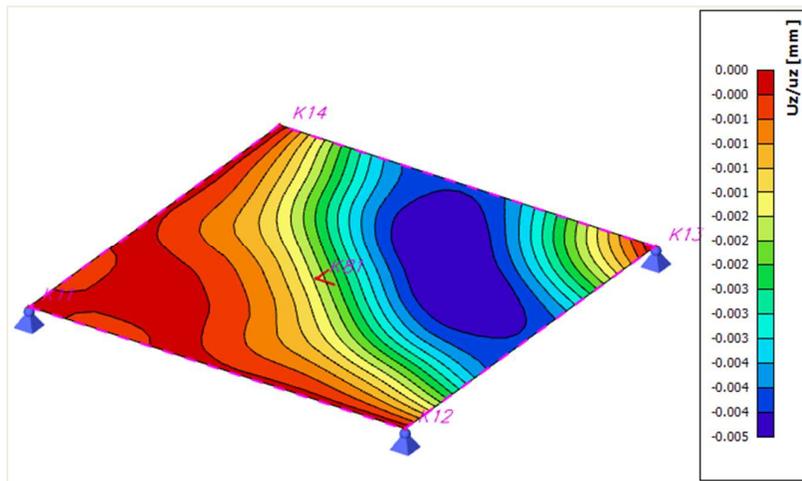
- Nach 0,3 Sekunden:



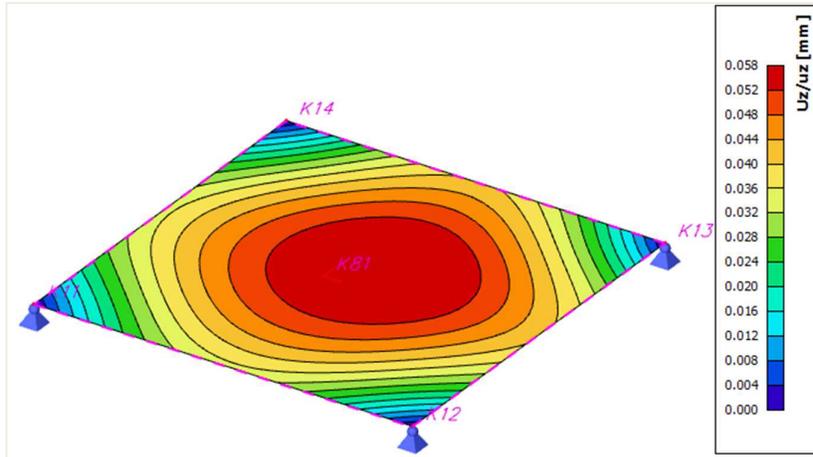
- Nach 0,6 Sekunden:



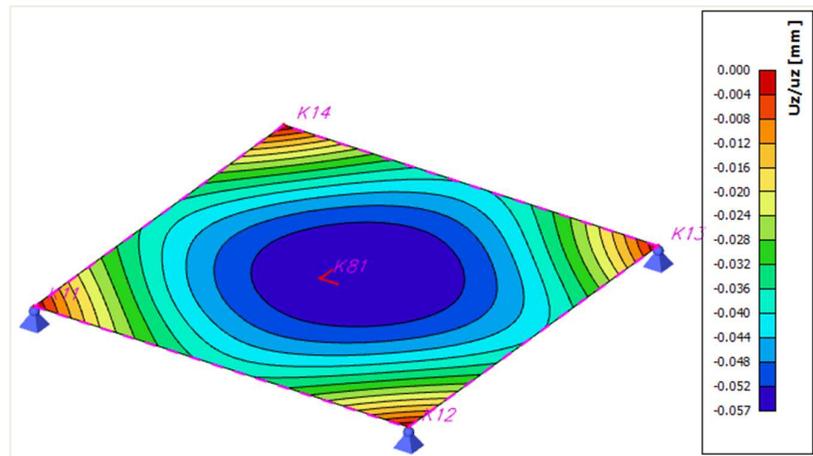
- Nach 0,9 Sekunden:



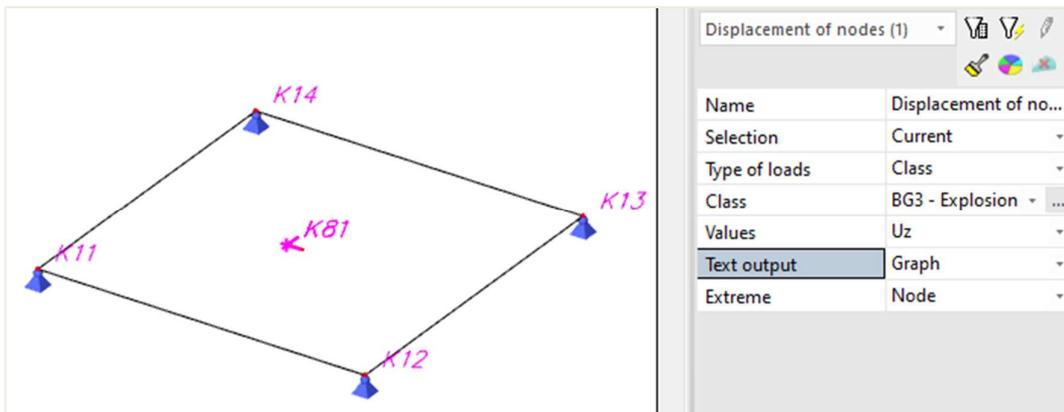
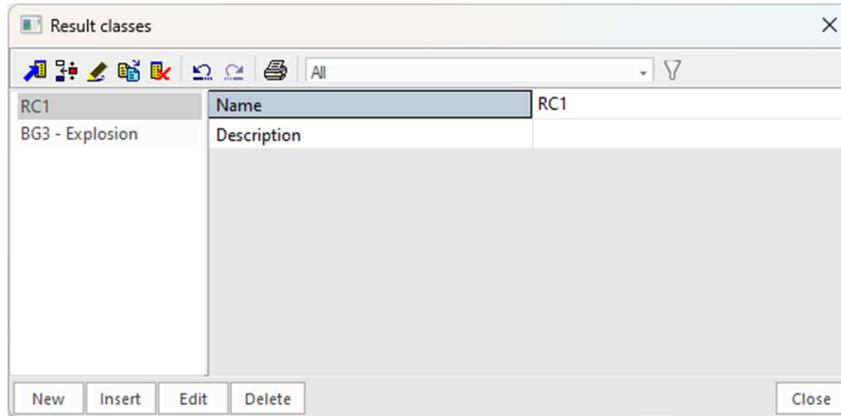
- Nach 1,2 Sekunden:



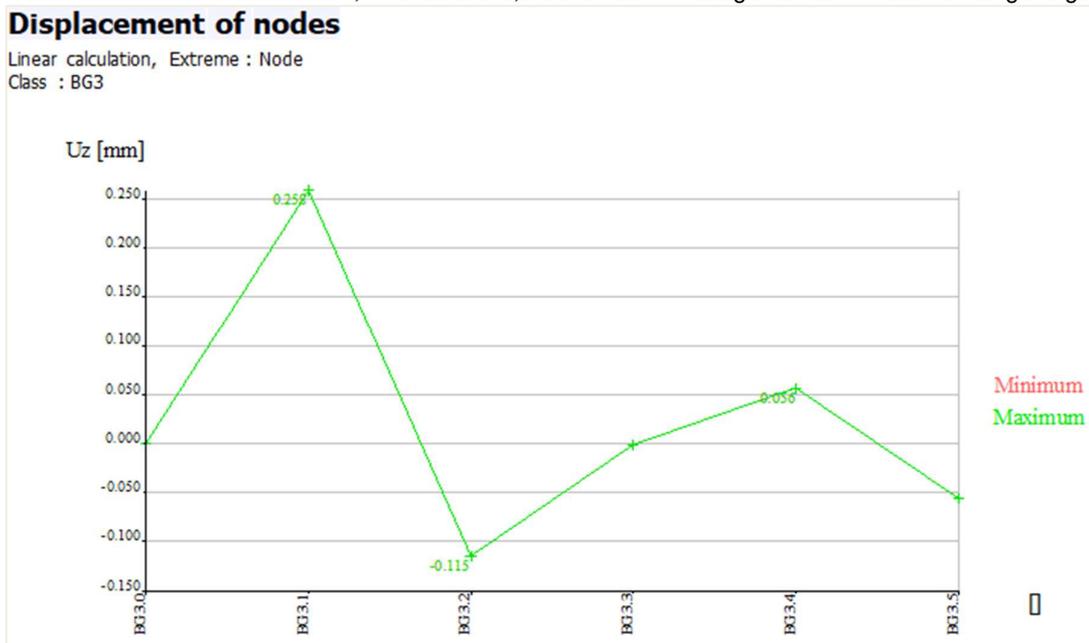
- Nach 1,5 Sekunden:



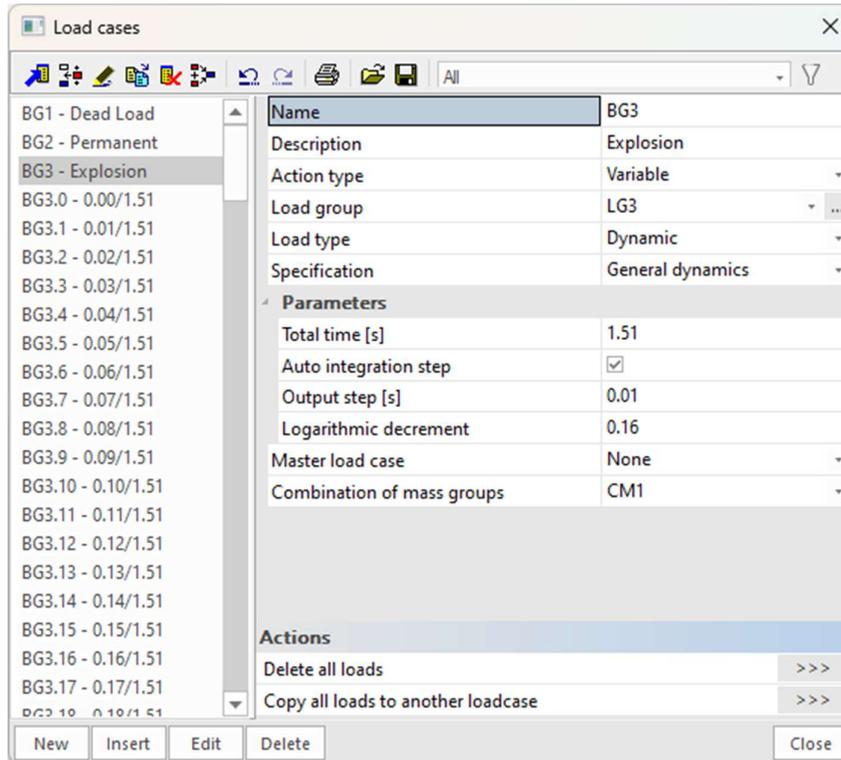
Oder wir fragen das Ergebnis für die Klasse, die für die Lastfälle generiert wurde.



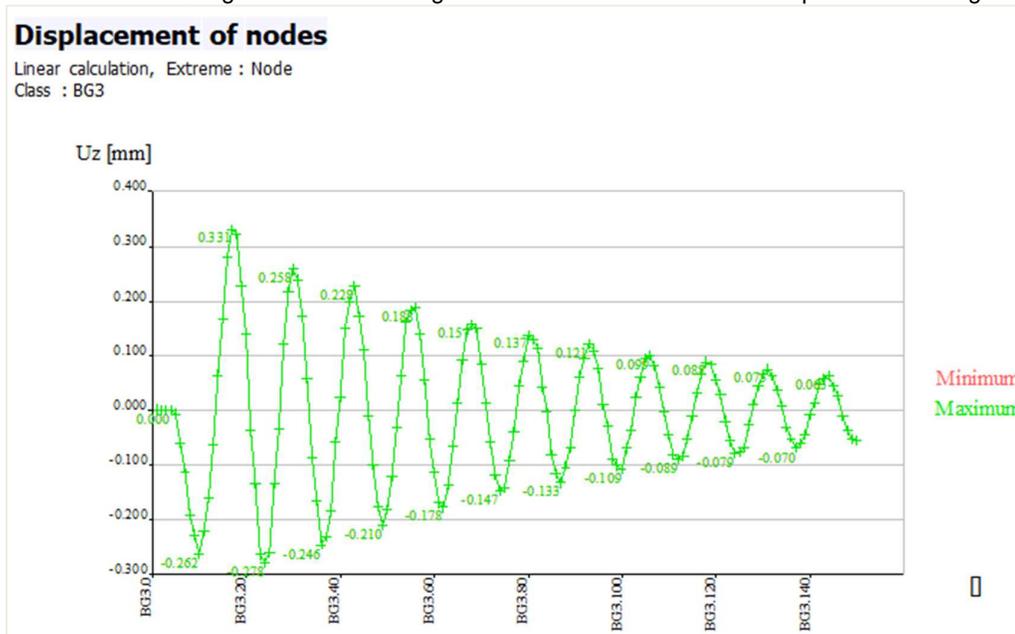
Wenn Sie "Aktualisieren" auswählen, wird es alle 0,3 Sekunden im ausgewählten Knoten Uz angezeigt.



Wenn wir den Ausgabeschritt im Dynamik-Lastfall auf 0,01 s festlegen würden, erhalten Sie 150 Lastfälle.

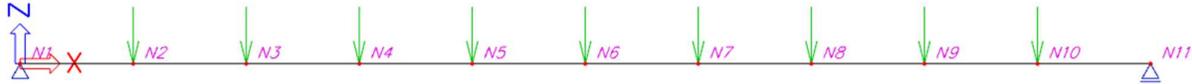


Als Ergebnis würde das Diagramm "Verformung in Knoten" eine detailliertere Repräsentation ergeben:



Beispiel 12-2.esa

In diesem Beispiel wird eine laufende Last über einem Stab simuliert:



Der Träger hat eine Länge von 20 m und einen Querschnitt HE200A. Der Stab wird gemäß EC-EN ermittelt und ist aus Stahl S 235. Die Ränder werden von Gelenkaulagern gestützt.

Es werden zwei Lastfälle eingeführt:

- Eigengewicht
- Variable dynamische Last: Einzellasten von -100 kN alle 2 m über dem Träger

Schritt 1: Funktionalität

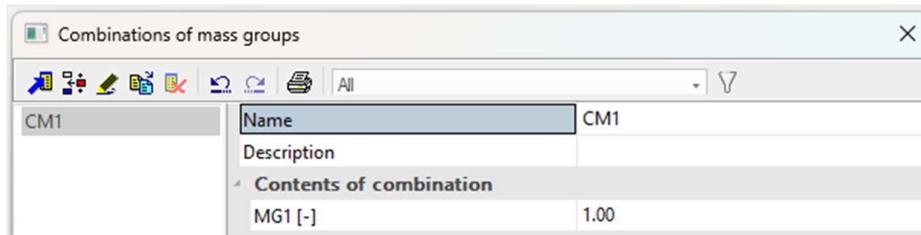
Aktivieren Sie in den "Projekteinstellungen" die Optionen « Dynamik » und « Dynamische Verlaufsanalyse ».

2. Schritt 2: Massengruppen

Öffnen Sie das Menü 'Dynamik' und eine Massengruppe wird hier erstellt. Dafür wurde keine Masse eingegeben. Nur das Eigengewicht wird berücksichtigt.

Schritt 3: Massenmatrix

Im nächsten Schritt kann eine Kombination von Massengruppen erstellt werden.



4. Schritt 4: Dynamische Lastfunktionen

Nach der Massenbildung kann die laufende Last mittels dynamischer **Lastfunktionen** simuliert werden.

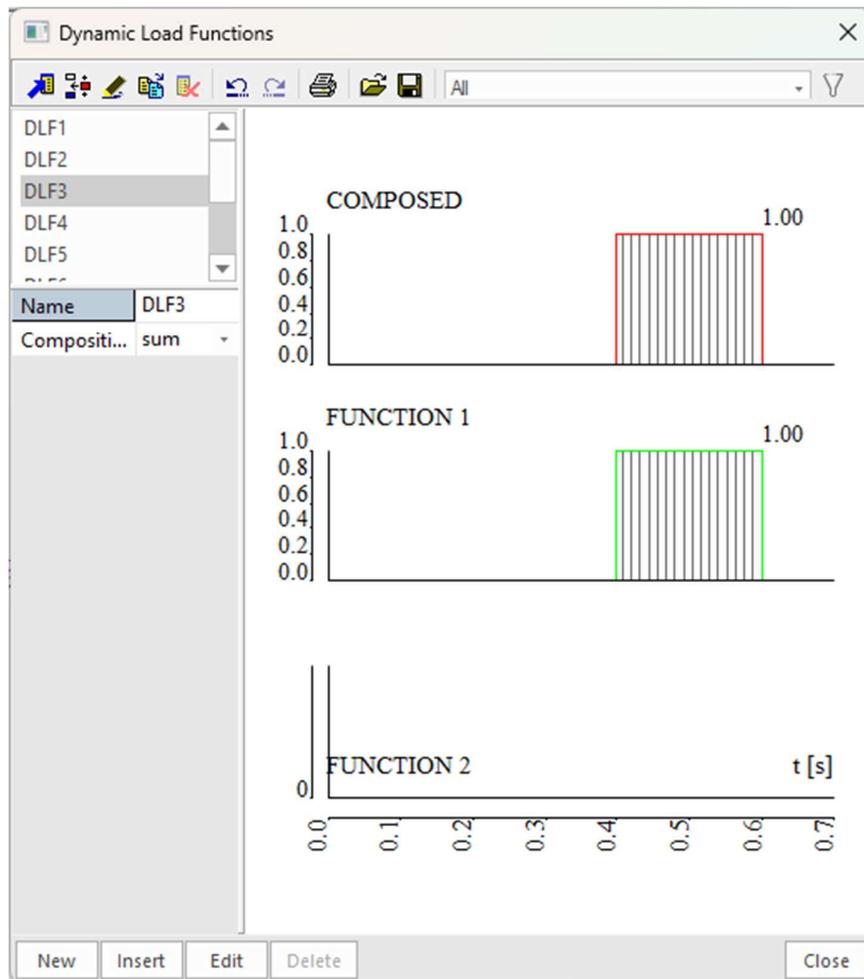
Im Menü Bibliothek / Lasten / Dynamische Lastfunktionen wird die Eingabe der Frequenzen in Funktion in Zeit gefragt.

Es können zwei Arten von Funktionen eingegeben werden, die eine Basisfunktion und/oder eine modale Funktion. Werden beide eingeführt, kann der Benutzer wählen, ob diese Funktionen multipliziert oder zusammengefasst werden sollen.

4 Arten von Funktionen können ausgewählt werden: konstant, linear, parabolisch oder sinusförmig.

In diesem Beispiel wurden 9 Modalfunktionen mit Linearlinien erstellt:

- DLF1 ist 1,00 von 0,2s bis 0,4s
- DLF2 ist 1,00 von 0,4s bis 0,6s
- ...



Jeder Funktion wird eine andere Einzellast zugeschrieben (siehe Schritt 6):

- DLF1 zur ersten Einzellast von links
- DLF2 zur zweiten Einzellast von links.
- ...

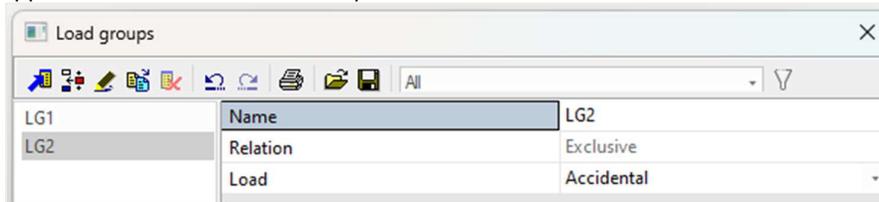
Diese 9 Lastfunktionen werden verwendet, um den Einfluss einer Einzellast zu simulieren, die sich über einen bestimmten Zeitraum von links nach rechts bewegt. An jedem Punkt (alle 2m) tritt für eine Zeit von 0,20sek die Einzellast auf. Es dauert also 2 Sekunden, bis die Einzellast den gesamten Träger durchquert.

Schritt 5: Lastfall allgemeiner Dynamik

Es wird ein Lastfall eingeführt, um diese laufende Last zu simulieren.

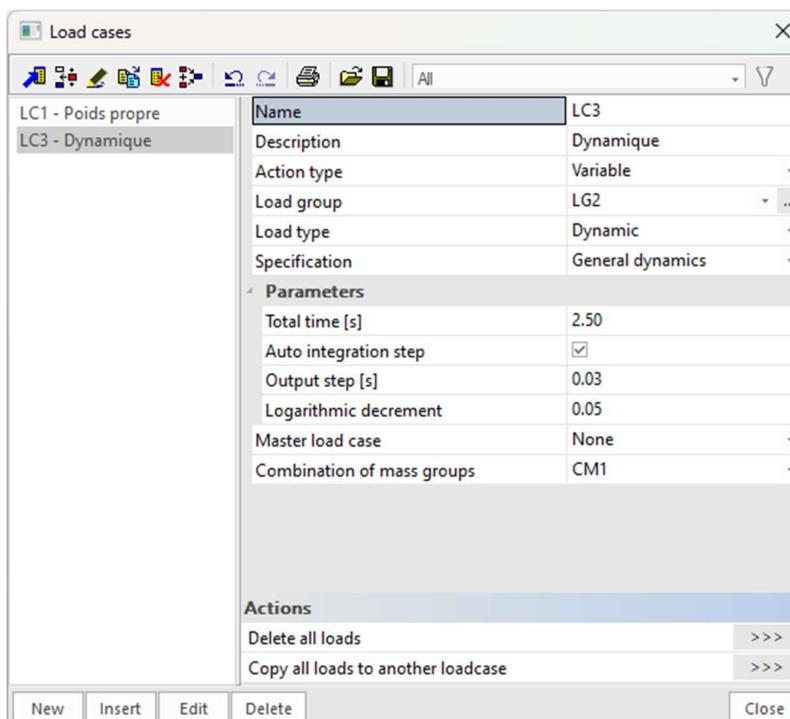
Der Aktionstyp ist variabel und der Lasttyp **dynamisch**

Für die Lastgruppe kann der Benutzer einen speziellen Fall auswählen, den Zufallsfall .



Als nächstes müssen für die Zeitverlaufsrechnung die Spezifikation und der Typ **"Allgemeine Dynamik"** ausgewählt werden. Nach Auswahl der allgemeinen Dynamik müssen einige Zusatzparameter definiert werden.

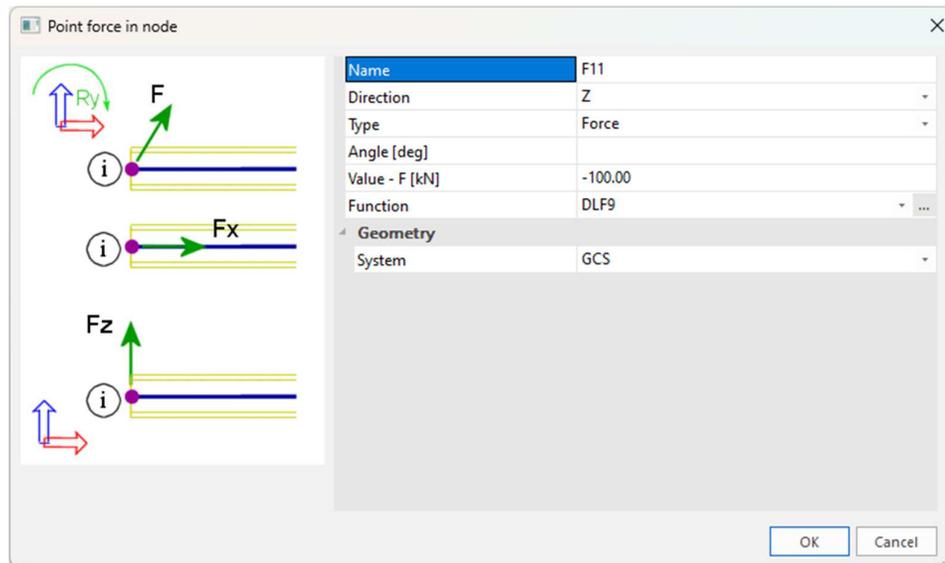
- **Gesamtzeit [s]:** Die Gesamtzeit der dynamischen Analyse.
- **Integrationsschritt:** Wenn "Auto" geprüft wird, wird 1/100 der kleinsten Periode verwendet. Wenn der Nachweis für "Automatisch" nicht erfolgt ist, ist der Benutzer berechtigt, einen Wert für den Integrationsschritt auszuwählen.
- **Ausgabeschritt [s]:** Der Schritt wird verwendet, um zu bestimmen, für welche Punkte Ergebnisse generiert werden müssen. Diese werden in neu generierten Lastfällen gespeichert.
- **Log-Dekrement:** Dämpfung als logarithmisches Dekrement definiert.



6. Schritt: Eingabe der Lasten

In diesem Schritt werden die Knotenkräfte eingegeben. Dynamische Lastfunktionen können nur den Knotenkräften zugeordnet werden. Da es sich um Knotenkräfte handelt, muss der Benutzer die internen Knoten angeben, um diese Schnittgrößen zu platzieren. Alle 2 m muss ein Innenknoten auf dem Balken angelegt werden. An jedem dieser Knoten wird eine Einzellast von -100 kN festgelegt. Die erste Einzellast von links ist mit DLF1, die zweite mit DLF2 verknüpft,...

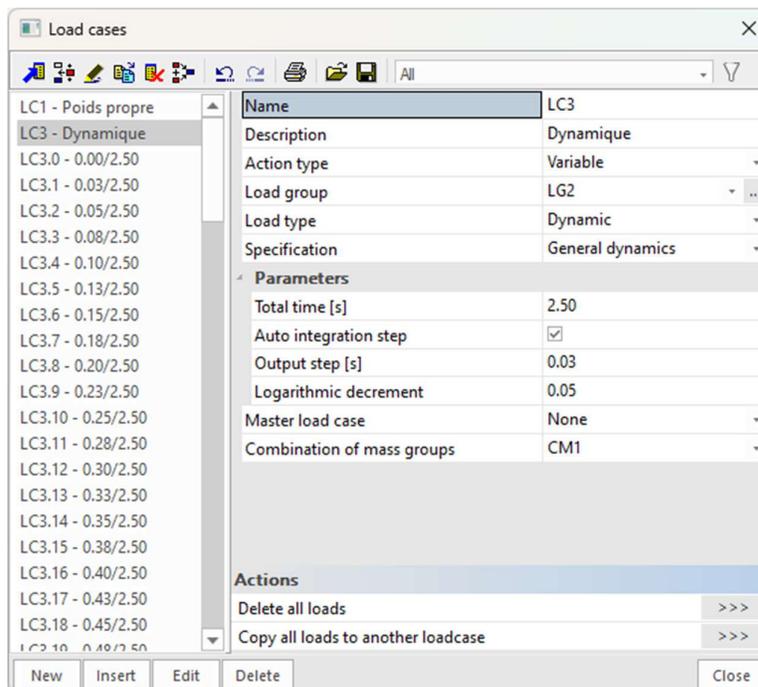
Dadurch wird die Bewegung einer einzelnen Einzellast über den Träger von links nach rechts über den Träger in einer Gesamtzeit von 2s modelliert.



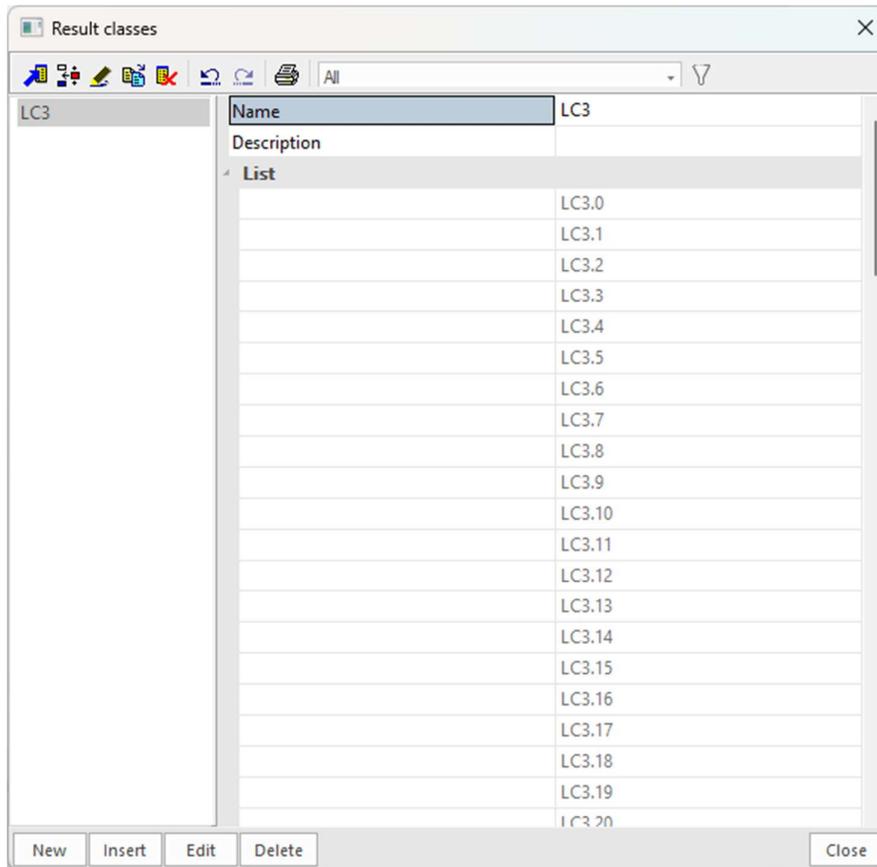
Schritt 7: Lineare Berechnung

Jetzt kann die Berechnung ausgeführt werden.

Nach Abschluss der Berechnung werden neue Lastfälle erstellt, die jeden Ausgabeschritt darstellen:



Um das extremste Ergebnis zu ermitteln, werden diese Lastfälle automatisch in eine Ergebnisklasse eingeeben:



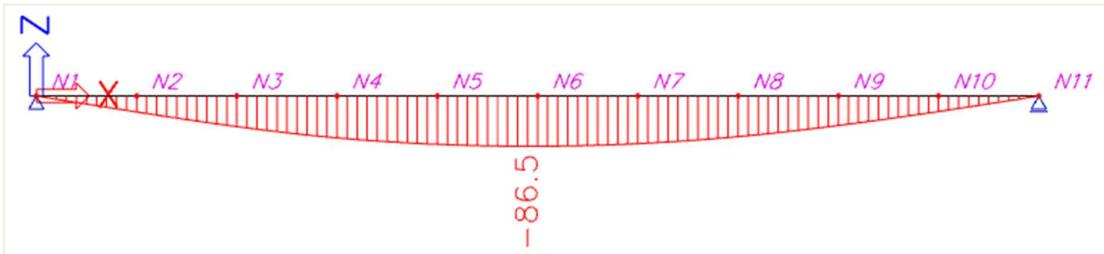
Schritt 8: Ergebnisse

Die Eigenfrequenzen werden im Ergebnismenü angezeigt:

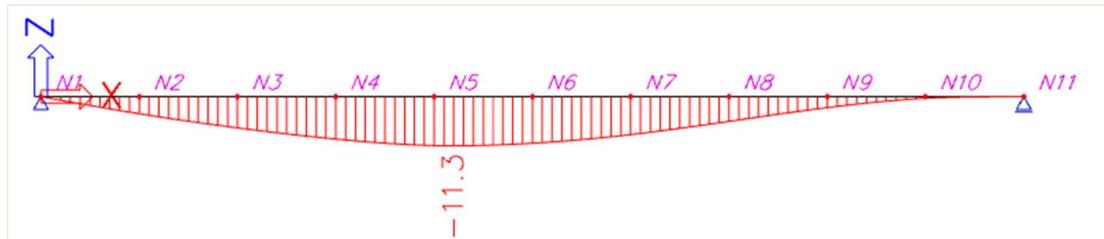
Eigen frequencies				
N	f [Hz]	ω [1/s]	ω^2 [1/s ²]	T [s]
Mass combination : CM1				
1	5.03	31.62	999.93	0.20
2	19.78	124.28	15445.22	0.05
3	43.18	271.31	73608.14	0.02
4	64.59	405.79	164668.49	0.02

Andere Ergebnisse, wie z.B. Verformungen, können für die verschiedenen Ausgabeschritte berücksichtigt werden:

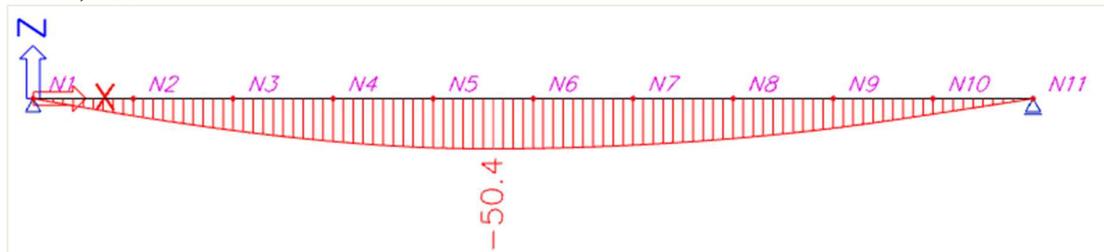
- Nach 0,5 Sekunde:



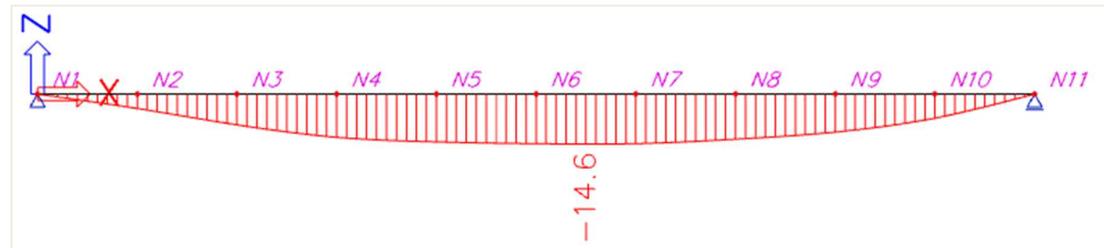
- Nach 1 Sekunde:



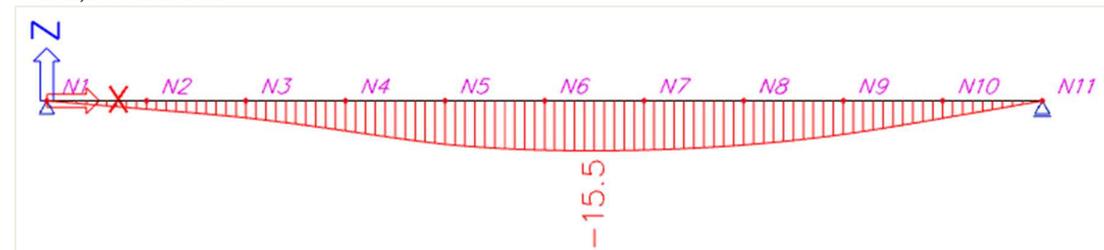
- Nach 1,5 Sekunden:



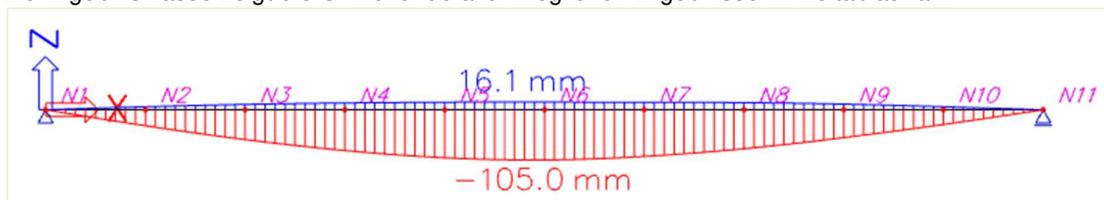
- Nach 2 Sekunden:



- Nach 2,4 Sekunden:

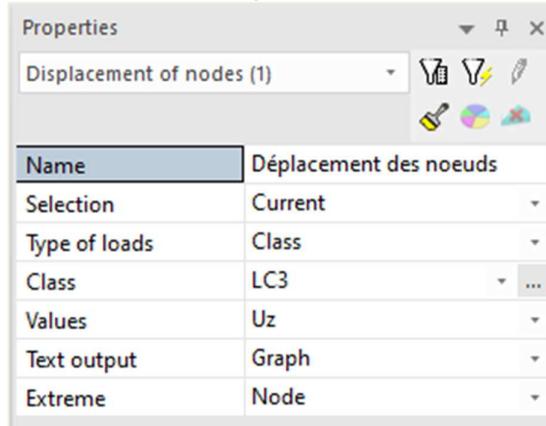


- Die Ergebnisklasse zeigt die Umhüllende aller möglichen Ergebnisse im Zeitablauf an:

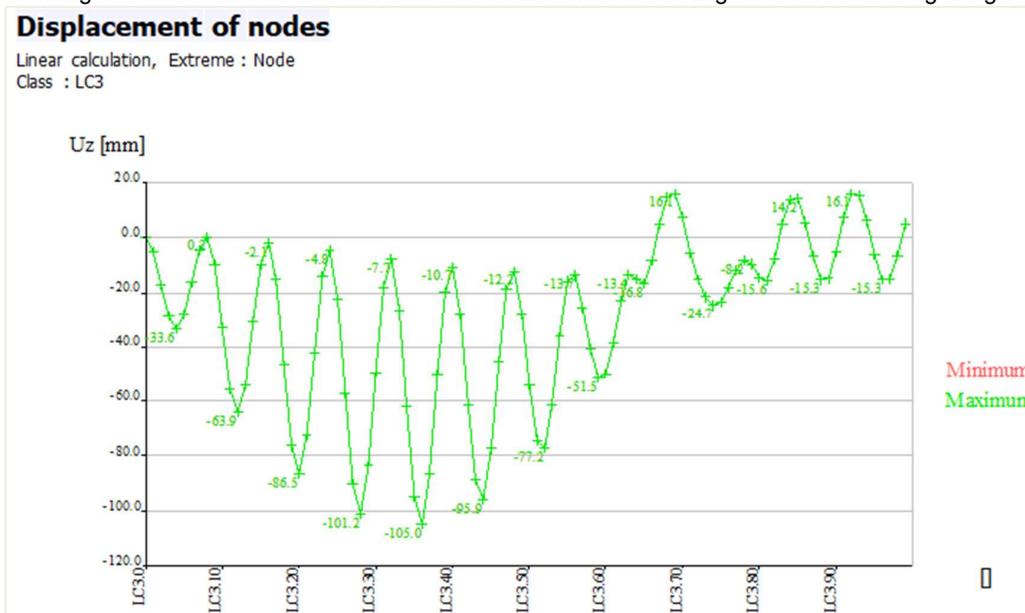


Das Ergebnis kann auch an einem bestimmten Punkt für alle Lastfälle in einem Bild angezeigt werden. Dadurch ist es möglich, das Ergebnis über die Zeit einzusehen.

Nehmen wir zum Beispiel die vertikale Verschiebung des mittleren Knotens N6.



Die Verformung des mittleren Knotens in Funktion der Zeit wird in der Ergebnisvorschau angezeigt:



sein Ergebnis repräsentiert klar die Schwingung des Mittelpunkts im Laufe der Zeit.

Kapitel 13: VORTEX SHEDDING: KARMAN´SCHE-SCHWINGUNG

In diesem Kapitel wird die Querschwingung zylindrischer Strukturen infolge Wind untersucht.

Zunächst wird die Theorie erläutert, in der auf die harmonische Last bezogen wird, weil das Vortex-Shedding ein spezieller Fall harmonischer Last ist.

Dann wird die Theorie an einem Beispiel eines Stahlschlots illustriert.

13.1 Theorie

Einer der wichtigsten Mechanismen für Wind-induzierte Hebel ist die Bildung von Wirbeln (Konzentrationen von rotierenden Flüssigkeitsteilchen) im Wachstrom hinter bestimmten Arten von Strukturen wie Schloten, Türmen, schwebenden Pipelines,...

Bei einer bestimmten (kritischen) Windgeschwindigkeit folgen die Fließlinien nicht den Körperkonturen, sondern brechen an bestimmten Punkten ab, so dass sich Wirbel bilden.

Diese Wirbel werden wechselnd von gegenüberliegenden Seiten der Struktur abgesetzt und ergeben eine fluktuierende Last lotrecht zur Windrichtung. In der folgenden Abbildung ist die Vortex-Shedding für den Durchfluss an einem Kreiszyylinder vorbei veranschaulicht. Das erstellte Muster wird oft als Karman'sche Schwingung bezeichnet:



Wenn auf einer Seite der Struktur ein Wirbel gebildet wird, nimmt die Windgeschwindigkeit auf der anderen Seite zu. Dies führt zu einer Druckdifferenz auf den gegenüberliegenden Seiten und die Struktur ist einer Querkraft ausgesetzt, die von der Seite des Wirbels entfernt ist. Wenn die Wirbel bei kritischer Windgeschwindigkeit wechselnd zuerst von der einen und der anderen Seite beansprucht werden, bildet sich eine harmonisch variable Seitenlast, mit der gleichen Frequenz wie die Frequenz des Vortex Shedding.

Die Frequenz des Schubs f_v des Vortex wird angegeben durch:

$$f_v = \frac{S \cdot v}{d} \quad (13.1)$$

Mit:

- S nicht-dimensionale Konstante, die als « Strouhalzahl » bezeichnet wird.
Für einen Zylinder wird dies als 0,2 angenommen.
- D Breite des Körpers, belastet durch Wind (m)
Für einen Zylinder entspricht dies dem Außendurchmesser.
- v mittlere Windgeschwindigkeit (m/s)

Die Art und Weise, wie Vortex gebildet werden, ist eine Funktion der Reynolds-Zahl Re , die angegeben wird durch:

$$Re = 0,687 \cdot v \cdot d \cdot 105 \quad (13.2)$$

Allgemein bedeuten große Reynolds-Zahlen einen turbulenten Fluss.

Die Reynolds-Zahl kennzeichnet drei große Regionen:

- Teilkritisch: $300 \leq Re \leq 10^5$
- Superkritisch: $10^5 \leq Re \leq 3,5 \cdot 10^6$
- Transkritisch: $3,5 \cdot 10^6 \leq Re$

Bei Schloten mit kreisförmigem Querschnitt liegt die Strömung entweder im überkritischen oder transkritischen Bereich für praktisch interessante Windgeschwindigkeiten.

Wenn die Vortex-Shedding-Frequenz mit der Eigenfrequenz der Struktur (Resonanz) zusammenfällt, ergeben sich recht große Schwingungsmomente, solange keine ausreichende Dämpfung vorhanden ist. Dieses Prinzip wurde bereits in einem vorigen Kapitel erörtert.

In diesem Fall kann Formel (13.1) umgerechnet werden zur Berechnung der kritischen Windgeschwindigkeit bei der eine Resonanz auftritt:

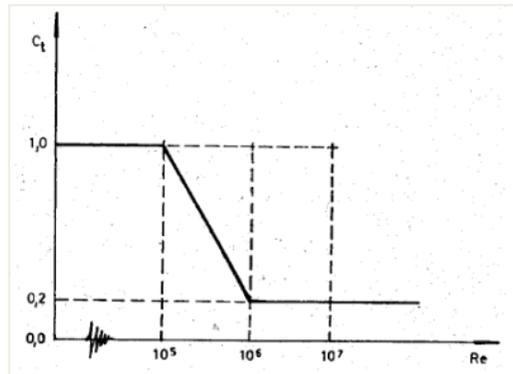
$$v_{\text{crit}} = 5 \cdot d \cdot f \quad (13.3)$$

Mit:
 f Eigenfrequenz der Struktur.

Die durch den Vortex-Shedding verursachten Windlasten pro Einheitslänge können mit der folgenden Formel ungefähr dargestellt werden:

$$P_L(t) = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot d \cdot v_{\text{crit}}^2 \cdot C_t(t) \quad (13.4)$$

Mit:
 ρ Luftdichte von 1,25kg/m³
 $C_t(t)$ Hebebeiwert, der harmonisch auf zufällige Weise schwankt und vom Reynolds-Zahl abhing. In der folgenden Abbildung wird diese Beziehung angezeigt, wenn C_t proportional zur Eigenform ist.



Wenn der Schub als harmonisch angenommen wird, kann Gleichung (13.4) geschrieben werden als:

$$P_L(t) = P_0 \cdot \sin(\omega_v t) = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot d \cdot v_{\text{crit}}^2 \cdot C_t \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_v) \quad (13.5)$$

Annahme eines konstanten Windprofils, wird die äquivalente Modalkraft aufgrund der fluktuierenden Hebelkraft in Gleichung (13.5) gegeben wie:

$$P(t) = P_L \cdot \sin(\omega_v t) = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot d \cdot v_{\text{crit}}^2 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_v) \cdot \int_0^H C_t(z) \{\phi(z)\} dz \quad (13.6)$$

Mit:
 $\phi(z)$ Modalform bei Höhe z
 H Gesamthöhe des Tragwerks

Wie in einem vorangehenden Kapitel gesehen, kann die dynamische Y Von y bei Resonanz geschrieben werden als:

$$Y = \frac{Y_S}{2\xi} \quad (13.7)$$

Die Y_S -Statische Verformung wird angegeben von:

$$Y_S = \frac{P_0}{K} = \frac{P_0}{M \cdot \omega^2} \quad (13.8)$$

M ist die äquivalente modale Masse eines prismatischen Stabes, angegeben von:

$$M = \int_0^H m(z) \cdot \{\phi(z)\}^2 dz \quad (13.9)$$

Mit:

$m(z)$ Masse pro Einheitshöhe.

Wenn Formeln (13.7) und (13.8) kombiniert werden, kann die Höchstantwort eines SDOF-Systems, bei dem eine harmonische Erregung ausgesetzt ist, geschrieben werden als:

$$Y = \frac{P_L}{M \cdot \omega^2} \cdot \frac{1}{2\xi} \quad (13.10)$$

Folgt, wenn das Ausschlagen des Vortex mit der gleichen Frequenz wie die Eigenfrequenz der Struktur auftritt, wird der Höchstwert von Auflagerbewegung angegeben durch:

$$Y = \frac{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot d \cdot v_{\text{crit}}^2 \cdot \int_0^H C_t(z) \{\phi(z)\} dz}{\omega^2 \cdot \int_0^H m(z) \{\phi(z)\}^2 dz} \cdot \frac{1}{2\xi} \quad (13.11)$$

Wenn angenommen wird, dass die Masse pro Einheitshöhe konstant ist und der Hebebeiwert proportional zur Eigenform ist, kann Formel (13.11) wie folgt vereinfacht werden:

$$Y = \frac{\rho \cdot d^3 \cdot C_t}{16 \cdot \pi^2 \cdot S^2 \cdot m \cdot \xi} \quad (13.12)$$

Diese Gleichung kann als erste Schätzung der wahrscheinlichen Antwort der Struktur verwendet werden.

13.2 Karman'sche Schwingung bei SCIA Engineer

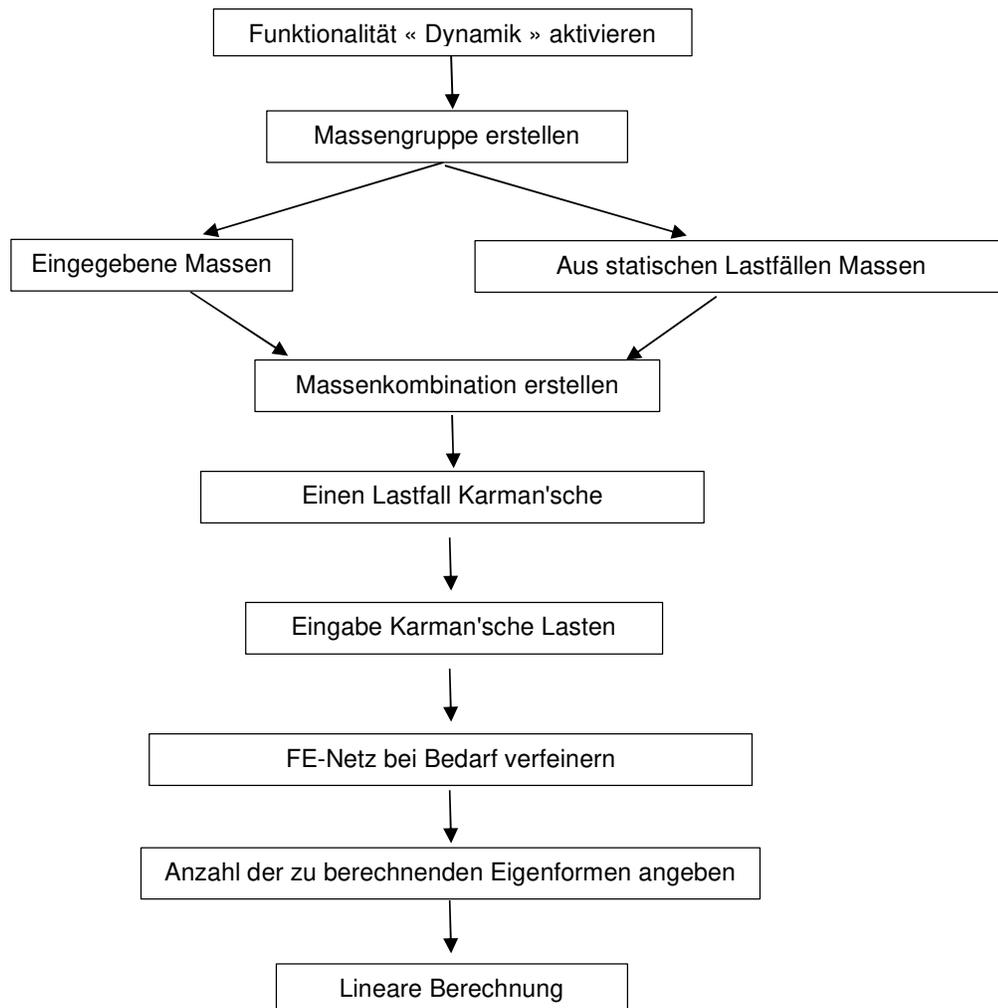
In SCIA Engineer wurde der Vortex Shedding nach der tschechischen Belastungsnorm implementiert.

Der Effekt wird nur berücksichtigt, wenn die kritische Windgeschwindigkeit nach Formel (13.3) zwischen einem Mindest- und einem Höchstwert liegt. Diese beiden Extremwerte können vom Benutzer definiert werden. Gemäß der tschechischen Belastungsnorm werden die Werte **5 m/s** und **20 m/s angerechnet**.

Zusätzlich zur Formel (13.11) ist es in SCIA Engineer möglich, die Länge der Struktur festzulegen, in der der Karman-Effekt auftreten kann. Für jeden geometrischen Knoten der Struktur ist es möglich, eine Zylinderlänge zum Knoten zu beziehen. Das bedeutet, dass die Struktur mit ausreichenden geometrischen Knoten modelliert werden sollte, um genaue Ergebnisse zu erhalten.

Standardmäßig kann der Effekt über die gesamte Höhe des Bauwerks auftreten. Wenn sich jedoch beispielsweise auf der Oberfläche eines Schlotens bestimmte Hindernisse befinden, beeinträchtigen diese Hindernisse die Bildung der Wirbel und reduzieren so den Karman-Effekt. In der Praxis ist genau das die Lösung, um die durch Vortex induzierte Schwingung zu verhindern: den Einbau spezieller Rippen an der Zylinderoberfläche.

Im folgenden Diagramm werden die für das Ausführen der Vortex Shedding Berechnung erforderlichen Schritte veranschaulicht:



Dieses Diagramm wird im folgenden Beispiel illustriert.

Beispiel 13-1.esa:

In diesem Beispiel wird ein Stahlschlot mit einer starren Basis modelliert.

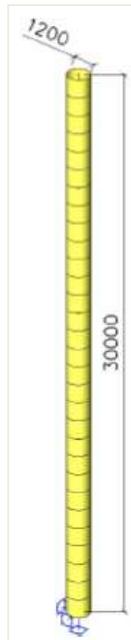
Der Scheitel hat einen Außendurchmesser von 1,2 m und eine Dicke von 6 mm. Die Gesamthöhe beträgt 30m und das Tragwerk ist in S 235 gemäß EC-EN hergestellt.

Um das Gewicht von Isolierung, elektrischen Kabeln und anderen nicht strukturellen Elementen zu berücksichtigen, wird eine verteilte Masse von 55 kg/m eingegeben.

Es wurden keine spezifischen konstruktiven Maßnahmen getroffen, um den Auswurf des Vortex zu verhindern. Deshalb muss die gesamte Länge des Scheitelsteins für die Von Karman'sche-Schwingung berücksichtigt werden.

Der Scheitel wird hierfür als mit 30 Stäben aufgebauter Kragarm modelliert, um ausreichend geometrische Knoten zu schaffen. Jedem Knoten (außer Basis und Oberseite) wird eine Scheitellänge von 1 m zugewiesen. Für das logarithmische Dekrement des Scheitelsteins wird ein Wert von 0,025 verwendet.

Ein statischer Lastfall wird erstellt: das Eigengewicht der Struktur.

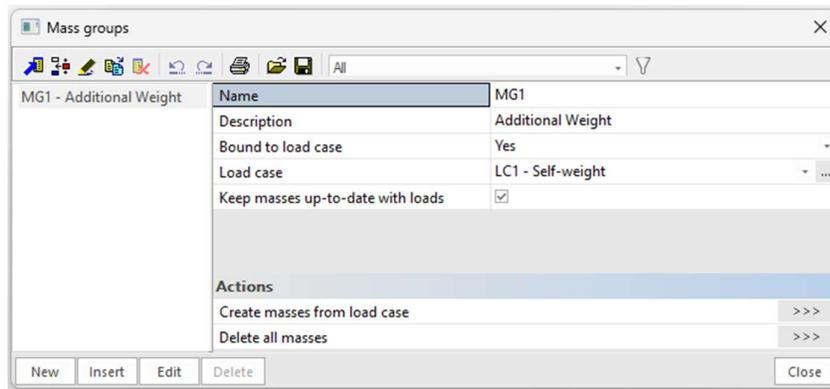


Schritt 1: Funktionalität

Der erste Schritt in der Karman-Schwingungsberechnung besteht im Aktivieren der Funktionalität **auf** der Registerkarte **Funktionalität** in den **Projektdaten**.

2. Schritt 2: Massengruppen

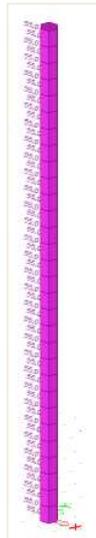
Der zweite Schritt ist das Erstellen einer **Massengruppe**:



Eigentlich beinhaltet diese Massengruppe gar nichts, da das Eigengewicht automatisch berücksichtigt wird. Für die dynamische Berechnung muss jedoch mindestens eine Massengruppe definiert werden. In dieser Massengruppe werden wir einige zusätzliche Massen platzieren. Dies wird zu der Masse hinzugefügt, die aus dem Eigengewicht kommt (das immer und automatisch berücksichtigt wird).

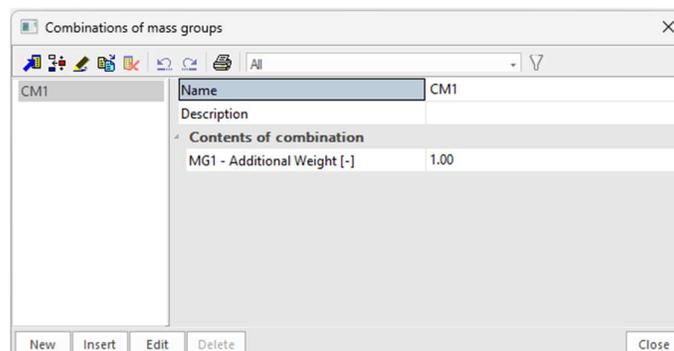
Schritt 3: Massen

Nachdem die Massengruppe erstellt wurde; Die Linienmasse von 55 kg/m kann auf alle Teile eingegeben werden:



Schritt 4: Massenmatrix

Als nächstes wird die Massengruppe in eine "Kombination aus Massengruppen" gesetzt, die zum Definieren der harmonischen Last verwendet werden kann.



5. Schritt: Karman'sche Schwingungslastfall

Nach dem Erstellen einer Massenkombination kann ein Karman'sches Schwingungslastfall durch Lastfälle, Kombinationen > Lastfälle definiert werden.

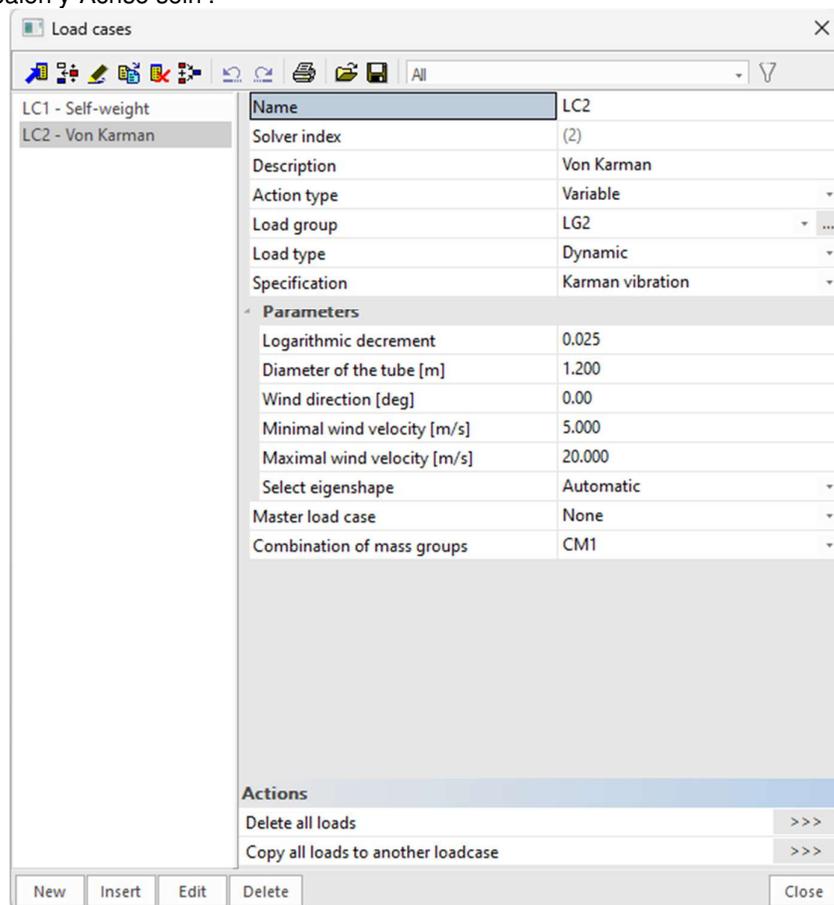
Der « Einwirkungstyp » des Lastfalls wird auf « Variabel » festgelegt.

Der « Lasttyp » kann dann in « Dynamisch » geändert werden.

Innerhalb des Feldes "Spezifikation" kann der Typ der dynamischen Last festgelegt werden, in diesem Fall Karman'sche-Schwingung.

- Das "logarithmische Dekrement" wurde als 0,025 angegeben.
- Der "Durchmesser des Rohrs" war 1,2m.
- Die "Windrichtung" ist im globalen Koordinatensystem definiert. Eine Richtung von 0,00 Grad definiert die globale Achse x. Dies impliziert, dass die Karman'sche Schwingung in eine Richtung entlang der y-Achse auftreten wird (lotrecht zur Windrichtung).
- Wie in Absatz 6.2 spezifiziert, werden die minimalen und die maximalen Windgeschwindigkeiten auf 5 m/s bzw. 20 m/s festgelegt. Ein Auftreten von Vortexen ist nur, wenn die kritische Windgeschwindigkeit zwischen diesen beiden Grenzwerten liegt.
- Mit der Option "Eigenform auswählen" kann manuell festgelegt werden, für welche Eigenform das Vortex Shedding berechnet werden soll. Wenn diese Option auf 'Automatisch' belassen ist, ermittelt SCIA Engineer den repräsentativen Modus automatisch (d.h. den mit dem größten Modalen Beteiligungsbeiwert in die relevante Richtung).

Da die Windrichtung entlang der globalen X-Achse festgelegt ist, wird der repräsentative Modus eine Form entlang der globalen y-Achse sein .



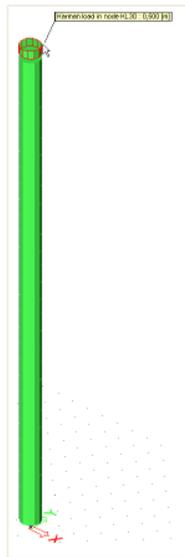
6. Schritt: Karman'sche Last

Die Parameter des Lastfalls wurden definiert; was noch übrig ist, ist die Länge der Struktur anzugeben, in der der Karman-Effekt auftreten kann.

Wie in einem vorigen Absatz angegeben, kann SCIA Engineer die Länge des Scheitelsteins mit jedem geometrischen Knoten beziehen. Diese Last kann durch Last > Einzellast > Karman'sche Last eingegeben werden

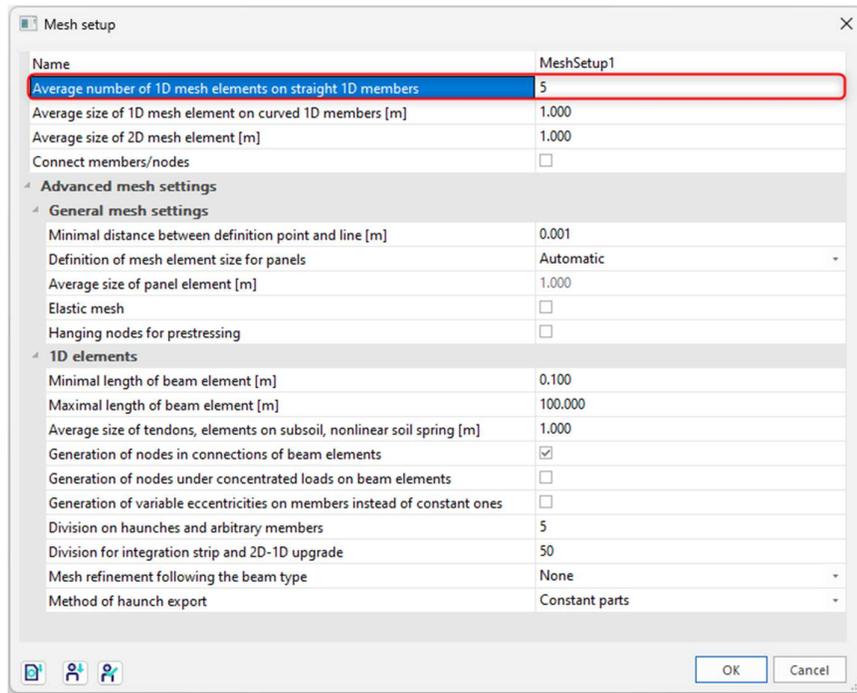
Da keine spezifischen Maßnahmen zur Verhinderung des Auftretens von Vortexen ergriffen wurden und der Scheitelstein als 30 Teile eingegeben wurde, wird jedem Knoten eine Länge von 1 m zugewiesen.

Zusatzknoten sind 0,25m von der Basis und oben hergestellt. Dieser Knoten bekommt auch Karman-Lasten bei 0,50 m zugewiesen.



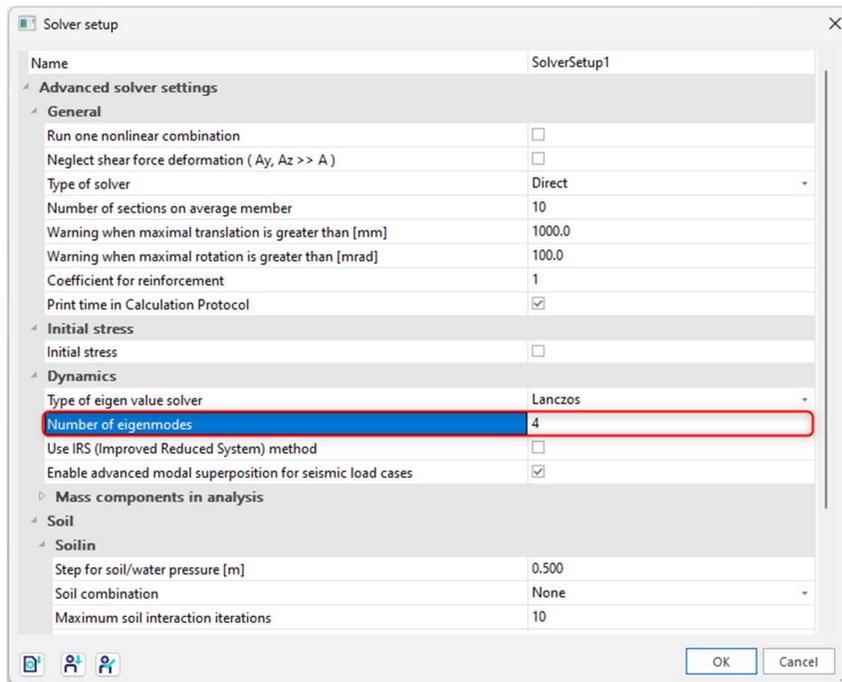
7. Schritt 7: FE-Netz einstellen

Um genaue Ergebnisse für die dynamische Berechnung zu erhalten, wurde das FE-Netz verfeinert. Die "Mittlere 2D-Elementanzahl" wird durch " FE-Netz einstellen" auf 5 festgelegt:



Schritt 8: Einstellung des Rechenkernes

Der letzte Schritt vor dem Starten der Berechnung ist das Festlegen der Menge der Eigenformen, die berechnet werden sollen. Der Standardwert in "Rechenkern Einstellungen" ist 4. Dies ist für dieses Beispiel ausreichend.



9. Schritt 9: Lineare Berechnung und Ergebnisse

Alle Schritte sind ausgeführt worden, damit die "Lineare Berechnung" durch "Ermitteln" gestartet werden kann.

Das "Berechnungsprotokoll" für die Berechnung der Eigenfrequenz zeigt folgendes:

Mode	Omega [rad/s]	Period [s]	Freq. [Hz]	Wxi / Wxtot	Wyi / Wytot	Wzi / Wztot	Wxi_R / Wxtot_R	Wyi_R / Wytot_R	Wzi_R / Wztot_R
1	7.4354	0.8450	1.1834	0.6152	0.0000	0.0000	0.0000	0.3755	0.0000
2	7.4354	0.8450	1.1834	0.0000	0.6152	0.0000	0.3755	0.0000	0.0000
3	46.0816	0.1363	7.3341	0.1905	0.0000	0.0000	0.0000	0.1977	0.0000
4	46.0816	0.1363	7.3341	0.0000	0.1905	0.0000	0.1977	0.0000	0.0000
				0.8057	0.8057	0.0000	0.5733	0.5733	0.0000

Die Details der Karman'sche Schwingungsberechnung finden Sie im "Berechnungsprotokoll" für die lineare Berechnung:

Karmans vibration is analyzed for eigen shape 2
 Maximum horizontal modal translation [m] 0.02397
 Critical wind velocity [m/s] 7.10
 Reynolds number 585346.91
 Drag coefficient Ct 0.39
 Load on cylinder at point of max displacement [N/m] 14.60

Wie erwartet wurde das Vortex Shedding für den zweiten Eigenmodus analysiert, den Modus mit der größten Massenbeteiligung in Y-Richtung.

Die maximalen und die reduzierten Lasten sind Zwischenergebnisse, die zur Berechnung der Windlasten verwendet werden.

Die maximale horizontale Verschiebung für die zweite Eigenform kann durch "Verformung der Knoten" gefunden werden (beachten Sie, dass der Wert keine Relevanz hat, die Richtung jedoch sehr wichtig ist):

Displacement of nodes
 Eigen solution, Extreme : Global
 Selection : All
 Mass combinations : CM1/2 - 1.18
 Modal shapes are normalized, so that the generalized modal mass of each mode is equal to 1kg.

Node	Case	Ux [mm]	Uy [mm]	Uz [mm]	Fx [mrad]	Fy [mrad]	Fz [mrad]
N31	CM1/2 - 1.18	0.0	24.0	0.0	-1.1	0.0	0.0
N1	CM1/2 - 1.18	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
N20	CM1/2 - 1.18	0.0	12.1	0.0	-1.0	0.0	0.0

Auf die gleiche Weise kann die Gesamtdurchbiegung der Oberseite des Scheitelsteins infolge der Karman'schen-Schwingung angezeigt werden:

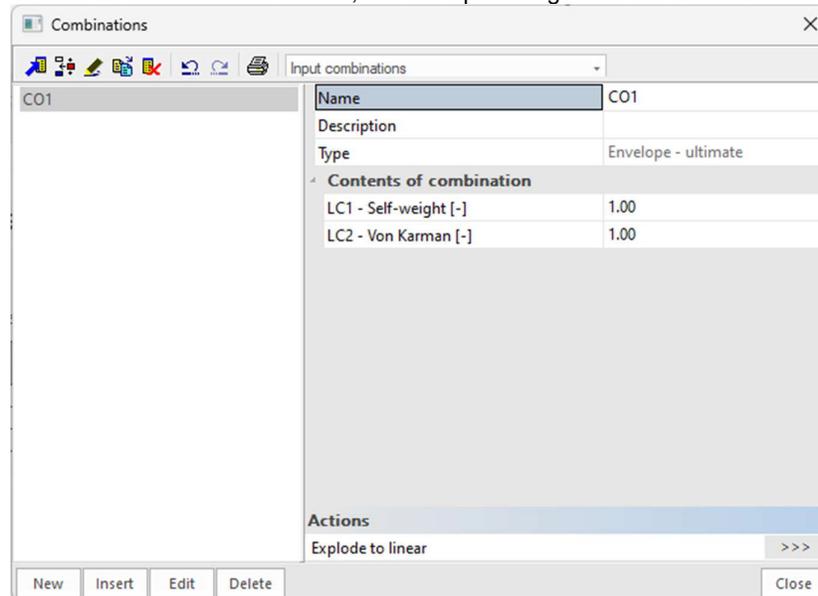
Displacement of nodes
 Linear calculation, Extreme : Global
 Selection : All
 Load cases : LC2

Node	Case	Ux [mm]	Uy [mm]	Uz [mm]	Fx [mrad]	Fy [mrad]	Fz [mrad]
N1	LC2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
N31	LC2	0.0	-143.2	0.0	6.5	0.0	0.0
N28	LC2	0.0	-123.5	0.0	6.5	0.0	0.0

Wegen dieser großen Verschiebung oben werden an der Basis des Scheitelsteins beträchtliche Spannungen auftreten.

Wie in einem vorigen Kapitel spezifiziert, bietet eine Kombination vom Typ "Umhüllende" die Möglichkeit, beide Seiten der Vibration zu berücksichtigen, da sich Vibration immer in beide Richtungen befindet.

Für den Schlot wird eine LF-Kombination erstellt, um die Spannungen an der Basis zu bewerten:



Die "Bauteilspannungen" für das untere Teil des Schlots ergeben die folgenden Normalspannungen für die Kombination:

Stress
 Linear calculation, Extreme : Global
 Selection : All
 Combinations : CO1
 Values : Normal -, Normal +, Shear, von Mises, Fatigue, Kappa, Sigma Y

Member	dx [m]	Case	Normal - [MPa]	Normal + [MPa]	Shear [MPa]	von Mises [MPa]	Fatigue [MPa]	Kappa [-]	Sigma Y [MPa]
B1	0.000	CO1/1	-72.6		0.0	72.6			0.0
B1	0.000	CO1/2		68.0	0.0	68.0			0.0
B1	0.000	CO1/1	-2.3	-2.3	1.9	4.0			0.0
B1	0.000	CO1	-72.6	68.0			140.6	-0.94	
B30	1.000	CO1	0.0	0.0			0.0	-1.00	
B30	0.938	CO1	0.0	0.0			0.0	0.75	

Ein Spannungsbereich von 140,6 MPa führt bereits bei geringen Kreisläufen zu signifikanten Ermüdungsproblemen. Dies ist eine der am häufigsten berichteten Arten von Fehler beim Vortex-Shedding.

Eine Lösung dieses Problems ist der Einbau einer Rippe vom Typ "Helix", um die Korrelation der Wirbel zu verhindern (und somit kleinere Schlotlänge, was für den Karman´schen-Effekt berücksichtigt werden sollte). Der Nachteil einer solchen Rippe ist, dass sie die Widerstandskraft erhöht.

Da es sich bei der Vortex Shedding um einen Resonanzzustand handelt, ist die Amplitude, wie bereits erläutert, dämpfungsabhängig. Eine weitere Lösung ist also die Erhöhung der Dämpfung durch den Einbau eines abgestimmten Massendämpfungsystems.